مادة إثرائية

لمبحث الرياضيات المنهاج الجديد

للصف الثاني عشر الفرع العلمي

إعداد وطباعة/ المعلمة: دينا جمعه عايش

تحت إشراف

مشرف الرياضيات	مديرة المدرسة
أ .عدنان شعت	نجوى النجار

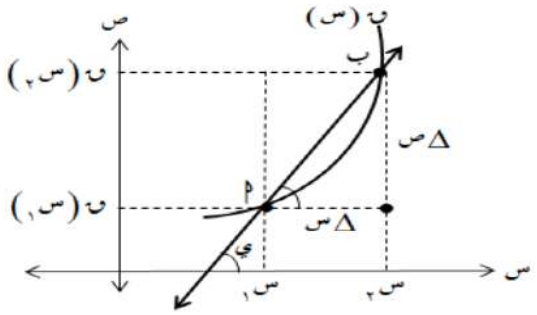
للعام الدراسي

٢٠١٨ – ٢٠١٩م

الوحدة الأولى حساب التفاضل

متوسط تغير الاقتران

المعنى الهندسي لمتوسط التغير



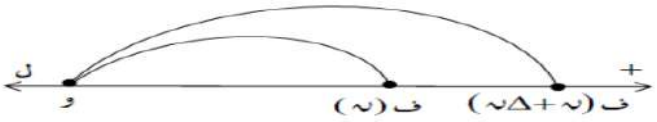
- الشكل المجاور يمثل منحنى الاقتران ق (س) ٠
- المستقيم المار بالنقطتين م ، ب يسمى قاطعاً للمنحنى ٠
- ميل المستقيم القاطع م ب $= \frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{ق(س_٢) - ق(س_١)}{س_٢ - س_١}$
- تسمى الزاوية (ي) التي يصنعها القاطع للمنحنى مع الاتجاه الموجب لمحور السينات بزاوية ميل المستقيم القاطع ، ويكون (ظاي = ميل القاطع)

∴ المعنى الهندسي لمتوسط التغير $\frac{\Delta ص}{\Delta س}$ للاقتران ق (س) هو : ميل المستقيم القاطع لمنحنى الاقتران في النقطتين : $(س_١ ، ص_١)$ ، $(س_٢ ، ص_٢)$ ٠

المعنى الفيزيائي لمتوسط التغير

لتكن و نقطة ثابتة على الخط المستقيم ل المبين في الشكل المجاور ٠

- إذا تحرك جسم على هذا الخط المستقيم بحيث كانت ف تمثل إزاحة الجسم عن النقطة و عند الزمن ن ، فإن :



السرعة المتوسطة لهذا الجسم في الفترة الزمنية $[ن ، ن+\Delta ن]$ هي :

$$\frac{\Delta ف}{\Delta ن} = \frac{ف_٢ - ف_١}{ن_٢ - ن_١} = \frac{ف(ن + \Delta ن) - ف(ن)}{\Delta ن}$$

ملاحظة :

سنتعرف لاحقاً أن التسارع المتوسط للجسم في الفترة الزمنية $[ن ، ن+\Delta ن]$ هو $\frac{\Delta ع}{\Delta ن}$

السؤال الأول: أجب عن الأسئلة التالية:-

١) إذا كان متوسط تغير ق(س) في الفترة [-٤ ، ١] يساوي ٣

و كان ق (١) = ٢ فاحسب ق(-٤)؟

٢) إذا كان ل (س) = س ق (س) وكان متوسط تغير ل (س) في الفترة [-٢ ، ٤] يساوي ١٢

فاحسب ق(-٢) علماً بأن ل(٤) = ٦ ؟

٣) إذا كان متوسط تغير ق(س) في الفترة [١ ، ٣] يساوي ٥ و كان ق(١) X ق(٣) = ١٢ ،

وكان هـ(س) = $\frac{١}{\text{ق}(س)}$ ، فاحسب متوسط تغير هـ(س) لنفس الفترة ؟

٤)إذا كان متوسط تغير هـ(س) في الفترة [-٤٠ ، ٢٥] يساوي ٢ ،

فاحسب متوسط تغير هـ($س^{٤}$-٥٦) في الفترة [٢ ، ٣]؟

٥)إذا كان متوسط تغير ق(س) = $س^{٢}$ -٥ في الفترة [١ ، ١ + م] يساوي ٩ فاحسب قيمة م ؟

٦) ليكن ق(س) =
- **٣س+٤ ، س < ٢**
- **$س^{٢}$ + ٣س ، س ⩽ ٢**

احسب متوسط تغير ق(س) عندما تتغير س من ٢ إلى -١؟

٧)إذا كان ق(س) = م $س^{٢}$ -١٤ب وكان متوسط تغير ق(س) في [٢ ، ٤] يساوي ١٠ احسب م ؟

٨)إذا ازداد طول ضلع مكعب من ٣سم إلى ٦سم فاحسب مقدار الزيادة في حجمه؟!

المشتقة الأولى و قواعد الإشتقاق

أولاً : إذا كانت الدالة معرفة بقاعدة واحدة :

نفرض س = أ ∈ مجال الدالة ثم نوجد $د'(أ) = \lim_{هـ \to 0} \frac{د(أ+هـ) - د(أ)}{هـ}$

فإذا كان لها وجود فالدالة قابلة للإشتقاق

ثانياً : الدالة معرفة بقاعدتين على جانبي العدد (أ) :

مثلاً : $د(س) = \begin{cases} ر(س) & \text{عند } س < أ \\ ق(س) & \text{عند } س \geq أ \end{cases}$

(١) نوجد المشتقة اليمنى للدالة عند س = أ : $د'(أ^+) = \lim_{هـ \to 0^+} \frac{ر(أ+هـ) - ق(أ)}{هـ}$

(٢) نوجد المشتقة اليسرى للدالة عند س = أ : $د'(أ^-) = \lim_{هـ \to 0^-} \frac{ق(أ+هـ) - ق(أ)}{هـ}$

(٣) اذا كان $د'(أ^+) = د'(أ^-)$ ∴ الدالة قابلة للاشتقاق عند س = أ

نظرية : إذا كانت الدالة د قابلة للإشتقاق عند س = أ فإنها تكون متصلة عند هذه النقطة .

(١) عكس النظرية ليس بالضرورة صحيح فإذا كانت الدالة غير قابلة للإشتقاق فقد تكون متصلة أو غير متصلة .

(٢) إذا كانت الدالة غير متصلة عند س = أ فإنها غير قابلة للإشتقاق عند هذه النقطة . ولذلك يفضل بحث الاتصال أولاً ، فإذا كانت د متصلة نبحث الإشتقاق وإذا كانت غير متصلة فإن د غير قابلة للإشتقاق بدون بحث

السؤال الثانى: أجب عن الأسئلة التالية:-

١) إذا كانت $\Delta ص = س^2 \Delta س + ٥ (\Delta س)^2$ فجد $\frac{ص}{س}$ ؟

٢) إذا كان متوسط تغير ق(س) = (٣س + ٤ س^2 هـ) فجد ق′(٣)؟

٣) إذا كان التغير في ق(س) يساوي $(٢س^2 \Delta س + (\Delta س)^2)$ فجد $\lim_{هـ \to 0} \frac{هـ}{و(١+هـ) - و(١)}$ ؟

٤) إذا كانت $و'(٤) = ٦$ فجد $\lim_{هـ \to 0} \frac{و(٤-٢هـ) - و(٤+٥هـ)}{هـ}$ ؟

٥) إذا كان هـ (س) = $\frac{\text{س}}{\text{س} - ٢}$ ، س ≠ ٢ ، فأوجد هـَ (س) باستخدام تعريف المشتقة.

٦) إذا علمت أن هـ (س) = ٣س ك (س) − ٥س ، ك (٣) = ٥ ، ك′ (٣) = ٢ فجد هـ′ (٣) ؟

٧) إذا كان هـ (س) = $\frac{١}{\text{س}^{٢} - ٦\text{س} + ٩}$ ، س ≠ ٣ فإن هـ″ (س) ؟

٨) ق(س) = |س − ٢| + |س| . بين أن هـ′ (٠) غير موجودة ٩- ق(س) = [س + ١] × |س − ١| . جد هـ′ (١) . ؟

٩) إذا كان هـ (س) = س^{٢} + ٢ ، هـ (س) = |٤س − ٥| فأوجد (هـ × هـ) (١) ؟

استخدم تعريف المشتقة الأولى في إيجاد مشتقة الاقتران ق(س) = $\sqrt{٢\text{س} - ٣}$ ، عندما س = ٦

١١) جد الميل لجميع المماسات المرسومة لمنحنى الاقتران ق(س) = س^{٢} من النقطة (١ ، -٣) ؟

١٢) استخدم تعريف المشتقة لإيجاد قَ (٢) (إن وجدت) للاقتران ق(س) = | ٣ س − ٦ | ؟

١٣) إذا كان ٢س + ص = جا س ص ، أوجد $\frac{\text{ء ص}}{\text{ء س}}$ ؟

١٤) إذا كان ق(س) = $\sqrt{٢\text{س} + ١}$ أوجد باستخدام التعريف المشتقة قَ (٤) ؟

١٥) بين أن معادلة المماس لمنحنى الاقتران ق(س) = جا س والمار بالنقطة (-١، ٠) هي
ظا س − س − ١ = ٠

١٦) يتحرك جسيم في خط مستقيم حسب العلاقة ف (ن) = ن^{٣} - ن^{٢} + ٥ حيث ف المسافة بالأمتار ، ن الزمن بالثواني . أوجد سرعة الجسيم عندما يكون تسارعه ٤ م / ث^{٢} ؟

١٧) إذا كان ق(س) = س^{٣} + ٢س + ٥ ، هـ (س) = س^{٢} + ١ ، فأوجد (ق ٥ هـ)َ (س) ؟

١٨) إذا كان (س + ص)^{٥} = س^{٢} ص^{٣} + ٣١ ، أوجد $\frac{\text{ء ص}}{\text{ء س}}$ عند النقطة (١ ، ١) ؟

١٩) إذا كان قَ (٥) = ٣ فأوجد $\lim_{\text{س} \to ٤} \frac{\text{ق} (٣\text{س} - ٧) - \text{ق} (٥)}{٢\text{س} - ٨}$ ؟

٢٠) قذف جسمان معا رأسيا لأعلى ، الأول يتحرك وفق العلاقة ف = ٢٠ ن − ٥ ن^{٢} والثاني يتحرك وفق العلاقة ف = ١٠ن − ٥ ن^{٢} حيث ف بالأمتار ، ن بالثواني أوجد ارتفاع الجسم الثاني عندما يصل الأول أقصى ارتفاع له .؟

https://www.wepal.net/library/?app=content.list&level=19&subject=2&type=2
المزيد من هنا

٢١) إذا كان ص = ق(س) وتغيرت س من −٢ إلى −٢ + Δ س

و كان Δ ص = س^{٢} Δ س + ٦(Δ س)^{٢} ، احسب ق' (٢)؟

٢٢) إذا كان ق (س + هـ) + هـ س^{٣} = ق (س) + ٤ س هـ − ٩هـ

فاحسب ق'(٢) ؟

٢٣) إذا كان متوسط تغير ق(س) عندما تتغير س من ٣ إلى ٣ +هـ يساوي

$\frac{٢هـ^{٢}+٤هـ}{\frac{١}{٢}هـ-هـ}$ احسب ق' (٣)؟

٢٤)احسب $\lim_{س \to ٢}$ $\frac{ق(س^{٢}+س)-ق(٦)}{س-٢}$ باستخدام تعريف المشتقة حيث ق(٦) =٢ ، ق'(٦) =٣؟

٢٥)باستخدام تعريف المشتقة احسب ق'(٤) حيث ق(س)= $\sqrt{٢س+١}$ + ٢ ؟

٢٦) ليكن ق(س) =

٣س−٤ ،	١ ≤ س < ٢
س^{٢} − س ،	٢ ≤ س < ٥

احسب ق'(س) ؟

٢٧)اثبت أن $\lim_{هـ \to ٠}$ $\frac{ق(س+أهـ)-ق(س-بهـ)}{جهـ} = \frac{ب+أ}{ج}$ ق'(س)؟

https://www.wepal.net/library/?app=content.list&level=19&subject=2&type=2

المزيد من هنا

تمارين عامة على الوحدة الأولى

إختاري الإجابة الصحيحة مما يلي: -

١)إذا كان متوسط تغير الاقتران ق(س) = س^{٢} −٢ يساوي ٤ عندما Δ س=١، س= س$_{١}$ فإن س=			
أ) −٤	ب) $\frac{٣}{٢}$	ج) $-\frac{٣}{٢}$	د) ٤
٢)إذا كان ق(س) = س + [س] فإن قيمة متوسط التغير في [$\frac{١}{٢}$ ، ١] =			
أ) ٢	ب) ٣	ج) $\frac{٣}{٢}$	د) $\frac{٢}{٣}$
٣)إذا كان متوسط تغير الاقتران ق(س) في [−٤ ، ١] يساوي ٣ وكان ق(١) =٢ فإن ق(−٤) =			
أ) ١١	ب) −١٣	ج) −١١	د) ١٣
٤) إذا كان متوسط تغير الاقتران ق(س) = ٤س^{٢} −م في [ب ، ٢] يساوي −٤فإن ب =			
أ) −٢	ب)−٤	ج) −٣	د) ٢
٥) إذا كان ق(س) = م س^{٢} وكان تغير ق(س) في [−٢ ، ٤] يساوي ٢٤ فإن م =			
أ) ١,٢	ب) ١٢	ج) ٢	د) ٧,٢
٦) متوسط تغير الاقتران ق(س) = | ٣−٤س | عندما تتغير س من -١ إلى ٤ يساوي			
أ) ٢	ب) $\frac{١}{٥}$	ج) $\frac{٦}{٥}$	د) ١٠
٧) $\lim_{س \to \frac{\pi}{٤}} \frac{جتا^{٢}س - \frac{١}{٢}}{س - \frac{\pi}{٤}}$ =			
أ)٠	ب)١	ج) غ.م	د)−١
٨) الاقتران ق(س)= [س+ ٠,٨] قابل للاشتقاق عند س =			
أ) −٠,٨	ب) صفر	ج) ٠,٢	د)١,٢
٩) إذا كان متوسط تغير الاقتران ق(س) بين س=١ ، س=٣ هو ٤ وكان ق(٣) =٨ فإن ق(١)=			
أ)١٦	ب)٢	ج) صفر	د)٤
١٠) إذا كان متوسط تغير الاقتران ق(س) = $\sqrt{٤س+١}$ في الفترة [٠ ، ب] يساوي ١ ، فإن قيمة ب =			

https://www.wepal.net/library/?app=content.list&level=19&subject=2&type=2

المزيد من هنا

أ) ١	ب) صفر	ج) ٢	د) -١
١١) إذا كان ق′(س) = ٢س^{٢} + ٤ فإن $\lim_{س \to ٣} \frac{ق(٣) - ق(س)}{٣ - س}$ =			
أ) ٢٢	ب) -٢	ج) -٢٢	د) ٢
أ) ٢	ب) ٤	ج) ٣	د) $\frac{١٣}{٣}$
١٢) إذا كان ق(٣) = ٥ ، هـ(٣) = -٢ ، فإن ((ق × هـ)(٣))′ =			
أ) ٢	ب) صفر	ج) ٥	د) -١٠
١٣) إذا كانت معادلة العمودي على منحنى الاقتران ق(س) عند النقطة (١ ، ٢) الواقعة عليه هي : س + ٢ص = ٥ ، فإن ق′ (١) =			
أ) ٢	ب) -٢	ج) $\frac{١}{٢}$	د) - $\frac{١}{٢}$
١٤) إذا كان المستقيم ص = س مماساً لمنحنى ص = س^{٢} + أ ، فإن قيمة أ =			
أ) $\frac{١}{٢}$	ب) ٢	ج) $\frac{١}{٤}$	د) صفر
١٧) إذا كان ص = قاس + ظاس ، فإن $\frac{ص'}{ص}$ =			
أ) قاس	ب) قتاس	ج) -قتاس	د) -قاس
١٥) إذا كان ق(س) = جا٢س فإن ق(س)″ + ٦ ق(س) =			
أ) -١٠جا٢س	ب) ١٠جا٢س	ج) ٤جا٢س	د) ٢جا٢س
١٦) إذا كان ق(س) = $\sqrt{٢س + ١}$ ، س ⩽ ١ ، فإن معدل التغير للاقتران ق(س) في [٠ ، ٣] =			
أ) $-\frac{١}{٨}$	ب) $\frac{١}{١٢}$	ج) $-\frac{١}{١٢}$	د) $\frac{١}{٨}$
١٧) قُذف جسم رأسياً لأعلى حسب العلاقة ف = ٦٠ ن - ٥ن^{٢}، فإن أقصى ارتفاع يصل إليه الجسم =			
أ) ٦	ب) ٣٦	ج) ١٨٠	د) ٣٦٠

https://www.wepal.net/library/?app=content.list&level=19&subject=2&type=2

المزيد من هنا

تمارين عامة على الوحدة الثانية

تطبيقات على التفاضل

١) تتحرك النقطة أ (س ، ص) على منحنى الاقتران هـ(س) = $\sqrt{\text{س}^{٢} + ٤}$ ، بحيث يتزايد احداثيها السيني بمعدل ٢ سم / ث . جد معدل التغير في بعد النقطة أ عن النقطة (١ ، ٠) ، عندما س = - ١

٢) إذا كان ق (س) = $\begin{cases} ٣\text{س}^{٢} - ٢\text{س} - ٢ & ، \quad -١ \leq \text{س} < ١ \\ \text{س}^{٢} + ٢\text{س} - ٤ & ، \quad ١ \leq \text{س} \leq ٣ \end{cases}$

ابحث في تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة للاقتران ق (س) في [– ١ ، ٣] ، ثم جد قيمة / قيم جـ التي تعينها النظرية .

٣) إذا كان ق (س) = $\begin{cases} \text{م} - \text{س}^{٢} & ، \quad -٢ \leq \text{س} \leq ١ \\ ٦ - \text{ب س} & ، \quad ١ < \text{س} \leq ٢ \end{cases}$

يحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على [– ٢ ، ٢] ، جد الثابتين م ، ب ثم أوجد قيمة جـ التي تعنيها النظرية .

٤) إذا كان ق (س) معرفاً على ح بحيث أن قَ (س) = $\frac{\text{س}}{\text{س}^{٢} + ٩}$ جد مجالات التقعر للأعلى وللاقتران ق (س) .؟

٥) إذا كان الاقتران ق (س) كثير حدود معرفاً على الفترة [٢ ، ٦] ويقع منحناه في الربع الأول ومتناقص على مجاله و كان الاقتران هـ (س) = ٨ - س ،
بين أن الاقتران ك (س) = (ق × هـ) (س) متناقص في [٢ ، ٦] .؟

٦) بين أن الاقتران ق (س) = س + $\frac{١}{\text{س}}$ ، يحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على [$\frac{١}{٢}$ ، ٢] ثم أوجد قيمة جـ التي تعنيها النظرية . ؟

٧) جد مجالات التقعر للأعلى وللأسفل للاقتران ق (س) = ٣ جا س جتا س في [٠ ، π] ؟

https://www.wepal.net/library/?app=content.list&level=19&subject=2&type=2
المزيد من هنا

٨) جد القيم القصوى المحلية للاقتران ق (س) = $س^{٣}$ - ٣ $س^{٢}$ + ٦ ، س ∈ ح . ؟

٩) جد بعدي المستطيل الواقع في الربع الأول والذي مساحته أكبر ما يمكن والذي تنطبق قاعدته الكبرى على محور السينات ويقع رأساه الآخران على منحنى ق (س) = ٤ س - $س^{٢}$ + ٢ . ؟

١٠) أوجد مساحة أكبر مستطيل يمكن رسمه داخل دائرة نصف قطرها ١٠ سم . ؟

١١) مثلث متساوي الأضلاع محيطه ١٨ سم ، أوجد أطوال أضلاعه عنما تكون مساحته أكبر ما يمكن ؟

١٢) إذا كان ق (س) = $س^{٣}$ – ٣ $س^{٢}$ ، جد :

١ - القيم القصوى المحلية للاقتران ق (س) .

٢ - نقطة / نقاط الانعطاف.

٣ - ارسم الشكل العام لمنحنى الاقتران .

١٣) إذا كان الاقتران ق (س) = $\frac{١}{٤}$ $س^{٤}$ – $س^{٣}$ + ٢ ، جد :

١- القيم القصوى للاقتران ق (س) .

٢ - مجالات التقعر للأعلى وللأسفل للاقتران ق (س) .

١٤) تتحرك نقطة (س ، ص) على منحنى الاقتران ق (س) = $س^{٣}$ + س ، بحيث أن $\frac{ع ص}{ع س}$ = ٢سم/ ث ، جد معدل التغير في مساحة المثلث الذي رؤوسه نقطة الأصل والنقطة (٠ ، ٦) والنقطة المتحركة (س ، ص) في اللحظة التي يكون فيها الإحداثي السيني للنقطة المتحركة يساوي ٣ . ؟

١٥) إذا كان ق (س) = $\begin{cases} أ - س^{٢} & ، \quad -٢ \leq س \leq ١ \\ ٦ - ب\ س & ، \quad ١ < س \leq ٢ \end{cases}$

https://www.wepal.net/library/?app=content.list&level=19&subject=2&type=2

المزيد من هنا

يحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على $[-٢ ، ٢]$ ، جد الثابتين أ ، ب ثم أوجد قيمة جـ التي تعنيها النظرية . ؟

١٦) إذا كان الاقتران ق (س) كثير حدود معرفاً على الفترة $[٢ ، ٦]$ ويقع منحناه في الربع الأول ومتناقص على مجاله و كان الاقتران هـ (س) = ٨ - س ،
بين أن الاقتران ك (س) = (ق × هـ) (س) متناقص في $[٢ ، ٦]$. ؟

١٧) مثلث متساوي الأضلاع محيطه ١٨ سم ، أوجد أطوال أضلاعه عنما تكون مساحته أكبر ما يمكن . ؟

١٨) جد الميل لجميع المماسات المرسومة لمنحنى الاقتران ق(س) = $س^{٢}$ من النقطة (١ ، -٣)

١٩) إذا كانت $ص^{٢}$ + ٣س ص = ١٨ ، ع = ٥ص – $ص^{٢}$ + ٨ ، جد $\frac{ع}{س}$ ، عندما ص = ٦ ؟

٢٠) قذف جسم رأسيا لأعلى فكانت العلاقة بين ارتفاعه ف بالأمتار عن نقطة قذفه وزمن حركته ن بالثواني هي ف = ٥٠ ن – ٥ $ن^{٢}$. جد الزمن اللازم لتكون المسافة التي قطعها الجسم تساوى ٣٠ م .؟

٢١) إذا كانت ص = $(ع^{٣} - ٢ع)^{٣}$ ، ع س = ١ ، جد $\frac{ص}{س}$ عندما س = ١ ؟

٢٢) إذا كان المستقيم ص = س + ٤ مماسا لمنحنى ل (س) عندما س = ٢
وكان ق(س) = (س × ل (س)) ، جد قَ (٢) ؟

تمارين عامة على الوحدة الثالثة

المصفوفات و المحددات

١) إذا كانت أ = $\begin{bmatrix} ٢ & ٤ & ١- \\ ٣ & ٧ & ٨- \end{bmatrix}$ ، أوجد رتبة أ ، أ$_{٢٢}$ ، أ$_{٢١}$ ، أ$_{٣١}$

٢) اكتب المصفوفة أ من الرتبة ٣ × ٣ حيث أ$_{ي هـ}$ = $\begin{cases} ١ & ، ي < هـ \\ ٢ & ، ي = هـ \\ ١- & ، ي > هـ \end{cases}$

٣) إذا كانت $\begin{bmatrix} س^{٢} & ٢ \\ س^{٢} - س & ١ \end{bmatrix}$ = $\begin{bmatrix} ٩ & ٢ \\ ٦ & ١ \end{bmatrix}$ ، فأوجد قيمة س .

٤) إذا كانت ٣ س + ٤ ص = $\begin{bmatrix} ٥ & ٢ \\ ١٢- & ٩ \end{bmatrix}$ ، ـ ٢ س + ٣ ص = $\begin{bmatrix} ٨ & ٧- \\ ٩- & ٦- \end{bmatrix}$ ، فأوجد المصفوفتين س ، ص

٥) إذا كانت أ = $\begin{bmatrix} ٣- & ٢ \\ ١ & ٥ \end{bmatrix}$ ، $\frac{١}{٣}$ ب = $\begin{bmatrix} ٦ & ٠ \\ ٣- & ١٢ \end{bmatrix}$ ، جـ = ب + أ ، فحل المعادلة المصفوفية /

٢ س + ٣ ب = أ + جـ .

٦) أوجد قيم س ، ص ، ع التي تحقق المعادلة : ٢ $\begin{bmatrix} س & ٥ص \\ ع & ٢- \end{bmatrix}$ + ٣ $\begin{bmatrix} س & ٨ \\ ٣- & ٣ \end{bmatrix}$ = $\begin{bmatrix} ١٦ + ٢ص & ١- \\ ١٣- & ع+١٢ \end{bmatrix}$

٧) أوجد قيم س ، ص ، ع التي تحقق المعادلة : $\begin{bmatrix} س & ١- \\ ١ & ص \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} ١ & ٢ \\ ٢ & ١- \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} ٣- & ٢ \\ ٤ & ١- \end{bmatrix}$ = $\begin{bmatrix} ١ & ع & ١٣- \\ ٥ & ٠ & ٥ \end{bmatrix}$

٨) إذا كانت أ = $\begin{bmatrix} ٢ & ١ & ٣ \\ ١ & ١- & ١ \\ ١ & ٣ & ٢ \end{bmatrix}$ ، ب = $\begin{bmatrix} ٣ & ١ & ١- \\ ١- & ٢- & ٢ \\ ١ & ٤ & ١ \end{bmatrix}$ ، فأثبت أن : | أ ب | = | ب أ |

٩) بدون فك المحدد أثبت أن : $\begin{vmatrix} ١ & س & س^{٢} \\ ١ & ص & ص^{٢} \\ ١ & ع & ع^{٢} \end{vmatrix}$ = (س ـ ص) (ص ـ ع) (ع ـ س)

١٠) إذا كان $\begin{vmatrix} ٢ & ١ \\ ٤ & س \end{vmatrix}$ = صفر ،فما قيمة س ؟

١١) إذا كان $\begin{vmatrix} س & ١- \\ ٢ & س \end{vmatrix}$ + $\begin{vmatrix} ١ & ٣ \\ ٢ & س \end{vmatrix}$ = ٢ ، فما قيمة س ؟

١٢) أوجد قيمة ك إذا كان $\begin{vmatrix} ٢ & ١ & ٣ \\ ٠ & ٣ & ك \\ ٢- & ٣ & ٤ \end{vmatrix}$ = ٠

١٣) إذا كانت أ$^{-١}$ = $\begin{bmatrix} ٣ & ٤ \\ ٢ & ٣ \end{bmatrix}$ ، وكان أ ب = $\begin{bmatrix} ٥ & ٢- \\ ٣- & ١ \end{bmatrix}$ ، فأوجد ب $^{-١}$.

١٤) إذا كانت أ = $\begin{bmatrix} ٣ & ٢- \\ ١- & ١ \end{bmatrix}$ ، وكان (أ ب) $^{-١}$ = $\begin{bmatrix} ٢ & ٠ \\ ٣ & ٢ \end{bmatrix}$ ،فأوجد ب .

١٥) إذا كانت أ = $\begin{bmatrix} ١ & ٢ \\ ٣ & -١ \end{bmatrix}$ ، وكان (أ ب) $^{-١}$ = $\begin{bmatrix} ٢ & ٢ \\ -١ & ٥ \end{bmatrix}$ ، فأوجد ب .

١٦) إذا كانت أ = $\begin{bmatrix} س & -٧ \\ ص & ع \end{bmatrix}$ ، ب = $\begin{bmatrix} ٢ & ل \\ ٠ & ١ \end{bmatrix}$ ، جـ = $\begin{bmatrix} ١ & ١ \\ ٢ & ٤ \end{bmatrix}$ ، وكان أ ب = ٢ جـ $^{-١}$

فأوجد قيمة كل من س ، ص، ع ، ل .

١٧) حل كل من الأنظمة التالية بطريقة النظير الضربي :

أ) ٢س + ص = ٧ ، س ـ ص = ـ ١

ب) س + ص = ٥ ، ٢س ـ ٣ ص = ٥

١٨) حل كلاً من الأنظمة التالية بطريقة كريمر :

أ) ٣س ـ ص = ١ ، س + ص = ٣

جـ) ٢س + ص ـ ٢ ع = ـ ١ ، س + ص ـ ع = ٠ ، س + ص + ٢ع = = ٣

١٩) أوجد مصفوفة التحويل التي تمثل دوراناً مركزه نقطة الأصل وزاويته ٩٠° مع عقارب الساعة ثم أوجد صورة النقطة (٢ ، ـ ١) بهذا التحويل .

٢٠) أوجد مصفوفة التحويل التي تمثل دوراناً مركزه نقطة الأصل وزاويته ٩٠° ضد عقارب الساعة ثم اوجد صورة النقطة (ـ ١ ، ٢) بهذا التحويل .

٢١) أوجد مصفوفة التحويل التي تمثل دوراناً مركزه نقطة الأصل وزاويته ٣٠° ضد عقارب الساعة ثم أوجد صورة النقطة (٢ ، ١) بهذا التحويل .

٢٢) أوجد مصفوفة التحويل التي تمثل تمدداً دوراناً مركزه نقطة الأصل ومعامله ـ ٢ ، ثم أوجد صورة النقطة (١ ، ٢) بهذا التحويل .

انتهت الأسئلة