دولة فلسطين	امتحان نهاية الفصل الأول للعام الدراسي	اسم الطالب :.....
وزارة التربية والتعليم العالي	٢٠١٩/٢٠٢٠م	زمن الامتحان : ساعتان ونصف
مديرية التربية والتعليم/ شرق خان يونس	المبحث :الرياضيات	التاريخ : ١٩/ ١٢/ ٢٠١٩ م
	الصف : الثاني الثانوي	الفرع : العلمي

القسم الأول : يتكون هذا القسم من أربعة أسئلة وعلى المشترك أن يجيب عنها جميعا

السؤال الأول : ضع رمز الإجابة الصحيحة في الجدول المخصص للإجابة (٣٠ علامة)

١) أي المصفوفات التالية منفردة ؟

أ) $\begin{bmatrix} ١٠ & ٢ \\ ١٥- & ٣ \end{bmatrix}$ ب) $\begin{bmatrix} \text{جتاس} & \text{جاس} \\ -\text{جاس} & \text{جتاس} \end{bmatrix}$ جـ) $\begin{bmatrix} \text{جا٢س} & \text{جتاس} \\ ٢\text{جاس} & ١ \end{bmatrix}$ د) $\begin{bmatrix} س & ٢ \\ ١+س & ٢ \end{bmatrix}$

٢) إذا كان $ن''(س) = (س-١)^{٦}(س-٥)^{٣}(س^{٢}-٦س+٩)$ فما الفترة التي يكون فيها ن (س) مقعرا لأعلى؟

أ) $[٥،\infty[$ ب) $]٥،\infty[$ جـ) $]-\infty،٥[$ د) $]-\infty،٥[$

٣) إذا كانت أ، ب مصفوفتين من الرتبة الثانية ، ما قيمة $|(٥أ)^{-١}.ب|$ ؟

أ) $\frac{|أ||ب|}{٢٥}$ ب) $\frac{|ب|}{|أ|٢٥}$ جـ) $\frac{|أ|٢٥}{|ب|}$ د) $\frac{٢٥|ب|}{|أ|}$

٤)إذا كان $٤س = (١-ص)(١+ص^{٢})(١+ص)$. أوجد $ص'$ ؟

أ) $ص^{-٣}$ ب) $-ص^{-٣}$ جـ) $-٤ص^{-٣}$ د) $-٤ص^{٣}$

٥) ن (س)متصل في ح حيث $ن'(٢) = ٠، ن'(س) = س^{٢}-٢س$. ما نوع النقطة (٢،ن(٢)) ؟

أ) عظمى محلية ب) صغرى محلية جـ) صغرى مطلقة د) انعطاف

٦) إذا متوسط تغير الاقتران $ن(س) = ٥س^{٢}+٣س+٢$ في الفترة $[١،ب]$ يساوي ٢٨ .فما قيمة ب ؟

أ) ٥ ب) ٤ جـ) ١ د) ٧

٧)إذا كان $ن(س) = \text{جتا}(-س)$ ، $س \in [-٢\pi، ٢\pi]$ ، فما قيمة س التي عندها مماس أفقي لـ ن(س) ؟

أ) $\{-\pi، ٠، \pi\}$ ب) $\{-\pi، \pi\}$ جـ) $\{\pi\}$ د) $\{\}$

٨) إذا كان $ن(س) = س^{ن}$ ، $ن \in ص^{+}$ وكان $ن^{(٣)}(س) = ٠ ٧٢ س^{ن-٣}$ ، فما قيمة ن ؟

أ) ١٠ ب) ٩ جـ) ٧ د) ٦

٩)إذا كان $ن(س) = \sqrt{٤س-س^{٢}}$ ، ما القيمة العظمى المطلقة للاقتران ن (س) في الفترة $[٠،٤]$ ؟

أ) صفر ب) ٢ جـ) ٤ د) $\sqrt{٨}$

١٠) إذا كان $ن(س) = \text{جاس}$ ، ما قيمة $(ن \circ ن')'(\frac{\pi}{٢})$ ؟

أ) صفر ب) ١ جـ) -١ د) ٢

١١) إذا كان ن(س^{٣}+١) = ٥هـ $^{س-١}$+لـو$_{هـ}$(٢+س)^{٣} ، ما قيمة ن$'$(٢)؟

أ) ١ ب) صفر جـ) ٤ د) ٢

١٢) إذا كان س ق ا ص = ١ ، ص ∈ $[\frac{\pi ٣}{٢}، \pi ٢[$. فما قيمة $\frac{د ص}{د س}$ ؟

أ) $-(١-س^{٢})^{\frac{-١}{٢}}$ ب) $(١-س^{٢})^{\frac{-١}{٢}}$ جـ) $س(١-س^{٢})^{\frac{-١}{٢}}$ د) $-س(١-س^{٢})^{\frac{-١}{٢}}$

١٣) إذا كان ص = س^{٣}+٧س ، ع = س^{٢}+٣س فما قيمة $\left|\frac{د ص}{د ع}\right|_{س=١}$ ؟

أ) ١٠ ب) ٥ جـ) ٢ د) $\frac{١}{٢}$

١٤) إذا كان $\begin{vmatrix} ١٢ & ٢ب \\ جـ & ء \end{vmatrix} = ١٠$ ، فما قيمة $\begin{vmatrix} ب & ا \\ ٣ء & ٣جـ \end{vmatrix}$ ؟

أ) ١٥ ب) −١٥ جـ) ٥ د) ٤٥

١٥) ما مجموعة قيم جـ التي تحددها نظرية رول على الاقتران ن(س) = جاس + جتاس في الفترة $[٠، \pi ٢]$؟

أ) $\{\frac{\pi}{٤}\}$ ب) $\{\frac{\pi ٥}{٤}\}$ جـ) $\{\frac{\pi}{٤}، \frac{\pi ٥}{٤}\}$ د) $\{\}$

١٦) إذا كان أ، ب مصفوفتين مربعتين ، وكان |أب| = ١٠ ، وكان |ا| + |ب| = ٧ ، فما قيمة |ا| − |ب|؟

أ) −٣ ب) ٣ جـ) ±٣ د) ٧

١٧) إذا كان ن(س) = س^{٢} [٢س + ١] ، فما قيمة هـ$'$(٢)$^{-}$ ؟

أ) ٨ ب) ١٦ جـ) ٢ د) غير موجودة

١٨) إذا كان ن(س) = س^{٣} ، هـ(١) = −١ ، هـ$'$(١) = ٢ . فما قيمة (ن هـ)$'$(١) ؟

أ) صفر ب) ١ جـ) ٢ د) −٢

١٩) إذا كان ن(س) = جاس + جتاس ، س ∈ $[٠، \frac{\pi}{٢}[$. فما قيم س التي عندها نقاط حرجة للاقتران ن(س) ؟

أ) $\{٠، \frac{\pi}{٤}\}$ ب) $\{٠\}$ جـ) $\{\frac{\pi}{٤}\}$ د) $\{\}$

٢٠) إذا كان ص^{٢} = ٢س ص − س^{٢} .فما ناتج $\frac{ص'}{ص}$؟

أ) −١ ب) $\frac{١}{س}$ جـ) س ص د) ١

السؤال الثاني : (٢٠ علامة)

أ) إذا كان $ه(س) = \frac{لـو(س-٣)}{س^{٢}}$. أوجـد $نهـا_{س \leftarrow ٢} \frac{س^{٢} ه(٢س) - ٢س ه(٤)}{٢ - س}$ (٧علامات)

ب)باستخدام طريقة جاوس حل النظام : $س + ٢ص = ٣$ ، $٢س + ٣ع = ٥$ ، $٥ص + ع = ٦$ (٧علامات)

ج) إذا كان $ص^{٣} = ٣س$ فأثبت أن $٣س \frac{د^{٢}ص}{د س^{٢}} + ٢ص^{٢} (\frac{د ص}{د س})^{٢} = ٠$ (٦علامات)

السؤال الثالث : (٢٠ علامة)

أ) إذا كان $ق(س) = ٠ ٢س^{٣} - ٠ ٦س^{٢} + ٠ ٦س$ ، أوجـد :

١) فترات التزايد والتناقص والقيم القصوى المحلية والمطلقة للاقتران ق(س) في الفترة $[-٣ ، ٣]$ (٧علامات)

٢) فترات التقعر للاقتران ق(س) في $]-٣ ، ٣[$ (٣علامات)

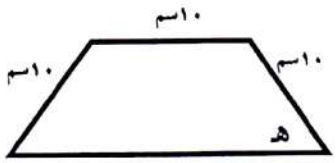
٣) قياس زاوية الانعطاف . (٢علامات)

ب) أثبت أن الاقتران $ق(س) = \begin{cases} س^{٢} + ١ & -٧ \leq س < ١ ، \\ ٢س & ١ \leq س \leq ٢٥ ، \end{cases}$ يحقق نظرية رول في $[-٧ ، ٢٥]$

ثم جد قيمة / قيم جـ التي تحددها النظرية . (٨علامات)

السؤال الرابع : (٢٠ علامة)

أ) شبة منحرف فيه ٣ أضلاع متساوية في الطول وطول كل منها ١٠ سم . أوجد قياس الزاوية هـ بحيث تكون مساحة شبه المنحرف أكبر ما يمكن (٨علامات)



ب) أوجد معادلة المماس المرسوم لمنحنى العلاقة $٣ص^{٢} - (س - ص)^{٣} + ٥ = ٠ ، ص > ٠$ عند نقطة تقاطع منحناها مع المستقيم $ص = س - ٢$ (١٢علامة)

←

القسم الثاني : يتكون هذا القسم من سؤالين وعلى المشترك أن يجيب عن أحدهما فقط

السؤال الخامس : (١٠علامات)

أ) إذا كان لمنحنى ق(س) = ا س^{٣} + ب س^{٢} + جـ س عند س = ٢ نقطة انعطاف أفقي ، والنقطة (٣، ٨) تقع على منحنى ق(س). أوجد قيم الثوابت ا، ب، جـ . (٥علامات)

ب)إذا كانت ا = $\begin{bmatrix} ٧ & ٣ \\ ١ & ٢ \end{bmatrix}$ ،أوجد المصفوفة س التي تحقق أن : ٢س + ا س = ا (٥علامات)

السؤال السادس : (١٠علامات)

أ) باستخدام خواص المحددات أثبت أن : $\begin{vmatrix} ١ & جـ - ب & ب \\ ١ & ا - جـ & جـ \\ ١ & ب - ا & ا \end{vmatrix}$ = (ا - جـ)(ا - ب) + (ب - جـ)^{٢} (٥علامات)

ب) يتحرك جسم على خط مستقيم وفق العلاقة هـ ^{٥ن} × ف = ٧هـ$^{٠.١ن}$ − ٧، بيّن أن تسارع الجسم في أي لحظة يساوي ٢٥ ف عدديا . (٥علامات)

انتهت الأسئلة

السؤال الأول: ضع رمز الإجابة الصحيحة

١ أي المصفوفات التالية منفردة

أ) $\begin{bmatrix} جا^2س & جتاس \\ 1 & جاس \end{bmatrix}$

المحدد $= جا^2س \times 1 - جاس \times جتاس = 0$

$\therefore$ جاس $= 0$

٢ $ق'(س) = (س-1)^6 (س-5)^3 (س-3)^2$

الأس الزوجي لا يؤثر عند الإشارة

$ق'(س) = 0 \Leftrightarrow س = 1, 3, 5$

+	+	−	−	+
	1	3	5	

سلوك $ق$ | إشارة $ق'$

ب) $ق$ متزايدة على $]5, \infty[$

٣ $أ ب$ مصفوفتان من الرتبة الثانية

ما قيمة $|(أ ب)^{-1}| = |(أ ب)^{-1}| \times |ب|$

$= \frac{1}{|أ ب|} \times |ب| = \frac{|ب|}{|أ| |ب|}$

ب) $= \frac{1}{|أ|}$

٤ $ع(س) = (1-ص)(1+ص^2)(1+ص)$

$ع(س) = (1-ص^2)(1+ص^2)$ (فرق بين مربعين)

$ع(س) = 1 - ص^4$ حيث $ص = ص(س)$

نشتق بالنسبة لـ س

$ع' = -4ص^3 \times ص'$

$ص' = \frac{1}{ص^3} = -ص^{-3}$

ب)

١

٥ $ق(س) = س^3 - 2س$ ، $ق(0) = 0$

$ق'(س) = 3س^2 - 2$

اختبار المشتقة الثانية لإيجاد القيم القصوى

$\because ق'(0) = 0$ ، $ق''(0) > 0 \Rightarrow ق(0)$ قيمة

أ) صغرى محلية

٦ $\frac{ق(ب) - ق(1)}{ب - 1} = 28$

$\frac{(5ب^2 + 3ب + 2) - 10}{ب - 1} = 28$

$5ب^2 + 3ب - 8 = 28ب - 28$

$5ب^2 - 25ب + 20 = 0$ ÷5

$ب^2 - 5ب + 4 = 0$

$(ب - 1)(ب - 4) = 0$

$ب = 1$ مرفوض ، $ب = 4$

ب)

٧ $ق(س) = جا(-س)$ ، $س \in [-2\pi, 2\pi]$

قيم $س$ التي عندها مماس أفقي لـ $ق(س)$

$\Leftrightarrow ق'(س) = 0$

$ق'(س) = -جا(-س) \times -1 = 0$

$جا(-س) = 0$

$-س = -\pi, 0, \pi, 2\pi$ (مرفوض)

$س = \pi, 0, -\pi$

أ)

مماس أفقي $\Leftrightarrow ق'(س) = 0$

عند الأطراف $ق(س)$ غير م.ج

٨) $ق(س) = س^{ن}$ ، $ق^{(٣)}(س) = ١٢٠ س^{ن-٢}$

الحل

$ق'(س) = ن س^{ن-١}$

$ق''(س) = ن(ن-١) س^{ن-٢}$

$ق^{(٣)}(س) = ن(ن-١)(ن-٢) س^{ن-٣} = ١٢٠ س^{ن-٣}$

$ن(ن-١)(ن-٢) = ١٢٠$

بالتجريب ثلاثة أعداد متتالية حاصل ضربها ١٢٠

$١٠ \times ٩ \times ٨ = ٧٢٠$

$ن = ١٠$ ⇐

د

٩) $ق(س) = ٢س - س^{٤}$ ، القيمة العظمى المطلقة لـ $ق(س)$ في $[٠ ، ٤]$

الحل $ق'(س) = ٢ - ٤س^{٣} = ٠$

$٤ - ٢س^{٣} = ٠$ ← $س = ٢ \in [٠ ، ٤]$

$ق(٠) = ٠$

$ق(٢) = ٤ - ٨ = -٤$ ← القيمة العظمى المطلقة

$ق(٤) = ٠$

ب

١٠) إذا كان $ق(س) = جتا س$

$ق'(س) = جتا س$ ← $ق'(\frac{\pi}{٢}) = ٠$

$ق''(س) = -جتا س$

$(ق \circ ق)'(\frac{\pi}{٢}) = ق'(ق(\frac{\pi}{٢})) \times ق'(\frac{\pi}{٢})$

$= ق'(٠) \times ٠ = ٠$ صفر

د

١١) $ق(س) = ٥ هـ^{س^{٣}+١} + لو_{هـ}(٢+س)^{٣}$

$ق'(س) = ٥ هـ^{س^{٣}+١} \times ٣س^{٢} + \frac{٣}{٢+س}$

عند $س = ١$

$ق'(١) = ٥ هـ^{١+١} \times ٣ \times ١ + \frac{٣}{٣}$

$ق'(١) = ٢ \times ٥ + ١ = ١١$

ج

١٢) $س \times ظاص = ١$ ، أوجد $\frac{دص}{دس}$ عندما $س = ٢$

الحل نشتق بالنسبة لـ $س$

$ظاص + س \times قاص ظاص \times \frac{دص}{دس} = ٠$

$\frac{دص}{دس} = \frac{-ظاص}{س \times قاص ظاص}$

$= \frac{-١}{س \times \frac{١}{س} \times قاص^{٢}ص}$

$= \frac{-١}{قاص^{٢}ص}$

$= -(١ - ظا^{٢}ص)$

$= ظا^{٢}ص - ١$

$= \frac{١}{س^{٢}} - ١$

$= \frac{١ - س^{٢}}{س^{٢}}$

ب

١٣) $ص = س^3 + ٧س$ ، $ع = س^2 + ٣س$

$$\frac{دع}{دص} = \frac{دع}{دس} \times \frac{دس}{دص} \quad \text{---(١)}$$

$$\frac{دص}{دس} = ٣س^2 + ٧ \Rightarrow \left|\frac{دص}{دس}\right|_{س=١} = \boxed{١٠} \quad \text{---*}$$

$$\frac{دع}{دس} = ٢س + ٣ \Rightarrow \left|\frac{دع}{دس}\right|_{س=١} = \boxed{٥}$$

$$\left|\frac{دع}{دس}\right|_{س=١} = \frac{دع}{دص} = \boxed{\frac{١}{١٠}} \quad \text{---**}$$

$$\frac{دع}{دص} = \frac{١}{٥} \times ١٠ = ٢$$

ب

١٤) $\begin{vmatrix} ج & د \\ ٢ا & ٣ب \end{vmatrix} = ١٠$

$$٢ \begin{vmatrix} ج & د \\ ا & ب \end{vmatrix} = ١٠ \leftarrow \begin{vmatrix} ج & د \\ ا & ب \end{vmatrix} = ٥$$

مساحة $\begin{vmatrix} ٣د & ٣ج \\ ب & ا \end{vmatrix} = ٣ \begin{vmatrix} د & ج \\ ب & ا \end{vmatrix}$

$= ٣ \times -١ \times \begin{vmatrix} ج & د \\ ا & ب \end{vmatrix}$

$= -٣ \times ٥ = \boxed{-١٥}$

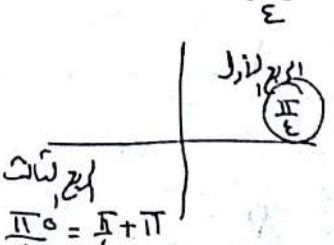
ب

١٥) $ق(س) = جتاس - جاس = ٠$

$جتاس = جاس$

$ظاس = ١$ ، $س \in [٠ ، ٢\pi]$

$س = \frac{\pi}{٤}$ ، $\frac{٥\pi}{٤}$



د

١٦) $|ا ب| = ٨ \leftarrow |ا| \times |ب| = ١٠$ ---(١)

$|ا| + |ب| = ٧$ ---(٢)

بتعويض عن $|ب| \div \frac{١٠}{|ا|}$ في معادلة (٢)

$$|ا| + \frac{١٠}{|ا|} = ٧ \quad (\times |ا|)$$

$$|ا|^2 + ١٠ = ٧|ا|$$

$$|ا|^2 - ٧|ا| + ١٠ = صفر$$

$$(|ا| - ٢)(|ا| - ٥) = صفر$$

$|ا| = ٢$ ، $|ا| = ٥$

$|ب| = ٥$ ، $|ب| = ٢$

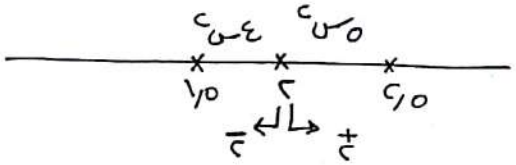
$|ا| - |ب| = ٣$ ، $|ا| - |ب| = -٣$

ج

١٧) $ق(س) = س^2 [٣س + ١]$ ، مماس $ق$ عند $س = ٢$

الحل

بإعادة تعريف $[٣س + ١]$



$ق(س) = ٧س^2 \leftarrow ق(٢) = ٧ \times ٤$

$= \boxed{٢٨}$

ب

(٤)

١٨ $ق(س) = س^3$ ، $ق(١) = -١$ ، $ق'(١) = ٢$.

$ق'(س) = ٣س^2$ ، $ق''(س) = ٦س$

فما قيمة

$(ق \cdot ق)'(١) = ق''(١) \times ق'(١) + ق'(١) \times ق(١)$

حاصل ضرب $= ٣ \times ٢ + ٦ \times -١$

$= ٦ - ٦ =$ صفر (د)

---

١٩ $ق(س) = جاس + جتاس$ ، $س \in [٠, \frac{\pi}{٢}[$

الحل $ق'(س) = جتاس - جاس = ٠$

$جتاس = جاس$

$ظاس = ١ \leftarrow س = \frac{\pi}{٤}$ بالإضافة

لـ $س = ٠$ طرف

(د) $\{٠, \frac{\pi}{٤}\}$

---

٢٠ $ص^2 = ٢س^2 ص - س^2$ ، فما ناتج $\frac{د ص}{د س}$

الحل

$٢ص ص' = ٢س ص + ص' \times ٢ - ٢س$

$ص ص' = س ص + ص - س$

$ص' (ص - س) = ص - س$

$ص' = \frac{ص - س}{ص - س} = ١$

(ج)

١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
ج	ب	ب	ب	ب	ب	د	د	ب	د
١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠
د	د	ج	ب	ج	ج	ب	د	د	د

السؤال الثاني

أ) $ق(س) = \frac{ه^{س^2} - ه^{(س-٣)}}{س - ٢}$ ، أوجد $\lim_{س \to ٢} \frac{س^2 ق'(س) - ٢س ق(٢)}{س - ٢}$ = $\frac{صفر}{صفر}$ ← شابت

الحل

باستخدام لوبتال (المشتقات) $= \lim_{س \to ٢} \frac{س^2 \times ق'(س) + ق(س) \times ٢س - (٢ \times ق(٢))}{١}$

$= \frac{٧ ق'(٣) + ٣ ق(٣) - ٢ ق(٣)}{١} = -٧ ق'(٣) - ٢ ق(٣)$ ——— *

$ق(٣) = \frac{ه^{(٣-٣)}}{١} =$ صفر ——— (١)

$ق'(س) = \frac{س^3 \times ه^{\frac{١}{س-٣}} - ه^{(س-٣)} \times ٢س}{س^4}$ ⟹ $ق'(٣) = \frac{١٤ \times \frac{١}{٣-٣} - ه^{(٣-٣)} \times ٧}{(٣)^3}$

$ق'(٣) = \frac{صفر - ١٤}{(٣)^3} = \frac{١٤}{١}$ ——— (٢)

بالعودة لـ (١) * المشتقات $= -٧ ق'(٣) - ٢ ق(٣) = -٧ \times \frac{١٤}{١} - ٢ \times ٠ =$ (-١٤)

ب) باستخدام جاوس حل النظام: $س + ٢ص = ٣$ ، $٢س + ٣ع = ٥$ ، $٥ص + ع = ٤$

الحل

$س + ٢ص + ٠ع = ٣$
$٢س + ٠ص + ٣ع = ٥$
$٠س + ٥ص + ع = ٤$

$\bar{أ} = \left[\begin{array}{ccc|c} ١ & ٢ & ٠ & ٣ \\ ٢ & ٠ & ٣ & ٥ \\ ٠ & ٥ & ١ & ٤ \end{array}\right]$ ⟹ $\bar{أ} = \left[\begin{array}{ccc|c} ① & ٢ & ٠ & ٣ \\ ٠ & -٤ & ٣ & -١ \\ ٠ & ٥ & ١ & ٤ \end{array}\right]$ ← $-٢ص_١ + ص_٢$

$\bar{أ} = \left[\begin{array}{ccc|c} ① & ٢ & ٠ & ٣ \\ ٠ & ① & -\frac{٣}{٤} & \frac{١}{٤} \\ ٠ & ٥ & ١ & ٤ \end{array}\right]$ ← $\frac{-١}{٤} ص_٢$

$\bar{أ} = \left[\begin{array}{ccc|c} ١ & ٢ & ٠ & ٣ \\ ٠ & ١ & -\frac{٣}{٤} & \frac{١}{٤} \\ ٠ & ٠ & \frac{١٩}{٤} & \frac{٣}{٤} \end{array}\right]$ ← $-٥ص_٢ + ص_٣$

$\bar{أ} = \left[\begin{array}{ccc|c} ١ & ٢ & ٠ & ٣ \\ ٠ & ١ & -\frac{٣}{٤} & \frac{١}{٤} \\ ٠ & ٠ & ① & \frac{٣}{١٩} \end{array}\right]$ ← $\frac{٤}{١٩} ص_٣$

$ع = \frac{٣}{١٩}$ ← $ص - \frac{٣}{٤} ع = \frac{١}{٤}$ ← $ص - \frac{٣}{٤} = \frac{١}{٤}$ ← $ص = ١$

$س + ٢ص + ٠ع = ٣$ ← $س + ٢ + ٠ = ٣$ ← $س = ١$

٦)

ج) إذا كان $ص^٣ = ٣س$ ، فأثبت أن $٣س \frac{د^٢ص}{دس^٢} + ٢ص \left(\frac{دص}{دس}\right)^٢ = ٠$

الحل نشتق العلاقة ضمنياً بالنسبة لـ س

$$٣ص^٢ \frac{دص}{دس} = ٣ \Rightarrow ص^٢ \frac{دص}{دس} = ١$$

نشتق ضمنياً بالنسبة لـ س

$$ص^٢ \frac{د^٢ص}{دس^٢} + \frac{دص}{دس} \times ٢ص \times \frac{دص}{دس} = ٠$$

$\times ص$

$$ص^٣ \frac{د^٢ص}{دس^٢} + ٢ص \left(\frac{دص}{دس}\right)^٢ = ٠$$

$\leftarrow ٣س$

$$٣س \frac{د^٢ص}{دس^٢} + ٢ص \left(\frac{دص}{دس}\right)^٢ = ٠$$

#

السؤال الثالث

أ) إذا كان $ق(س) = ٢٠س^٣ - ٦٠س^٢ + ٦٠س$ ، أوجد

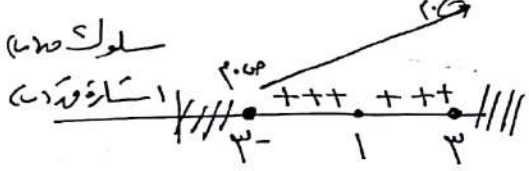
١) فترات التزايد والتناقص والقيم القصوى المحلية والمطلقة للاقتران $ق(س)$ في الفترة $[-٣، ٣]$

الحل $ق'(س) = ٦٠س^٢ - ١٢٠س + ٦٠ = ٠$

$س^٢ - ٢س + ١ = ٠$

$(س - ١)^٢ = ٠$

$س = ١$



$ق(س)$ متزايد على $[-٣، ٣]$

$(-٣، ق(-٣)) = (-٣، ١٢٦٠)$ ص. محلية (بداية تزايد) ومطلقة

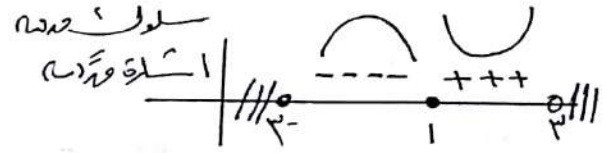
$(٣، ق(٣)) = (٣، ١٨٠)$ ع. محلية (نهاية تزايد) ومطلقة

---

٢) فترات التقعر للاقتران $ق(س)$ في $[-٣، ٣]$

$ق''(س) = ١٢٠س - ١٢٠ = ٠$

$س = ١$



$ق(س)$ مقعر للأسفل في $]-٣، ١[$ ومقعر للأعلى $]١، ٣[$

---

٣) قياس زاوية الانحراف .

$(١، ق(١)) = (١، ٢٠)$ نقطة انعطاف

لإيجاد زاوية الانحراف θ $\Rightarrow$ نضع $ق''(١) = ٠$

وعندها $\theta = ٠$ زاوية انحراف أفقي

(٨)

ب) أثبت أن $ه(س) = \begin{cases} س^2 + 1 & ، -٧ \leq س < 1 \\ ٢س & ، 1 \leq س \leq ٥ \end{cases}$ - تحقق نظرية رول في $[-٧ ، ٥]$

ثم جد قيمة جـ التي تحددها النظرية

الحل

١) نبحث في اتصال $ه(س)$ في $[-٧ ، ٥]$

$س^2 + 1$ كثير حدود متصل على $-٧ \leq س < 1$

$٢س$ خطي متصل على $1 < س \leq ٥$

عند $س = 1$ ، $ه(1^+) = ه(1) = ٢$ ، $ه(1^-) = ٢$

$ه(س)$ متصل على $[-٧ ، ٥]$

٢) نبحث في الاشتقاق على $]-٧ ، ٥[$

$ه'(س) = \begin{cases} ٢س & ، -٧ < س < 1 \\ ٢ & ، 1 < س < ٥ \\ ؟ & ، س = 1 \end{cases}$

$ه'(1^+) = ه'(1^-) = ٢$ $ه(س)$ قابل للاشتقاق على $]-٧ ، ٥[$

٣) $ه(-٧) = ٤٩ + 1 = ٥٠$ ، $ه(٥) = ٢ \times ٥ = ١٠$ ، وبما $ه(-٧) = ه(٥)$

$ه(س)$ تحقق شروط نظرية رول على $[-٧ ، ٥]$

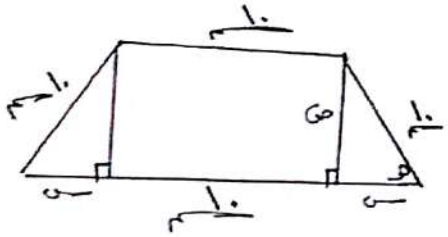
النتيجة: يوجد جـ $\in]-٧ ، ٥[$ بحيث أن $ه'(جـ) = ٠$

$ه'(جـ) = ٠ \leftarrow$ جـ $\in]-٧ ، 1[$ | $-٧ < س < 1$

$ه'(جـ) = ٠$ لا يوجد جـ | $1 < س < ٥$

السؤال الرابع

أ



م = ½ × (ق١ + ق٢) × الارتفاع

شبه المنحرف

م = ½ (١٠ + ١٠ + ٢س) × ص

م = (١٠ + س) × ص ——— (١)

$س^2 + ص^2 = 100$ ——— (٢)

$ص = \sqrt{100 - س^2}$ ——— *

م = (١٠ + س) × $\sqrt{100 - س^2}$ ——— *

$م' = (10 + س) \times \frac{-2س}{2\sqrt{100 - س^2}} + \sqrt{100 - س^2} \times 1 = 0$

$-س(10 + س) + (100 - س^2) = 0$

$-10س - س^2 + 100 - س^2 = 0$

$-2س^2 - 10س + 100 = 0$ ÷ (-2)

$س^2 + 5س - 50 = 0$

$(س + 10)(س - 5) = 0$

س = -١٠ ، س = ٥

لاحظ أن م يكبر عند س = ٥

س	٥
إشارة م'	+ ٠ -
سلوك م	↗ قيمة عظمى ↘

وعندما س = ٥ ⇒ ص = $\sqrt{100 - 25} = \sqrt{75} = 5\sqrt{3}$ سم

لإيجاد θ

$\tan\theta = \frac{ص}{س} = \frac{5\sqrt{3}}{5} = \sqrt{3}$

$\theta = \frac{\pi}{3}$

ب

$3ص^2 - (س - ص)^3 + 5 = 0$ ، $ص > 0$ عند نقطات تقاطع مخناها مع المستقيم $ص = س - 2$

$س - ص = 2$

الحل لإيجاد نقطات التقاطع

نفرض عند $(س - ص) = ج$ في المعادلة

$3ص^2 - (ج)^3 + 5 = 0$

$3ص^2 - 8 + 5 = 0$

$3ص^2 = 3 \Rightarrow ص^2 = 1$

$ص = -1$ ($ص > 0$)

وبالتعويض في معادلة المستقيم $س - ص = 2$

$س - (-1) = 2$

$س + 1 = 2 \leftarrow س = 1$

(١، -١) نقطة التماس ——— *

لإيجاد ميل المماس نشتق العلاقة الأساسية بالنسبة لـ س

$6ص \, ص' - 3(س - ص)^2 \times (1 - ص') = 0$

نعوض عن (١، -١) في المعادلة

$-6ص' - 3(1 + 1)^2 \times (1 - ص') = 0$

$-6ص' - 12 + 12ص' = 0$

$6ص' = 12 \leftarrow ص' = 2$

$م = ص' \Big|_{(1,-1)} = 2$ ——— **

معادلة المماس $ص - (-1) = 2(س - 1)$

$ص + 1 = 2س - 2$

$ص = 2س - 3$ ∎

السؤال الخامس :

أ $ق(س) = أس^3 + بس^2 + جس$ لها نقطة انعطاف أفقي عند $س = 2$

$\Leftarrow ق'(2) = 0$

$ق''(2) = 0$

$ق(3) = 7$ ، $ق(س)$ قابل للاشتقاق

الحل

$ق'(س) = 3أس^2 + 2بس + جـ$

$ق''(س) = 6أس + 2ب$

$\because ق''(2) = 0 \leftarrow 12أ + 2ب = 0$ ——— (١)

$\because ق'(2) = 0 \leftarrow 12أ + 4ب + جـ = 0$ ——— (٢)

$\because ق(3) = 7 \leftarrow 27أ + 9ب + 3جـ = 7$ ——— (٣)

(٣) ÷ ٣ ←

$9أ + 3ب + جـ = \frac{7}{3}$ ——— (٤)

(٤) - (٢) ← $3أ + ب = -\frac{7}{3}$ ——— (٥)

وبتعويض معادلة (١) على حدة $6أ + ب = 0$ ——— (٦)

(٦) - (٥) ← $3أ = \frac{7}{3}$ ← $أ = \frac{7}{9}$ ، $ب = \frac{-14}{3}$

بالتعويض في معادلة (٤) $9 \times \frac{7}{9} + 3 \times \frac{-14}{3} + جـ = 0$

$\frac{3}{3} - \frac{42}{3} + جـ = 0 \leftarrow جـ = \frac{35}{3}$

ب $أ = \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ ج & 1 \end{bmatrix}$ ، أوجد المصفوفة س بحيث $س أ + 2س = أ$

الحل

نفرض $س = \begin{bmatrix} س_{11} & س_{12} \\ س_{21} & س_{22} \end{bmatrix}$

$س أ + 2س = أ$

$س(أ + 2م_2) = أ$

(عندما نأخذ المصفوفة س عامل مشترك فإنها تصبح يمين)

$س = أ(أ + 2م_2)^{-1}$

$أ + 2م_2 = \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ ج & 1 \end{bmatrix} + 2\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 5 & 7 \\ ج & 3 \end{bmatrix}$

$(أ + 2م_2)^{-1} = \frac{1}{15 - 14} \begin{bmatrix} 3 & -7 \\ -ج & 5 \end{bmatrix}$

$س = \begin{bmatrix} 3 & -7 \\ 0 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -7 \\ -ج & 5 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 9 - 7ج & -21 + 35 \\ -6 + 10 & -14 + 25 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 2 - 7ج & 14 \\ 4 & 11 \end{bmatrix}$

$\because س = \begin{bmatrix} 2 - 7ج & 14 \\ 4 & 11 \end{bmatrix}$ ، $س = \begin{bmatrix} 3 & -7 \\ ج & -5 \end{bmatrix}$

$\therefore 2 - 7ج = 3 \leftarrow ج = -1$

$\therefore أ = \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$

$(أ + 2م_2)^{-1} = \begin{bmatrix} 5 & -7 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{15 + 7} \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}$

$= \frac{1}{22} \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}$

$س = أ(أ + 2م_2)^{-1}$

$= \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \times \frac{1}{22} \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}$

$= \frac{1}{22} \begin{bmatrix} 9 + 7 & 21 + 35 \\ -3 - 1 & -7 + 5 \end{bmatrix}$

$= \frac{1}{22} \begin{bmatrix} 16 & 56 \\ -4 & -2 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} \frac{8}{11} & \frac{28}{11} \\ -\frac{2}{11} & -\frac{1}{11} \end{bmatrix}$ #

السؤال السادس

أ) $\begin{vmatrix} 1 & جـ-ب & ب \\ 1 & أ-جـ & جـ \\ 1 & ب-أ & أ \end{vmatrix} = (أ-جـ)(أ-ب)+(ب-جـ)^2$

الحل

$$\begin{vmatrix} 1 & جـ & ب \\ 1 & أ & جـ \\ 1 & ب & أ \end{vmatrix} \xleftarrow{ع_3+ع_2+ع_1}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & جـ & ب \\ 0 & أ-جـ & جـ-ب \\ 0 & ب-جـ & أ-ب \end{vmatrix} \xleftarrow{\text{عامل مشترك } (أ-جـ)} \begin{vmatrix} 1 & جـ & ب \\ 0 & 1 & \frac{جـ-ب}{أ-جـ} \\ 0 & ب-جـ & أ-ب \end{vmatrix}$$

$$\xleftarrow{-ص_1+ص_3,\ -ص_1+ص_2} \begin{vmatrix} 1 & جـ & ب \\ 0 & أ-جـ & جـ-ب \\ 0 & ب-جـ & أ-ب \end{vmatrix}$$

$$\xleftarrow{(\ )\times ص_2+ص_3} \begin{vmatrix} 1 & جـ & ب \\ 0 & 1 & \frac{جـ-ب}{أ-جـ} \\ 0 & 0 & (أ-ب)+\frac{(جـ-ب)}{(أ-جـ)}\times(جـ-ب) \end{vmatrix}$$

$$= (أ-جـ)\times\left[1\times 1\times\left((أ-ب)+\frac{(جـ-ب)}{(أ-جـ)}\right)\right] = (جـ-ب)^2+(أ-ب)\times(أ-جـ)$$

#

ب) $ق_{ن+2}\times ف = 18ق_{ن+1} - 8$ ، بين أن $ت = ق_{ن}\times ف$

الحل

نقسم العلاقة على $ق_{ن}$

$$\boxed{ف = 18ق_{ن+1} - 8ق_{ن}}$$

$$ع = \frac{دف}{دن} = 18\times 10\times ق_{ن+1} - 8\times ق_{ن} = 0 \longrightarrow (18ق_{ن+1} + 8ق_{ن})$$

$$ت = \frac{دف}{دن} = 10\times(18\times 10\times ق_{ن+1} + 8\times ق_{ن})$$

$$= 10\times 10\times(18ق_{ن+1} - 8ق_{ن}) = 100\times ف$$

$$\boxed{ت = 100ف} \quad \#$$

تم بحمد الله.