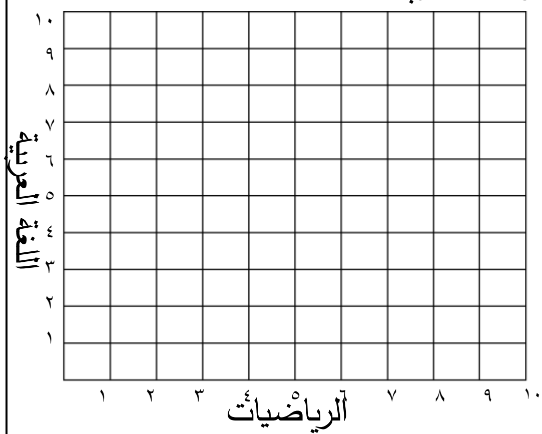
❖ الدرس الأول: الارتباط الخطي ❖

✍ **نشاط(١):** الجدول التالي يمثل علامات ١٠ طلاب في مادتي الرياضيات واللغة العربية

الرياضيات	٧	٥	٨	٩	٤	٢	١٠	٧	٣	٩
اللغة العربية	٩	٥	٧	١٠	٦	٣	١٠	٨	٢	٩



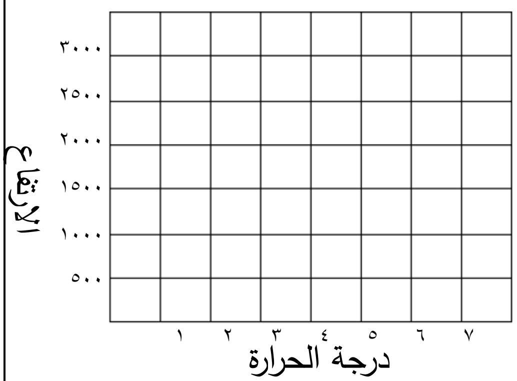
١) مثل النقاط على المستوى المقابل كأزواج مرتبة

٢) هل يمكنك رسم خط مستقيم تقريبي يمر بين جميع النقاط ؟

٣) حدد اتجاه المستقيم الناتج ....

✍ **نشاط (٢):** الجدول التالي يمثل العلاقة بين درجة حرارة عدة مدن جبلية و ارتفاع كل منها عن سطح البحر :

درجة الحرارة	٧	٢	٥	صفر	٢	٤	٣
الارتفاع	٥٠٠	١٥٠٠	١٠٠٠	٣٠٠٠	٢٥٠٠	١٠٠٠	٢٠٠٠



١) مثل النقاط على المستوى المقابل كأزواج مرتبة

٢) هل يمكنك رسم خط مستقيم تقريبي بين النقاط؟

٣) حدد اتجاه المستقيم الناتج ....

🕮 من خلال المقارنة بين النشاطين ماذا تلاحظ؟

....

🕮 الشكل الناتج من تعيين النقاط على المستوى الديكارتي يسمى ....

🕮 إذا رسم مستقيم يمر بمعظم النقاط في شكل الانتشار، فإن العلاقة بين المتغيرين خطية، وتسمى هذه العلاقة ....

🕮 الارتباط الخطي يكون إيجابياً إذا كان الخط المرسوم صاعد .... ويكون .... إذا كان صاعد لليسار.

🕮 إذا لم يكن هناك خط واضح بين النقاط فإن الارتباط يكون ضعيفاً أو قد يكون ليس هناك ارتباط مثل العلاقة بين طول الطالب ودرجة الامتحان، هل يمكنك إعطاء مثال آخر ؟ ....

❖ الدرس الثاني: معامل ارتباط بيرسون ❖

🕮 معامل ارتباط بيرسون هي أحد الطرق الحسابية التي يمكن من خلالها معرفة قيمة الارتباط بين متغيرين ويعتبر أقوى أنواع معاملات الارتباط كونه يقيس الارتباط بين القيم نفسها، وصيغته كالتالي:

$$\text{ر} = \frac{\sum_{\text{ك}=1}^{\text{ن}} \text{س}_{\text{ك}}\,\text{ص}_{\text{ك}} - \text{ن}\,\overline{\text{س}}\,\overline{\text{ص}}}{\sqrt{\sum_{\text{ك}=1}^{\text{ن}} \text{س}_{\text{ك}}^{2} - \text{ن}\,\overline{\text{س}}^{2}}\;\sqrt{\sum_{\text{ك}=1}^{\text{ن}} \text{ص}_{\text{ك}}^{2} - \text{ن}\,\overline{\text{ص}}^{2}}}$$

حيث: ن هي عدد قيم س أو ص.

$\overline{\text{س}}$: الوسط الحسابي لقيم س = $\frac{\sum \text{س}}{\text{ن}}$

$\overline{\text{ص}}$: الوسط الحسابي لقيم ص = $\frac{\sum \text{ص}}{\text{ن}}$

🕮 $-1 \leq$ ر ≤ 1 ، و كلما زادت | ر | فإن الارتباط يكون أقوى .

🕮 إذا كانت ر > صفر (موجبة) كان الارتباط إيجابياً، وإذا كانت ر < صفر (سالبة) كان الارتباط سلبياً.

🕮 أقوى أنواع الارتباط هو الارتباط التام حيث تكون قيمة ر = ١ (إيجابي تام) ، أو ر = −١ (سلبي تام) .

نشاط(١): الجدول التالي يوضح العلاقة بين علامات ٦ طلاب في مادتي العلوم والتاريخ

العلوم	١٠	٥	٧	١	٥	٢
التاريخ	٩	٧	٦	٤	٥	٥

س	ص	س×ص	س^{٢}	ص^{٢}
١٠	٩		١٠٠	
٥	٧	٣٥		٤٩
٧	٦		٤٩	
١	٤			١٦
٥	٥			
٢	٥			

١) أكمل الجدول المقابل

٢) $\overline{\text{س}}$ = ...

٣) $\overline{\text{ص}}$ = ...

٤) ر = ...

....

....

نشاط(٢): أكمل الجدول التالي ثم احسب معامل ارتباط بيرسون بين قيم س، ص.

س	ص	س×ص	س^{٢}	ص^{٢}
١٤	٣-			
١٢	٤			
٣	٢٠			
١٧	٧-			
٩	٦			

ن = ...

$\overline{\text{س}}$ = ...

$\overline{\text{ص}}$ = ...

ر = ...

....

....

....

نشاط(٣): قام باحث بدراسة أثر استخدام الجوال على التحصيل الدراسي للطلاب، فوجد لعينة مكونة من ١٠٠ طالب أن $\sum$س = ٣٠٠ ، $\sum$ص= ٧٠٠ ، $\sum$س ص = ٢٤٠٠ ، $\sum$س^{٢}= ٢٥٠٠ ، $\sum$ص^{٢}= ٥٠٠٠

هل تستطيع مساعدته في حساب معامل ارتباط بيرسون ؟

....

....

....

....

❖ **الدرس الثالث: معامل ارتباط سبيرمان** ❖

📖 معامل ارتباط سبيرمان: هو معامل يقيس الارتباط بين متغيرين بالاعتماد على ترتيب القيم تصاعدياً او تنازلياً من الأول حتى الأخير دون النظر للقيم نفسها، ولذلك يعتبر أقل دقة من معامل ارتباط بيرسون، وصيغته كالتالي:

$$ر_{س} = ١ - \frac{٦ \sum_{ك=١}^{ن} ف_{ك}^{٢}}{ن\,(ن^{٢} - ١)}$$

حيث: ن: عدد القيم

$\sum_{ك=١}^{ن}$ف^{٢} : مجموع مربعات الفروق بين رتب س ، ص .

📖 إذا تم ترتيب قيم س تصاعدياً فيجب ترتيب قيم ص تصاعدياً كذلك ، و العكس بالعكس.

📖 في حال تساوي قيمتين من قيم س أو ص فإننا نعطي لكل القيم المتساوية الرتبة نفسها و هي الوسط الحسابي لمجموع الرتبتين ، مثلاً لو كانت قيم س هي : ٣ ، ٧ ، ٥ ، ٤ ، ٥ ، نرتبها تصاعدياً كالتالي: ٣،٤،٥،٥،٧ فتكون ٣ لها الرتبة: ١، ٤ لها الرتبة: ٢، ٥، ٥ لأنهما متساويتان نعطيهما الرتبة الوسط بين ٣، ٤ و هي ٣,٥ و أخيراً ٧ لها الرتبة ٥ .

📖 يستخدم معامل ارتباط سبيرمان في العينات التي لا تخضع لقيم محددة ، مثل التقديرات العامة .

✍ **نشاط (١):** أجرى المعلم سباقين مختلفين بين ٥ طلاب من طلاب الصف فكانت نتيجة ترتيب السباقين كالتالي:

الطالب	أحمد	خالد	محمد	حسن	علي
ترتيب السباق الأول	الثالث	الخامس	الأول	الرابع	الثاني
ترتيب السباق الثاني	الثاني	الرابع	الثاني	الخامس	الأول

١) هل يمكن للمعلم إيجاد معامل ارتباط بيرسون بين السباقين؟ لماذا؟

....

٢) ساعد المعلم في حساب معامل ارتباط سبيرمان للرتب

....

....

....

س	ص	رتب س	رتب ص	ف	$ف^2$
الثالث	الثاني			٠,٥	
الخامس	الرابع				
الأول	الثاني	١	٢,٥	−١,٥	
الرابع	الخامس		٥		
الثاني	الأول	٢			
				$\sum ف^2$	

٣) ما تقديرك لمعامل ارتباط سبيرمان بين السباقين؟ ....

✍ **نشاط (٢):** احسب معامل ارتباط سبيرمان للرتب للقيم التالية :

س	١٥	٢٢	١٣	٧	٢٢	٣٠	١٤
ص	٨	١٤	١١	٢٥	١١	٦	١٣

س	ص	رتب س	رتب ص	ف	$ف^2$
				$\sum ف^2$	

....

....

....

....

✍ **نشاط (٣):** ١) إذا كان $\sum ف^2$ = ٢٤ لعينة مكونة من ٨ أفراد فإن معامل ارتباط سبيرمان بين قيم س، ص لتلك العينة هي ....

....

٢) حسب باحث مجموع مربعات الفروق بين رتب س، ص لعينة مكونة من ١٠ أشخاص فكانت قيمتها ٩٠ ، ما معامل ارتباط سبيرمان ؟ ....

....

٣) إذا كان معامل ارتباط سبيرمان = ٠,٨ لعينة مكونة من ١٢ شخصًا، احسب $\sum ف^2$

....

سامي أبو الخير

❖ الدرس الرابع: الانحدار الخطي البسيط ❖

📖 معادلة خط انحدار ص على س هي: **$\hat{ص}$ = أ س + ب** حيث: $أ = \dfrac{\sum_{ك=1}^{ن} س_ك ص_ك - ن\,\bar{س}\,\bar{ص}}{\sum_{ك=1}^{ن} س_ك^{2} - ن\,\bar{س}^{2}}$ و $ب = \bar{ص} - أ\,\bar{س}$

📖 معادلة خط الانحدار تعطي توقع علمي لقيمة أحد المتغيرين بدلالة الآخر.

✍ نشاط(١): الجدول التالي يمثل علامات ٥ طلاب في مادتي الرياضيات والفيزياء

الرياضيات	١٥	١٣	١٨	٢٠	٩
الفيزياء	١٧	١١	١٩	١٩	٩

س	ص	س×ص	$س^{٢}$

١– احسب معامل خط انحدار ص على س

$\bar{س}$ = ...

$\bar{ص}$ = ...

أ = ...

....

....

ب= ....

$\hat{ص}$ = ...

٢– إذا علمت أن علامة أحد الطلاب في الرياضيات كانت ١٨ ، ماذا تتوقع أن تكون علامته في الفيزياء ؟

....

✍ نشاط(٢):

١) إذا كان $\hat{ص}$ = ٣س–٥ و كانت $\bar{ص}$ = ١٠ احسب قيمة $\bar{س}$

....

....

٢) إذا كانت $\bar{س}$ = ٨ و كانت أ= ٧ ، ب = ٤ فما قيمة $\bar{ص}$ ؟

....

٣) إذا كانت $\bar{س}$ = ١١ ، $\bar{ص}$ = ١٣ ، ب= ٩ فإن أ = ...

$\hat{ص}$ = ...

إذا علمت أن قيمة المتغير الأول = ١٦ فإن قيمة المتغير الثاني المتوقعة = ...

إذا علمت أن قيمة المتغير الثاني المتوقعة كانت ٢٤ فإن قيمة المتغير الأول ستكون ....

❖ الدرس الخامس: مبدأ العد ❖

🕮 مبدأ العد الأساسي هو حاصل ضرب عدد الطرق الممكنة لإجراء عملية ما.

مثلاً: لو كانت هناك ٣ شوارع يمكن ان توصلك من بيتك إلى المدرسة ، و كنت تستطيع الذهاب للمدرسة إما مشياً على الأقدام أو بالدراجة فإن عدد طرق وصولك للمدرسة ستكون ٣×٢ = ٦ طرق مختلفة.

✍ إذا كان لديك ٥ صناديق مختلفة و كل صندوق فيه ٧ كرات مختلفة الألوان و اردت اختيار كرة واحدة من كل صندوق ، بكم طريقة مختلفة يمكن إجراء العملية ؟

....

✍ **نشاط (١):** يريد المعلم اختيار ٣ طلاب مختلفين من بين ١٥ طالباً فإن عدد طرق اختيار الطالب الأول = ...

عدد طرق اختيار الطالب الثاني = ... ، عدد طرق اختيار الطالب الثالث = ...

و بالتالي عدد طرق اختيار ٣ طلاب من بين ١٥ طالباً = ... × .... × ....=..........

✍ **نشاط (٢) :** كم عدداً زوجياً يمكن تكوينه من ٣ منازل من بين الأرقام ١–٢–٣–٤–٥ ؟

أ) اذا سمح بتكرار الرقم ....

ب) إذا لم يسمح بتكرار الرقم ....

✍ **نشاط(٣):** أ) بكم طريقة يمكن ل ٥ أشخاص الجلوس على ٩ كراسي؟

....

ب) بكم طريقة يمكن ترتيب ٥ أولاد من الأول حتى الخامس ؟

....

🕮 **في النشاط السابق يمكن أن نصل لمفهوم مضروب العدد ن:** هو حاصل ضرب العدد الطبيعي في جميع الأعداد الطبيعية الموجبة الأقل منه و يرمز له بالرمز ن! ، أي أن: ن!= ن×(ن–١)×(ن–٢).....×٣×٢×١

🕮 ٠! = ١

✍ ما قيمة ٤! = ...

٧! = ...

إذا كانت ن!= ٧٢٠ فإن ن = ... لأن ١×٢×..........................= ٧٢٠

⚐ لاحظ أن: $\frac{٧!}{٦!}$ = ... أي أن: $\frac{ن!}{(ن-١)!}$ = ...

✍ **نشاط(٤):** جد قيمة ما يلي:

١) ٥! – ٣! = ...

٢) $\frac{١٠٠!}{٩٨!}$ = ...

٣) $\frac{٩! \times ٤!}{٧!}$ = ...

٤) $\left(\frac{٥!}{٣!}\right)!$ = ...

٥) $\frac{١٥! \times ١٢!}{١٧! \times ١٣!}$ = ...

✍ **نشاط(٥):** اختصر بأبسط صورة:

١) $\frac{(ن+١)!}{(ن-١)!}$ = ...

٢) $\frac{(ن-١)!}{(ن-٣)!}$ = ...

٣) $\frac{ن!}{(ن+٢)!}$ = ...

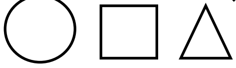
✍ **نشاط(٦):** ١) إذا كان (٢ن-١)! = ١٢٠ فإن ن = ...

٢) إذا كان (ن-٤)!=١ فإن ن= ....

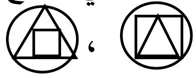
٣) إذا كان ن!= ٢٤ فإن (٣ن-٧)!=..

٤) إذا كان $\frac{(ن+١)!}{(ن-١)!}$ = ٦ فإن ن= ....

❖ **الدرس السادس: التباديل** ❖



✍ نشاط عملي: ضع الأشكال التالية داخل بعضها البعض بطرق مختلفة:

مثلاً:  ، .... ، ....

بكم طريقة مختلفة يمكن ترتيب تلك الأشكال ؟ ....

ما مفهومك للتباديل ؟ ....

هل الترتيب شيء أساسي في التباديل ؟ ....

📖 **التباديل:** هي عدد الطرق المختلفة لاختيار عدد من عناصر مجموعة ما مع مراعاة الترتيب ويرمز لها ل(ن،ر)

حيث ن≥ ر ، وتكون: ل(ن،ر) = $\frac{ن!}{(ن-ر)!}$ = ن×(ن-١)×(ن-٢)..... ×(ن-ر+١)

فمثلاً عدد طرق اختيار ٣ عناصر بالترتيب من مجموعة تحتوي على ٧ عناصر: ل(٧،٣)= ٧×٦×٥= ٢١٠ طريقة

✍ **نشاط(١):** جد قيمة ما يلي:

(١) ل(٥،٢) ....

(٢) ل(٨،٥) ....

(٣) ل(٤،٤) ....

(٤) ل(٤،٣) ....

(٤) ل(١٢،١) ....

(٥) ل(٩،٠) ....

📖 **من النشاط السابق يمكن استنتاج القوانين التالية:**

١) ل(ن ، ن) = ن! ٢) ل(ن،١)= ن ٣) ل(ن ، ٠)= ١ ٤) ل(ن ، ن -١) = ل(ن ، ن)

✍ هل يمكنك استنتاج تلك القوانين بصورة أخرى ؟

....

....

....

....

نشاط(٢): جد قيمة ن في المسائل التالية:

١) ل(٦،ن)= ١٢٠ ....

٢) ل(ن−٣، ٢) = ٧٢ ....

٣) إذا كان ن!= ٢٤ فإن ل(٢ن −١، ٣) = ...

نشاط(٣): ١) بكم طريقة يمكن اختيار ٣ كرات مختلفة من صندوق فيه ٨ كرات مختلفة الألوان ؟

....

٢) بكم طريقة يمكن جلوس ٤ أشخاص في صف واحد به ٩ مقاعد ؟

....

❖ **الدرس السابع: التوافيق** ❖

✍ **نشاط عملي:** أراد أب اختيار ٣ أبناء من أبنائه الخمسة لمرافقته في رحلة ما ، بين بكم طريقة يمكن اختيار أفراد الرحلة؟(لاحظ هنا أن ترتيب المجموعة غير مهم)

....

📖 **التوافيق:** هي عدد الطرق المختلفة لاختيار عدد من عناصر مجموعة ما دون شرط الترتيب، و يرمز لها $\binom{\text{ن}}{\text{ر}}$

حيث: ن≥ر ، و تكون $\binom{\text{ن}}{\text{ر}} = \frac{\text{ل(ن،ر)}}{\text{ر!}} = \frac{\text{ن!}}{\text{ر! (ن−ر)!}}$

✍ **نشاط(١):** جد قيمة ما يلي:

١) $\binom{٧}{٤}$ = ...

٢) $\binom{٧}{٣}$ = ...

٣) $\binom{٦}{٠}$ = ...

٤) $\binom{٦}{٦}$ = ...

٥) $\binom{٥}{٤}$ = ...

٦) $\binom{٥}{١}$ = ...

📖 **من خلال النشاط السابق يمكن استنتاج القوانين التالية:**

١) $\binom{\text{ن}}{\text{ر}} = \binom{\text{ن}}{\text{ن−ر}}$ ، ٢) $\binom{\text{ن}}{\text{ن}} = \binom{\text{ن}}{٠} = ١$ ، ٣) $\binom{\text{ن}}{\text{ن−١}} = \binom{\text{ن}}{١} = \text{ن}$

✍ هل يمكنك استنتاجها بطريقة أخرى ؟

....

....

....

....

....

....

✍ **نشاط(٢):** جد قيم $ن$ في كل من الحالات التالية:

١) $\binom{ن}{٢} = ١٥$ ....

٢) $\binom{ن}{٨} = \binom{ن}{١٢}$ ....

٣) $\binom{٧}{ن} = \binom{٧}{٤}$ ....

٤) $\binom{١٠}{٢ن} = \binom{١٠}{ن+١}$ ....

٥) $\binom{١٦}{٣ن} = \binom{١٦}{٥ن}$ ....

✍ **نشاط(٣):** ١) بكم طريقة يمكن اختيار ٤ أفراد من مجموعة مكونة من ٩ أفراد دون مراعاة للترتيب؟

....

٢) عائلة مكونة من ٥ بنات و٧ أولاد، وضح عدد طرق اختيار بنتين و٣ أولاد؟

....

٣) صندوق به ١٠ ألعاب مختلفة الشكل، وضح كيف يمكن اختيار ٤ ألعاب من بينها في حال:

أ) تم اختيار الألعاب في نفس الوقت ....

ب) تم اختيار الألعاب على التوالي دون إرجاع اللعبة المختارة ....

ج) تم اختيار الألعاب على التوالي مع إرجاع اللعبة المختارة ....

السؤال الثالث: اختصر بأبسط صورة:

١) $\frac{(ن+٣)!}{(ن+١)!}$

٢) $\binom{ن+٢}{٢}$

....

....

....

....

....

٣) $\frac{ل(ن ، ن)}{ل(ن ، ن-٢)}$

٤) $ر! \times \binom{ن}{ر}$

....

....

....

....

....

❖ الدرس الثامن: نظرية ذات الحدين ❖

📖 إذا كانت: ن عدد طبيعي، فإن : $(\text{أ}+\text{ب})^{\text{ن}} = \sum_{\text{ر}=0}^{\text{ن}} \binom{\text{ن}}{\text{ر}} \text{أ}^{\text{ن}-\text{ر}}\,\text{ب}^{\text{ر}} = \binom{\text{ن}}{0}\text{أ}^{\text{ن}}\,\text{ب}^{0} + \binom{\text{ن}}{1}\text{أ}^{\text{ن}-1}\,\text{ب}^{1} + \binom{\text{ن}}{2}\text{أ}^{\text{ن}-2}\,\text{ب}^{2} + \dots + \binom{\text{ن}}{\text{ن}}\text{أ}^{0}\,\text{ب}^{\text{ن}}$

✍ **نشاط(١):** جد مفكوك كل من:

١) $(\text{س}+3)^{5} =$ ....

....

....

٢) $(\text{س}-2)^{6} =$ ....

....

....

٣) $(4-\text{س})^{3} =$ ....

....

....

٤) $(3\text{س}+5)^{4} =$ ....

....

....

٥) $(2\text{س}-\frac{1}{2})^{5} =$ ....

....

....

٦) $\frac{(\text{س}+2)^{35}}{(\text{س}+2)^{31}} =$ ....

....

....

📖 قيمة الحد العام : $\text{ع}_{\text{ر}+1} = \binom{\text{ن}}{\text{ر}} \text{أ}^{\text{ن}-\text{ر}}\,\text{ب}^{\text{ر}}$

📖 عدد حدود مفكوك $(\text{س}+\text{أ})^{\text{ن}} = \text{ن}+1$

📖 إذا كان ن عدداً زوجياً فيكون عدد الحدود فردياً وبالتالي هناك حد أوسط وحيد رتبته: $\frac{\text{ن}}{2}+1$ أو بصيغة أخرى: $\frac{\text{ن}+2}{2}$

أما إذا كان ن عدداً فردياً فيكون عدد الحدود زوجياً وبالتالي هناك حدين أوسطين رتبتيهما: $\frac{\text{ن}+1}{2}$ ، $\frac{\text{ن}+3}{2}$

📖 الحد الذي يحتوي على $\text{س}^{\text{ر}}$ في مكوك $(\text{س}+\text{أ})^{\text{ن}}$ رتبته : $\text{ن}-\text{ر}+1$ مثلاً: الحد الذي يحتوي على س^{5} في مفكوك:

$(\text{س}-3)^{8}$ هو الحد الرابع $(8-5+1) = 4$

سامي أبو الخير

نشاط(٢): ١) ما قيمة الحد الرابع في مفكوك $(س+٣)^{٥}$..............................

....

٢) ما قيمة الحد السابع في مفكوك $(٢-٥س)^{٩}$ ....

....

٣) ما قيمة الحد قبل الأخير في مفكوك $(٢س-١)^{٩}$.................................

....

٤) ما قيمة الحد الأخير في مفكوك $(٧س - \frac{٣}{٤})^{٤}$ ....

....

٥) ما عدد حدود مفكوك $(٧س-٤)^{١٣}$ ....

٦) ما هي رتبتا الحدين الأوسطين في المفكوك السابق؟ ....

٧) الحد الذي له نفس معامل الحد ٢٣ في مفكوك $(س+ص)^{٢٥}$ هو ....

٨) إشارة الحد السادس في مفكوك $(٥س-٨)^{١٥}$ ....

٩) رتبة الحد الذي يحتوي على $س^{٦}$ في مفكوك $(س+٢)^{١٤}$ هي ....

١٠) ما قيمة معامل $س^{٧}$ في مفكوك $(٢س-٣)^{١٠}$.......................................

....

....

١١) ما قيمة الحد الأوسط في مفكوك $(٢س+٥)^{٨}$ ....

....

....

١٢) ما قيمة الحدين الأوسطين في مفكوك $(\frac{١}{٢}س - ٣)^{٥}$ ....

....

....

١٣) استخدم مفكوك ذات الحدين في إيجاد قيمة $(١,٢٣)^{٤}$ لأقرب ٣ منازل ....

....

....

مع تمنياتنا لكم بالتفوق والنجاح

أ. سامي عبد العزيز أبو الخير

٠٥٩٩٦١٦٢٤٧