الأول

في مادة الرياضيات لطلبة الثانوية العامة

"للفرعين العلمي والصناعي"

المراجعة النهائية

" الوحدة الثانية : تطبيقات التفاضل"

من إعداد :

أ. موسى ابراهيم خضر

الطبعة الأولى – ٢٠٢٠ –

السؤال الأول / ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة

١) إذا كان $ق(س) = س^{٢} - س - ٦$ يحقق رول في $[٠، أ]$ ، فإن قيم/ة الثابت $أ =$

أ) صفر　　ب) ٠، ١　　ج) ١　　د) ١، ٢

٢) إذا كان $ق(س) = س^{٤} - ٢س^{٢}$ يحقق رول في $[-١، ١]$ ، فإن قيم/ة جـ التي تُعينها النظرية في هذه الفترة هي :

أ) $\{\pm ١\}$　　ب) $\{٠، \pm ١\}$　　ج) $\{٠\}$　　د) $\{٠، \pm \frac{١}{٢}\}$

٣) إذا كان $ق(س) = ٤$ ، $س \in [٣، ٥]$ ، فإن قيم/ة جـ التي تُعينها النظرية في هذه الفترة هي :

أ) $\{٣، ٥\}$　　ب) $\{٤\}$　　ج) $[٣، ٥]$　　د) $]٣، ٥[$

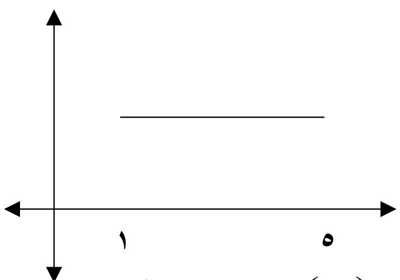
٤) قيم/ة جـ التي تُعينها نظرية القيمة المتوسطة للإقتران $ق(س) = \frac{س^{٣}}{٣} - ٢س$ في $[٠، ٣]$ هي :

أ) $\{٣\}$　　ب) $\{\pm \sqrt{٣}\}$　　ج) $\{\pm ٣\}$　　د) $\{\sqrt{٣}\}$

٥) إذا كان $ق(س) = ٣س$ ، $س \in [٢، ٤]$ ، فإن قيم/ة جـ التي تعينها نظرية القيمة المتوسطة للاقتران $ق(س)$ هي :

أ) ح　　ب) $\{٣\}$　　ج) $[٢، ٤]$　　د) $]٢، ٤[$

٦) قيم/ة جـ التي تحققها نظرية رول للاقتران $ق(س)$ في الشكل المجاور هي :



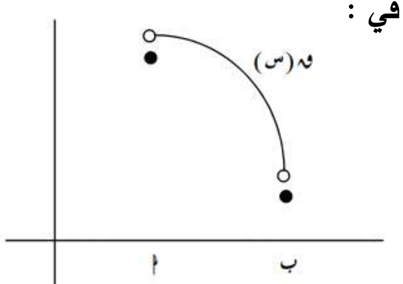
أ) $]١، ٥[$　　ب) $[١، ٥]$

ج) $\{١، ٥\}$　　د) $\emptyset$

٧) إذا كان $ق(س)$ مُعرفاً على $ح - \{٠\}$ ، وكان $ق'(س) = ١ - \frac{١}{س^{٢}}$ ، فإن $ق(س)$ يكون متزايد في :

أ) $[-١، ١]$　　ب) $ح - [-١، ١]$　　ج) $[-١، ٠[\cup]٠، ١]$　　د) $ح - \{٠\}$

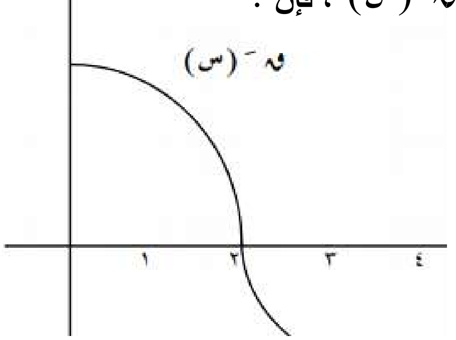
٨) في الشكل المجاور ، إذا كان $ق(س)$ مُعرفاً على $[أ، ب]$ ، فإن $ق(س)$ متناقص في :



أ) $[أ، ب]$　　ب) $]أ، ب]$

ج) $]أ، ب[$　　د) $[أ، ب[$

٩) إذا كان $ق(س)$ مُعرف ومُتصل في $[٠، ٣]$ ، وكان الشكل المجاور يمثل منحنى $ق'(س)$ ، فإن :



أ) $ق(س)$ مقعر لأعلى في $]٢، ٣[$

ب) $ق(س)$ متناقص في $[٠، ٢]$

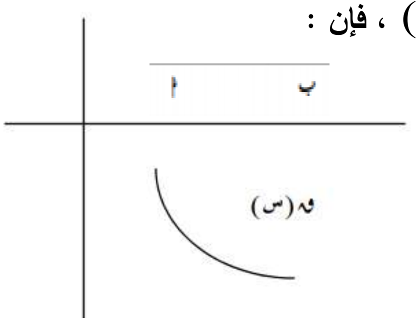
ج) $ق(س)$ متزايد في $[٠، ٢]$

د) $(٢، ق(٢))$ قيمة عظمى محلية

١٠) إذا كان ق(س) = س^٣ متزايداً في [١، ٣] ، فإن العبارة الصحيحة فيما يلي :

أ) س^٣ − ٢٧ ≤ ٠ ب) س^٣ − ٢٧ ≥ ٠ جـ) ١ − س^٣ ≤ ٠ د) أ، جـ معاً

١١) إذا كان هـ(س) = س ق(س) ، وكان الشكل المجاور يمثل منحنى ق(س) ، فإن :



أ) هـ(س) متزايد في [أ، ب]

ب) هـ(س) متناقص في [أ، ب]

جـ) (أ، هـ(أ)) قيمة صغرى محلية

د) (ب، ق(ب)) قيمة عظمى محلية

١٢) إذا كان ق(س) = جا(٢س) − ٢س ، س ∈ [π/٢ ، ٣π/٢] ، فإن ق(س) :

أ) متزايد في [π/٢ ، π] ب) متزايد في [π ، ٣π/٢] جـ) متناقص في [π/٢ ، π] د) متناقص في [π/٢ ، ٣π/٢]

١٣) إذا كان ق(س) كثير حدود من الدرجة الخامسة ومعرفاً على]أ، ب[، فإن أكبر عدد ممكن للنقاط الحرجة لـ ق(س):

أ) ٤ ب) ٥ جـ) ٦ د) ٣

١٤) إذا كان ق(س) كثير حدود من الدرجة الرابعة ومعرفاً على [أ، ب] ، فإن أكبر عدد ممكن للنقاط الحرجة لـ ق′(س):

أ) ٢ ب) ٣ جـ) ٤ د) ٥

١٥) إذا كان ق(س) = جـ ، جـ ∈ ط ، س ∈ [أ، ب] ، فإن مجموعة الإحداثيات السينية للنقاط الحرجة لـ ق(س) هي :

أ) ∅ ب) جـ جـ)]أ، ب[د) [أ، ب]

١٦) إذا كان ق(س) = س + ٤/س ، فإن الإحداثيات السينية للنقاط الحرجة للاقتران ق(س) هي :

أ) {٠، ±٢} ب) {٠} جـ) {±٢} د) {±٤}

١٧) إذا كان ق(س) = √(س^٢ − ٤س) ، فإن عدد النقاط الحرجة للاقتران ق(س) هي :

أ) ٢ ب) ٣ جـ) ١ د) لا توجد نقاط حرجة

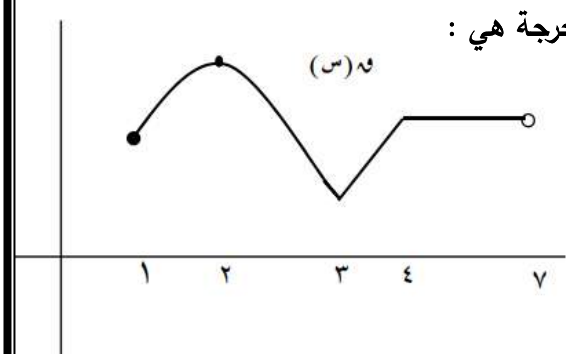
١٨) إذا كان ق(س) = { س^٢ − ٦س ، ٠ < س < ٤ ؛ −٨ ، ٤ ≤ س ≤ ٨ } ، فإن مجموعة الاحداثيات السينية للنقاط الحرجة لـ ق(س) :

أ) {١/٤، ٣} ∪ [٤، ٨] ب) {٣، ٤، ٨} جـ) {٠، ١/٤، ٣، ٤، ٨} د) {٣} ∪ [٤، ٨]

١٩) يمثل الشكل المجاور منحنى ق(س) ، فإن الإحداثيات السينية للنقاط الحرجة هي :

أ) {١، ٢} ∪ [٤، ٧[ب) {١، ٢، ٣} ∪ [٤، ٧[

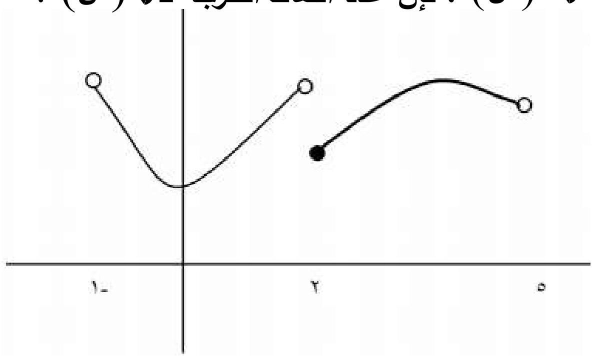
جـ) {١، ٢، ٣، ٤} د) {١، ٢، ٣} ∪]٤، ٧[



٢٠) إذا كان ق(س) مُعرفاً على $[-١، ٥[$ ، وكان الشكل المجاور يمثل ق′(س) ، فإن عدد النقاط الحرجة لـ ق(س) :

أ) ٢ ب) ٣

جـ) ٤ د) ٥



٢١) أكبر قيمة للمقدار جاس + جتاس في الفترة $\left[٠، \frac{\pi}{٤}\right]$ هي :

أ) ١ ب) $٢\sqrt{٢}$ جـ) $\sqrt{٢}$ د) $\frac{١}{٢}$

٢٢) للاقتران ق(س) = $س^٣ - ٣س$ ، س ∈ [٠، ٢] قيمة عظمى مُطلقة عند س =

أ) صفر ب) ١ جـ) ١− د) ٢

٢٣) القيمة الصغرى المُطلقة للاقتران ق(س) = $لـو_هـ\left(س + \frac{١}{س}\right)$ ، س > ٠ تساوي :

أ) صفر ب) ١ جـ) $لـو_هـ ٢$ د) $١ - لـو_هـ ٢$

٢٤) إذا كانت (٢، −٨) صغرى محلية للاقتران ق(س) = $أ س^٢ - ٢ب س$ ، فإن المقدار أ + ب يساوي :

أ) ٦ ب) ٨ جـ) ٧ د) ١٣

٢٥) إذا كانت (١، −٣) عظمى محلية للاقتران ق(س) ، وكان هـ(س) = س ق(س) ، فإن هـ′(١) =

أ) صفر ب) ١ جـ) −٣ د) −٢

٢٦) إذا كان ق(س) متصلاً على ح ، وكان ق′(١) = ق′(٣) = ٠ ، وكان ق″(س) < ٠ ، ∀ س ∈ ح ، فإن :

أ) ق(١) > ٠ ب) ق(١) صغرى محلية جـ) ق(١) = ق(٣) د) ق(٣) عظمى محلية

٢٧) إذا كان ق(س) متصلاً على [٠، ٥] ، وله ٣ نقاط حرجة في [٠، ٥] ، وكان ق′(٢) = ٠ ، وكان ق″(٣) > ٠ ، ق″(٢) × ق″(٣) < ٠ ، فإن :

أ) ق′(٣) = ٠ ب) ق(٥) عظمى محلية جـ) ق(٢) صغرى محلية د) ق(٠) صغرى محلية

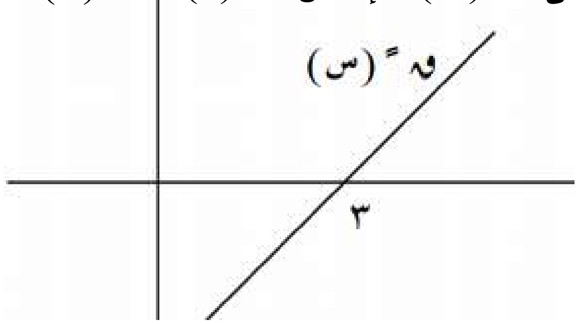
٢٨) إذا كان ق(س) متصلاً على [١، ٥] ، وله ٣ نقاط حرجة في [١، ٥] ، وكان ق′(٤) = ٠ ، حيث أن ق(س) واقعاً فوق جميع مماساته في هذه الفترة ، فإن العبارة الصحيحة فيما يلي هي :

أ) ق″(٤) = ٠ ب) ق(٤) < ق(٣) جـ) ق(٤) > ق(٣) د) ق(٤) = ق(٣)

٢٩) إذا كان ق(س) معرفاً على ح ، وكان الشكل المجاور يمثل منحنى ق″(س) ، فإذا كان ق′(٢) = ق″(٣) ، فإن :

أ) ق″(٢) = ٠ ب) ق(٢) عظمى محلية

جـ) ق(٢) صغرى محلية د) المعطيات غير كافية



٣٠) إذا كان ق(س) معرفاً على [−٢،٠] ، وكانت $\lim\limits_{س \leftarrow -٢^{+}}$ ق(س) = ٤ ، وكان ق(−٢) = ١ ، فإن :

أ) ق(س) غير متصل عند س = ٠ ب) ق(٠) < ق(٤)

ج) ق(−٢) صغرى محلية د) ق(س) مقعر لأعلى في]−٢،٠[

٣١) يكون الاقتران ق(س)=جتا^{٢}س ، س ∈ $[٠، \frac{\pi}{٢}]$ ، واقعاً أسفل مماساته في :

أ) $]\frac{\pi}{٤}، \frac{\pi}{٢}[$ ب) $]٠، \frac{\pi}{٢}[$ ج) $]\frac{\pi}{٣}، \frac{\pi}{٢}[$ د) $]٠، \frac{\pi}{٤}[$

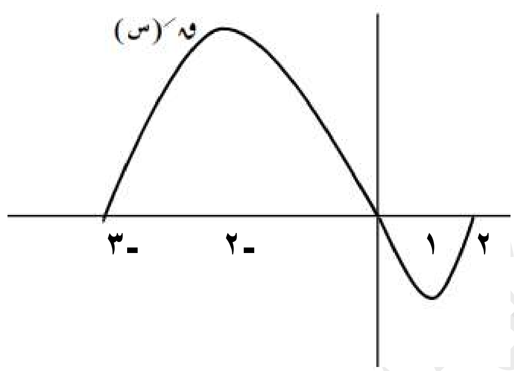
٣٢) إذا كان ق(س) كثير حدود من الدرجة الثالثة معرفاً على الفترة [أ،ب] ، فإن أقصى عدد ممكن من نقاط الانعطاف للاقتران ق(س) يساوي :

أ) صفر ب) ١ ج) ٢ د) ٣

٣٣) إذا كان ق(س) معرفاً ومتصلاً على ح − {١}، وكان ق′(س) = $\frac{س + ١}{س^{٢} - ١}$ ، فإن الاحداثي السيني لنقاط الانعطاف :

أ) {١} ب) {±١} ج) {−١} د) ∅

٣٤) يكون ق(س) مقعراً لأعلى في :



أ)]٠،٢[

ب)]−٢،٢[

ج)]−٣،٠[

د)]−٣،−٢[∪]١،٢[

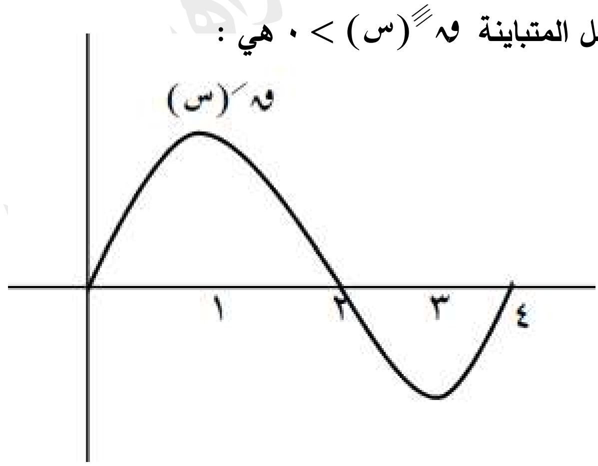
٣٥) إذا كان ق′(س) = س^{٢} − ٤س + ٥ ، فإن زاوية الانعطاف للاقتران ق(س) تساوي :

أ) $\frac{\pi}{٣}$ ب) $\frac{\pi}{٤}$ ج) $\frac{\pi}{٢}$ د) $\frac{٣\pi}{٤}$

٣٦) إذا كانت (٢، −١٦) نقطة انعطاف للاقتران ق(س) = أس^{٣} − ب س^{٢} ، فإن أ ب =

أ) ٦ ب) ٤ ج) −٨ د) −٤

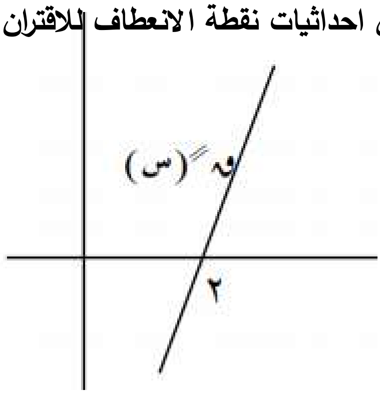
٣٧) إذا كان الشكل المجاور يمثل منحنى ق′(س) ، فإن مجموعة حل المتباينة ق″(س) > ٠ هي :



أ)]٠،٢[ب)]٠،١[

ج)]١،٣[د)]٢،٤[

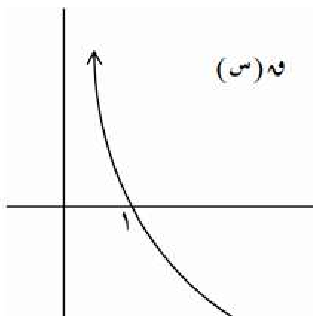
٣٨) إذا كان الشكل المجاور يمثل منحنى ق″(س) ، وكان ق(س) متصل ، فإن احداثيات نقطة الانعطاف للاقتران ق(س) هي :



أ) (٢،٠)   ب) (٢،ق(٢))

جـ) (٠،٢)   د) لا توجد نقاط انعطاف

٣٩) إذا كانت ق″(س) موجودة ، فإن العبارة الصحيحة دائماً هي :



أ) ق(١) < ق′(١) < ق″(١)

ب) ق″(١) < ق(١) < ق′(١)

جـ) ق′(١) < ق″(١) < ق(١)

د) ق′(١) < ق(١) < ق″(١)

٤٠) إذا كان ق(١) = ٨ ، ق′(١) = ٠ ، ق″(١) = −٥ ، فإن العبارة الصحيحة للاقتران ق(س) فيما يلي هي :

أ) ق(س) له قيمة صغرى محلية عند س = ١

ب) القيمة الصغرى المحلية للاقتران ق(س) هي ٨

جـ) ق′(س) له قيمة عظمى محلية عند س = ١

د) القيمة العظمى المحلية للاقتران ق(س) هي ٨

إجابات السؤال الأول:

السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
الإجابة	جـ	جـ	د	د	د	أ	جـ	ب	جـ	د
السؤال	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠
الإجابة	ب	د	أ	أ	د	جـ	أ	د	ب	أ
السؤال	٢١	٢٢	٢٣	٢٤	٢٥	٢٦	٢٧	٢٨	٢٩	٣٠
الإجابة	جـ	د	جـ	أ	جـ	ب	جـ	جـ	ب	جـ
السؤال	٣١	٣٢	٣٣	٣٤	٣٥	٣٦	٣٧	٣٨	٣٩	٤٠
الإجابة	د	ب	د	د	ب	أ	د	ب	د	د

السؤال الثاني / أجب عن الأسئلة التالية :

١) إذا كان $\text{ق}(\text{س}) = \begin{cases} \text{س}^{٢} - ٣ & ٠ \le \text{س} \le ١ \\ \frac{-٢}{\text{س}} & ١ < \text{س} \le ٢ \end{cases}$ ، بيّن أن $\text{ق}(\text{س})$ يحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة في $[٠،٢]$ ، ثم احسب قيمة جـ التي تحققها النظرية .

٢) جد الثوابت أ،ب،د التي تجعل $\text{ق}(\text{س}) = \begin{cases} ٣ & ، \text{س} = ٠ \\ -\text{س}^{٢} + ٣\text{س} + \text{د} & ، ٠ < \text{س} < ١ \\ \text{أس} + \text{ب} & ، ١ \le \text{س} \le ٢ \end{cases}$ يحقق نظرية القيمة المتوسطة في الفترة $[٠،٢]$ ثم جد قيمة جـ التي تعينها النظرية .

٣) إذا كان $\text{ق}(\text{س}) = \text{س}^{٣}$ ، $\text{س} \in [\text{أ}،\text{ب}]$ ، باستخدام نظرية القيمة المتوسطة أثبت أن المقدار $\frac{\text{ب}^{٣} - \text{أ}^{٣}}{\text{ب} - \text{أ}}$ يقع بين القيمتين $٣\text{أ}^{٢}$ ، $٣\text{ب}^{٢}$ حيث $٠ < \text{أ} < \text{ب}$.

٤) إذا كان $\text{ق}(\text{س}) = \sqrt{\text{س}}$ حيث $[١، \text{ب}+١]$ ، استخدم نظرية القيمة المتوسطة لإثبات أن $\sqrt{\text{ب}+١} < \frac{١}{٢}\text{ب} + ١$ لجميع قيم $\text{ب} > ٠$

٥) إذا كان $\text{ق}'(\text{س}) = \frac{١}{\text{س}}$ ، حيث $\text{س} > ١$ ، $\text{ق}(١) = ٠$ ، استخدم نظرية القيمة المتوسطة في اثبات أن $\frac{١}{٢} < \text{ق}(١) < ١$

٦) إذا كان $\text{ق}(\text{س}) = \begin{cases} \text{س}^{٣} - \text{أس} & ، ٠ \le \text{س} < ١ \\ \text{ب س}^{٢} - ٤\text{س} & ، ١ \le \text{س} \le ٢ \end{cases}$ يحقق شروط نظرية رول على $[٠،٢]$ ، جد قيمة الثابتين أ ، ب ، ثم جد قيمة جـ التي تعينها النظرية .

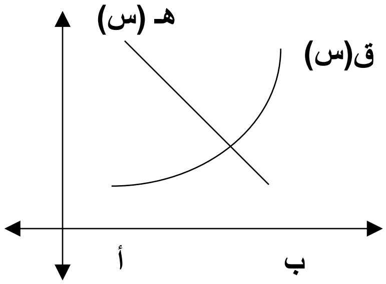
٧) إذا كان $\text{ق}(\text{س}) = \begin{cases} \left[\frac{١}{٣}\text{س}\right] + \text{جـ} & ، ١ \le \text{س} < ٣ \\ \text{س}^{٢} - \text{أس} & ، ٣ \le \text{س} \le \text{ب} \end{cases}$ يحقق شروط نظرية رول ، جد قيمة الثوابت أ،ب،جـ .

٨) إذا كان $\text{ق}(\text{س}) = \begin{cases} \text{هـ}(\text{س}) & ، ٠ \le \text{س} < ٢ \\ ٣\text{س}^{٢} - ٢ & ، ٢ \le \text{س} \le ٤ \end{cases}$ ، وكان $\text{ق}(\text{س})$ يحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة في $[٠،٤]$، $\text{هـ}(\text{س})$ يحقق شروط رول في $[٠،٢]$ ، أثبت وجود عدد $\text{جـ} \in]٠،٤[$ ، حيث $\text{هـ}'(\text{جـ}) = ٩$

٩) إذا كان $\text{ق}(\text{س}) = \text{س} - \text{لو}_{\text{هـ}}\text{س}$ ، $\text{س} \in \left[\frac{١}{\text{هـ}}،\text{هـ}\right]$ ، جد مجالات التزايد والتناقص والقيم القصوى المحلية والمطلقة للاقتران $\text{ق}(\text{س})$.

الأوائل في الرياضيات - تطبيقات التفاضل - أ.موسى ابراهيم خضر

١٠) الشكل المجاور يبين منحنى ق(س)، هـ(س) المعرفين على [أ، ب]
أثبت أن (ق َ ∘ هـ)(س) متناقص في [أ، ب] .



١١) إذا كان ك(س) = (س − هـ(س))^{٢} ، وكان للاقتران كثير الحدود هـ(س) قيمة صغرى محلية عند (١، ٢) ، أثبت أن ك ً(١) موجبة.

١٢) إذا كان ق(س) كثير حدود بحيث أن ق َ(س) = ٠ عند س = −٤، ٠، ٤ ، وكان ق َ(س) متزايد على]−∞، −٢] ، [٢، ∞[، ومتناقص على [−٢، ٢] ، جد ما يلي :

أ) مجالات التقعر للاقتران ق(س)   ب) نقاط الانعطاف للاقتران ق(س)

جـ) قيم س الحرجة للاقتران ق َ(س)   د) مجالات التزايد والتناقص للاقتران ق(س)

١٣) إذا كان ق(س) = { أس^{٣} + ب س − ٦ ، س ≥ ٢ ؛ أس + ٢ب ، س < ٢ } متصل عند س = ٢ ، وكان ق َ(٣) = ١٦ ، أوجد :

أ) قيم الثوابت أ، ب   ب) مجالات تزايد وتناقص الاقتران ق(س)   جـ) القيم القصوى المحلية للاقتران ق(س)

١٤) إذا كان ق(س) = جا^{٢} س − جتا٢س ، س ∈ [٠، $\frac{\pi}{٢}$] ، جد ما يلي :

أ) مجالات التزايد والتناقص للاقتران ق(س)   ب) القيم القصوى المحلية للاقتران ق(س)

جـ) مجالات التقعر للاقتران ق(س)   د) نقاط وزوايا الانعطاف للاقتران ق(س)

١٥) أوجد القيم القصوى المحلية للاقتران ق(س) = جا^{٢} س + $\sqrt{٣}$ جتا س حيث س ∈ [٠، π]

١٦) أوجد مجالات التقعر ونقاط الانعطاف للاقتران ق(س) = ٢جتا س − $\frac{١}{٢}$جا٢س ، س ∈ [٠، ٢π]

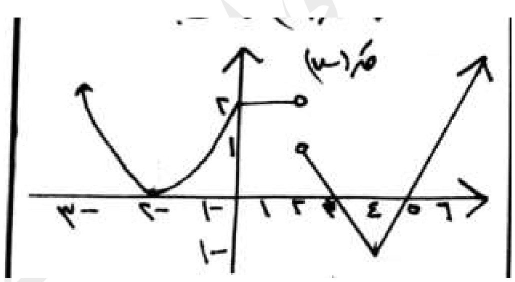
١٧) اعتماداً على الشكل المجاور والذي يمثل منحنى ق َ(س) ، أوجد :

أ) قيم س الحرجة للاقتران ق(س)

ب) فترات التزايد والتناقص للاقتران ق(س)

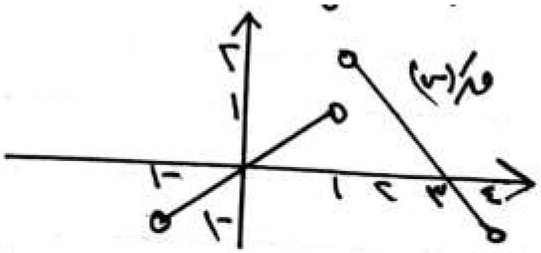
ت) القيم القصوى المحلية لـ ق(س)

ث) فترات التقعر ونقاط الانعطاف للاقتران ق(س)



١٨) اعتماداً على الشكل المجاور والذي يمثل منحنى ق َ(س) للاقتران ق(س) المتصل في [−١، ٤]، أوجد :

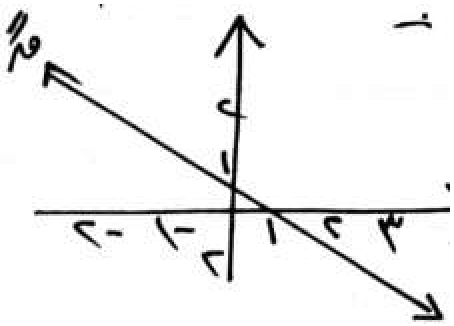
أ) قيم س والتي يكون عندها قيم قصوى لمنحنى ق(س)



ب) قيم س والتي يكون عندها مماسات أفقية لمنحنى ق(س)

ت) مجالات التقعر ونقاط الانعطاف للاقتران ق(س)

١٩) اعتماداً على الشكل المجاور والذي يمثل منحنى ق″(س) للاقتران ق(س) المتصل ،



وإذا كان ق′(−١) = ق′(٢) = ٠ ، أوجد ما يلي :

أ) مجالات التقعر ونقاط الانعطاف لمنحنى ق(س)

ب) القيم القصوى المحلية للاقتران ق(س)

ت) مجالات التزايد والتناقص للاقتران ق(س)

٢٠) عيّن قاعدة كثير الحدود من الدرجة الثالثة والذي منحناه يمر بالنقطة (١،٥) ومعادلة المماس لمنحناه عند نقطة الانعطاف (٢ ، ١) هي ص + ٣س − ٧ = ٠

٢١) مثلث متساوي الساقين محيطه ٢٠ سم ، أوجد أطوال أضلاعه لتكون مساحته أكبر ما يمكن .

٢٢) أوجد النقطة الواقعة على منحنى العلاقة ص = $\sqrt{\text{س}^2 + 6\text{س} + 10}$ وبعدها عن النقطة (١،٠) أقل ما يمكن .

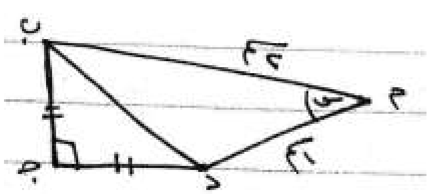
٢٣) مر مستقيم بالنقطة (٢،٤) فقطع المحاور الاحداثية الموجبة في النقطتين أ،ب ، أوجد أقل مساحة للمثلث أ ب و

٢٤) احسب ارتفاع الأسطوانة ذات أكبر حجم والتي يمكن وضعها داخل مخروط نصف قطر قاعدته ٥ سم ، وارتفاعه ٩ سم .

٢٥) مثلث قائم الزاوية طول وتره ٩ سم ، إذا دار هذا المثلث حول أحد أضلاعه القائمة ، احسب أكبر حجم للشكل الناتج .

٢٦) أوجد ارتفاع الأسطوانة الدائرية القائمة ذات الحجم الأكبر والتي يمكن رسمها داخل كرة نصف قطرها ٣$\sqrt{3}$ سم .

٢٧) جد قيمة الزاوية س والتي تجعل مساحة الشكل الرباعي المجاور أكبر ما يمكن



٢٨) جد مساحة أكبر شبه منحرف يمكن رسمه فوق محور السينات بحيث تكون إحدى قاعدتيه على محور السينات ورأساه الأخران على منحنى الاقتران ق(س) = ٩ − س^2

٢٩) سلك معدني طوله ١٠ سم ، قُطع إلى جزئين بحيث ثُني الجزء الأول ليشكل مربع ، وثُني الجزء الأخر ليشكل مثلث متساوي الأضلاع ، احسب طول كلاً من الجزئين بحيث تكون مساحة الشكلين أكبر ما يمكن .

٣٠) أ ب جـ د مستطيل يقع داخل المنحنيين ق(س) = ٢س^2 ، هـ(س) = ٣٦ − س^2 ، بحيث أ،ب يقعان على ق(س) ، جـ،د يقعان على هـ(س) ، جد بعديه لتكون مساحته أكبر ما يمكن .

تم بحمد الله