بسم الله الرحمن الرحيم

الامتحان الموحد لعام ٢٠٢٠م

الفرع الصناعي **المبحث : الرياضيات**

دولة فلسطين **مجموع العلامات (١٠٠ علامة)**

وزارة التربية والتعليم **مدة الامتحان : ساعتان ونصف**

مديرية التربية والتعليم - سلفيت **اليوم والتاريخ :السبت ١٨ / ٤ / ٢٠٢٠**

ملاحظة : عدد أسئلة الورقة (ستة) أسئلة ، أجب عن (خمسة) منها فقط .

القسم الأول : يتكون هذا القسم من أربعة أسئلة ، وعلى المشترك أن يجيب عنها جميعاً

السؤال الاول : (٣٠ علامة)

اختر الاجابة الصحيحة ، ثم ضع اشارة (×) في المكان المخصص له في ورقة الاجابة الخاصة بك :

١) $\int (1+ظا^2 س)\,ds =$

أ) $س + قا^2 س + جـ$ ب) $قاس + جـ$ جـ) $ظاس + س + جـ$ د) $ظاس + جـ$

٢) $\int نهـ^{س}\,ds =$ =

أ) $\frac{نهـ^{2}}{2} + جـ$ ب) $نهـ^{س} + جـ$ جـ) $نهـ + جـ$ د) $س + جـ$

٣) اذا كان $ق(س)$ هو الاقتران الاصلي للاقتران $ن(س)$ فإن $(ق(س)+3)' + ن(س) =$

أ) $2ق(س)$ ب) $2ن(س)$ جـ) $ن(س)$ د) $ق(س)+ن(س)$

٤) اذا كان $\int (ن'(س)+1)\,ds = أس^2 + جـ$ وكان $ن'(1) = 9$ فإن قيمة الثابت $أ =$

أ) ٥ ب) ٩ جـ) ٧ د) ١٠

٥) $\int 3\sqrt{س^2}\,ds =$

أ) $\frac{3س^{\frac{2}{3}}}{2} + جـ$ ب) $\frac{2س^{\frac{3}{2}}}{3} + جـ$ جـ) $\frac{3س^{\frac{5}{3}}}{5} + جـ$ د) $\frac{5س^{\frac{3}{5}}}{3} + جـ$

٦) أحد الاقترانات الآتية هو الاقتران الاصلي للاقتران $ن(س) = \frac{2}{س}$ ، $س > 0$

أ) $ق(س) = لـو_{هـ} س$ ب) $ق(س) = لـو_{هـ} (2س)$ جـ) $ق(س) = لـو_{هـ} \left(\frac{س}{2}\right)$ د) $ق(س) = لـو_{هـ} س^2$

٧) $\int \frac{هـ^{س}}{هـ^{س} - 1}\,ds =$

أ) $هـ^{س} + جـ$ ب) $لـو_{هـ} هـ^{س} + جـ$ جـ) $لـو_{هـ} |هـ^{س} - 1| + جـ$ د) $هـ^{س} + جـ$

٨) اذا كان $\int (1-س)^3\,ds = أ(1-س)^4 + جـ$ فإن $أ =$

أ) ٤ ب) -4 جـ) $\frac{1}{4}$ د) $-\frac{1}{4}$

٩) $\int \frac{\text{لـوس}^{٣}}{\text{س}^{\text{هـ}}}$ ء س =

أ) ٣ + جـ ب) ٣س+جـ جـ) $\frac{٣(\text{لـوس})^{٢}}{٢}$ + جـ د) ٣س^{٢} + جـ

١٠) $\int \frac{\text{هـ}^{\text{س}} + ١}{\text{هـ}^{\text{س}} + \text{س}}$ ء س =

أ) لـو$_{\text{هـ}}$|هـ$^{-\text{س}}$ − س| + جـ ب) لـو$_{\text{هـ}}$|هـ$^{-\text{س}}$ + س| + جـ جـ) لـو$_{\text{هـ}}$|هـ$^{\text{س}}$ − س| + جـ د) لـو$_{\text{هـ}}$|هـ$^{\text{س}}$ + س| + جـ

١١) اذا كان ص = $\int$ هـ$^{\text{س}}$ لـو$_{\text{هـ}}$ س ء س فإن $\frac{\text{ء ص}}{\text{ء س}}$ عند س = ١ تساوي

أ) هـ ب) ١ جـ) صفر د) − هـ

١٢) إذا كان $\int$ ن(س) ء س = ا س^{٣} − ٣س + جـ ، ن(س) متصل وكان ن(٢) − ن(١) = ١٨ فإن ن(١) =

أ) ٣ ب) ٦ جـ) ٩ د) ٢١

١٣) يتحرك جسم بتسارع ت = (٢ ١هـ − ٢) سم/ث^{٢} اذا كانت سرعته الابتدائية تساوي ٤ سم/ث فإن سرعته عندما ن = ٣ ث

أ) − ٤٨ سم/ث ب) ٤٨ سم/ث جـ) ٥٢ سم/ث د) − ٥٢ سم/ث

١٤) اذا كان ن ´(س) = ن(س) ، ن(س) > صفر ، ا ثابت فإن ن(س) = هو

أ) هـ$^{\text{س}}$ + جـ ب) ا هـ$^{\text{س}}$ جـ) لـو$_{\text{هـ}}$ س + جـ د) ا لـو$_{\text{هـ}}$ س

١٥) $\int$ هـ$^{\text{ظاس}}$ قا^{٢} س ء س =

أ) هـ$^{\text{ظاس}}$ + جـ ب) هـ$^{\text{قاس}}$ + جـ جـ) قاس × هـ$^{\text{ظاس}}$ + جـ د) ظاس × هـ$^{\text{ظاس}}$ + جـ

١٦) اذا كان م(س) اقتران اصلي ل ن(س) فإن $\int$ م٢(س) ن(س) ء س

أ) (م(س))^{٢} + جـ ب) م(س) + جـ جـ) ن(س) + جـ د) م(س) ن(س) + جـ

١٧) $\int \frac{\text{هـ}^{\text{س}}}{\text{هـ}^{٢\text{س}}}$ ء س =

أ) هـ$^{\text{س}}$ + جـ ب) هـ$^{-\text{س}}$ + جـ جـ) − هـ$^{\text{س}}$ + جـ د) − هـ$^{-\text{س}}$ + جـ

١٨) اذا كان $\int \frac{\text{ا}}{(\text{س}+١)^{٢}}$ ء س = $\frac{٢}{\text{س}+١}$ + جـ فإن ا =

أ) − ٢ ب) − ١ جـ) ١ د) ٢

١٩) إذا كان م(س)، هـ(س) اقترانين اصليين ل ن(س) وكان ن(٢) = ٩، ن ´(٢) = ٤ فإن (م هـ − ٣هـ) ´(٢) =

أ) − ٨ ب) صفر جـ) ٨ د) ١٨

٢٠) $\int$ جتا^{٢} س + جا^{٢} س ء س =

أ) جتاس + جاس + جـ ب) س + جـ جـ) جتا^{٣} س + جا^{٣} س + جـ د) ١ + جـ

السؤال الثاني : (٢٠ علامة)

أ) اذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران ص = ق(س) عند النقطة (٢،٠) يساوي (١) (١٠ علامات)
وكان ق ً(س) = ٦س جد قاعدة الاقتران ق(س)

ب)جد $\int$ جاس جا٢س ءس (١٠ علامات)

السؤال الثالث : (٢٠ علامة)

أ) يتحرك جسم بتسارع (جتا٢هـ − جا٢هـ) م / ث٢ اذا علمت أن الجسم بدأ حركته من السكون (١٠ علامات)
من نقطة الأصل جد بعد الجسم بعد مرور $\frac{\pi}{٢}$ ث

ب) جد $\int$ س(س٢ − ١)٣ ءس (١٠ علامات)

السؤال الرابع : (٢٠ علامة)

أ) إذا كان $\int$ (ق ً(س) − س) ءس = س٢ + ا س + جـ وكان ق ً(١) = ٣ جد قيمة الثابت ا (١٠ علامات)

ب) جد $\int \frac{س − ١}{\sqrt[٣]{س − ١}}$ ءس (١٠ علامات)

القسم الثاني : يتكون هذا القسم من سؤالين وعلى المشترك أن يجيب عن أحدهما فقط .

السؤال الخامس : (١٠ علامات)

أ) جد أن $\int \sqrt[٣]{س^٣ + س^٥}$ ءس (٥ علامات)

ب) اذا كان $\frac{\text{لـو س}}{\text{هـ}} = \frac{س}{ق ً(س)}$ حيث ق ً(س) ≠ صفر وكان ق(هـ٢) = ٥ (٥ علامات)
جد قاعدة الاقتران ق(س)

السؤال السادس : (١٠ علامات)

أ)جد $\int$ (س − ١)(س + ١)٥ ءس (٥ علامات)

ب) اذا كان $\int$ ق(س) ءس = ا س٣ + جـ س ، حيث ق(س) اقتران متصل ، وكان (٥ علامات)
ق(−١) = ٤،٥ ق ً(٢) = ٢٤ ، فجد قيمة كل من ا ، جـ

انتهت الآسئلة

اجابة ١٢ ص

١ س

١ ∫ (١ + ظا²س) دس = ∫ قا²س دس = ظاس + ﺟ (د)

٢ ∫ نفه دس = نفه س + ﺟ (ب)

٣ (م(س)+٣)' + ﻫ'(س) = م'(س) + ٢هـ^{٢س} + ﻫ'(س) = ﻫ'(س) + ﻫ'(س)

= ٢ﻫ'(س) (ب)

٤ ∫ (ﻫ'(س) + ١) دس = ٢هـ^{٢س} + ﺟ

ﻫ'(س) + ١ = ٢هـ^{٢س}

ﻫ'(١) + ١ = ٢هـ^{٢} ⇐ ٩ + ١ = ٢هـ^{٢} ⇐ ١٠ = ٢هـ^{٢} ⇐ هـ = ٥ (ه)

٥ ∫ √س دس = ∫ س^{٣/٥} دس = ٥/٨ س^{٨/٥} + ﺟ (ج)

٦ ﻫ(س) = س/هـ ⇐ م(س) = لو_هـ س (د)

٧ ∫ هـ^{س} / (هـ^{س} − ١) دس = لو_هـ |هـ^{س} − ١| + ﺟ (ج)

٨ ∫ (١ − س)³ دس = (١ − س)^{٤} / (٤ × −١) + ﺟ = −١/٤ (١ − س)^{٤} + ﺟ ⇐ هـ = −١/٤ (د)

٩ ∫ لو_هـ س³ / س دس = ٣ ∫ لو_هـ س / س دس = ٣ × ٢/٣ (لو_هـ س)² + ﺟ

نفرض انه ص = لو_هـ س ⇐ دص/دس = ١/س ⇐ دص × س = دس

⇐ ٣ ∫ ص/هـ × دص × س = ٢ ص²/٢ + ﺟ = ٢/٣ (لو_هـ س)² + ﺟ

١٠ ∫ (هـ^{س} + ١)/(هـ^{س} + س) دس = لو_هـ |هـ^{س} + س| + ﺟ

2020-4-4 11:52

١١) $ص = \int هـ^{لو_هـ س}\, دس \Rightarrow \frac{دص}{دس} = هـ^{لو_هـ س}$

ج) $\frac{دص}{دس}_{عند\ س=1} = هـ^{لو_هـ 1} = هـ^{0} = 1$ فقط.

١٢) $\int و(س)\, دس = ٤س^{٣} - ٣س^{٢} + ٥ \Rightarrow و(س) = ٣س^{٢} - ٣س$

$و(٢) - و(١) = ١٨$

$(٣(٤)^{٢} - ٣) - (٣(١)^{٢} - ٣) = ١٨$

$٣٦ - ٣ب = ١٨ \Rightarrow ٢٧ - ٣ب = ١٨ \Rightarrow ب = ٣ \Rightarrow ب = ٢$

ب) $\Rightarrow و(١) = ٣ \times ٢ \times ١^{٢} - ٣ = ٦ - ٣ = ٣$

١٣) $ص = ٤ن^{٣} - ٣ن^{٢} + ٥ن \Rightarrow ع = \int (١٢ن^{٢} - ٦ن + ٥)\, دن$

$ع(٠) = ٠ - ٠ + ٥ب = ٣ \Rightarrow ب = ٣$

$ع = ٤ن^{٣} - ٣ن^{٢} + ٥ن + ٣ \Rightarrow ع(٣) = ٤ \times ٢٧ - ٣ \times ٩ + ١٥ + ٣$

$= ١٠٨ - ٢٧ + ١٥ + ٣ = ٩٩$ متر. ج)

١٤) $و'(س) = و(س) \Rightarrow \frac{و'(س)}{و(س)} = ١ \Rightarrow \int \frac{و'(س)}{و(س)}\, دس = \int ١\, دس$

$= لو_{هـ} |و(س)| = س + ب \Rightarrow و(س) = هـ^{س+ب}$

$\Rightarrow و(س) = هـ^{س} \times هـ^{ب} = ٤ \times هـ^{س}$ ب)

١٥) $\int هـ^{ظاس} قاس^{٢}\, دس = هـ^{ظاس} + ب$ ب)

١٦) $\int ٢م(س) و(س)\, دس = \int ٢م(س) \times م'(س)\, دس = ٢ \times \frac{(م(س))^{٢}}{٢} + ب$

$= (م(س))^{٢} + ب$ ب)

١٧) $\int \frac{هـ^{س}}{هـ^{س}}\, دس = \int هـ^{-س}\, دس = -هـ^{-س} + ب$ ج)

2020-4-4 11:52

١٨) $\int \frac{ب}{(س+١)^{٢}}\,د س = \int ب(س+١)^{-٢}\,د س = \frac{ب(س+١)^{-١}}{-١} + ج = \frac{-ب}{س+١} + ج$

$= \frac{-ب}{٢} + ج \Leftarrow ٢ = -ب \Leftarrow ٠ = \frac{ج}{١+٠} + ج \Leftarrow ص = -ب = ٢ \Rightarrow ب = -٢$

(د)

١٩) $(٥س^{٣} - ٣س^{٥})'(٢) = ١٥س^{٢}(٢) - ١٥س^{٤}(٢) = ٥٠(٢) - ٨٠(٢) = -٣٠(٢)$

(ب) $= ١٨$

٢٠) $\int_{٠}^{١} (ب س + ب س)\,د س = ١ \Rightarrow ٢ب = ١ \Rightarrow ب = \frac{١}{٢}$ (ج)

2020-4-4 11:52

س ٩) $ق'(س) = ٦س - ٦$ ، $ق'(٠) = ١$ ، $ق(٠) = ٢$

$$ق'(س) = \int ٦س \, دس = \frac{٦س^{٢}}{٢} + ج_{١}$$

$$ق'(س) = ٣س^{٢} + ج_{١} \Leftarrow ق'(٠) = صفر + ج_{١} = ١ \Leftarrow \boxed{ج_{١} = ١}$$

$$ق'(س) = ٣س^{٢} + ١$$

$$ق(س) = \int (٣س^{٢} + ١) \, دس = س^{٣} + س + ج_{٢}$$

$$ق(٠) = ٠ + ٠ + ج_{٢} = ٢ \Leftarrow \boxed{ج_{٢} = ٢}$$

$$\Leftarrow ق(س) = س^{٣} + س + ٢$$

س ب) $\int جا^{٢}س جتا^{٢}س \, دس = \int جاس \times جاس جتا^{٢}س \, دس$

$= \int ص^{٢} جتا^{٢}س \, دس$ بفرض أن $ص = جاس$

$$\frac{دص}{دس} = جتاس \Leftarrow دس = \frac{دص}{جتاس}$$

$$\Leftarrow \int ص^{٢} \times جتاس \times \frac{دص}{جتاس} = \int ص^{٢} \, دص = \frac{ص^{٣}}{٣} + ج$$

$$= \frac{١}{٣} جا^{٣}س + ج$$

2020-4-4 11:52

$\frac{3}{4}$ل ٩) $\text{ت} = \text{جتا}^2 \text{ن} - \text{جا}^2 \text{ن} = \text{جتا} 2\text{ن}$

$\text{ع} = \int \text{جتا} 2\text{ن} \, \text{د ن} = \frac{1}{2} \text{جا} 2\text{ن} + \text{ج}_1$

$\text{ع}(0) = \frac{1}{2} \text{جا}(0) + \text{ج}_1 = \text{صفر} \Leftarrow \text{ج}_1 = 0$

$\text{ف} = \int \frac{1}{2} \text{جا} 2\text{ن} \, \text{د ن} = \frac{1}{2} \times -\frac{1}{2} \text{جتا} 2\text{ن} + \text{ج}_2$

$\text{ف}(0) = -\frac{1}{4} \text{جتا}(0) + \text{ج}_2 = \text{صفر}$

$\Leftarrow \text{ج}_2 = \frac{1}{4}$

$\text{ف}(\text{ن}) = -\frac{1}{4} \text{جتا} 2\text{ن} + \frac{1}{4}$

$\text{ف}(\frac{\pi}{2}) = -\frac{1}{4} \times \text{جتا}(\pi) + \frac{1}{4} = -\frac{1}{4} \times -1 + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$ م

ب) $\int \text{س} (\text{س}^2 - 1)^3 \, \text{د س}$ بفرض أن $\text{ص} = \text{س}^2 - 1$

$\left.\begin{array}{l} \frac{\text{د ص}}{\text{د س}} = 2\text{س} \\ \frac{\text{د س}}{\text{د ص}} = \frac{1}{2\text{س}} \end{array}\right\}$

$\Leftarrow \int \text{س} (\text{ص})^3 \frac{\text{د ص}}{2\text{س}}$

$= \frac{1}{2} \times \frac{\text{ص}^4}{4} + \text{ج}$

$= \frac{1}{8} (\text{س}^2 - 1)^4 + \text{ج}$

2020-4-4 11:53

$$\int_{-1}^{1} (f'(x) - x)\,dx = x^2 + \sqrt{3}x + c$$

$$f'(x) - x = 2x + \sqrt{3}$$

$$f'(x) = 3x + \sqrt{3}$$

$$f'(1) = 3 + \sqrt{3} = 2 + c$$

$$c = \sqrt{3} \Leftarrow$$

ب) $\int_{0}^{x} \frac{t-1}{\sqrt[3]{t}-1}\,dt = \int_{0}^{x} \frac{(\sqrt[3]{t}-1)(\sqrt[3]{t^2}+\sqrt[3]{t}+1)}{\sqrt[3]{t}-1}\,dt$ ، $x \neq 0$

$$= \int_{0}^{x} \left(t^{\frac{2}{3}} + t^{\frac{1}{3}} + 1\right)dt$$

$$= \frac{3}{5}x^{\frac{5}{3}} + \frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}} + x + c$$

2020-4-4 11:53

$$\int \sqrt[3]{س^3+س^6}\,دس = \int \sqrt[3]{س^3(1+س^3)}\,دس$$

$$= \int س\sqrt[3]{1+س^3}\,دس$$

لنفرض أن $ص = 1+س^3$

$$\frac{دص}{دس} = 3س^2$$

$$\frac{دص}{3س^2} = دس$$

$$\int \frac{س^2\sqrt[3]{ص}}{3س^2}\,دص$$

$$= \frac{1}{3}\int ص^{\frac{1}{3}}\,دص$$

$$= \frac{1}{3}\times\frac{ص^{\frac{4}{3}}}{\frac{4}{3}} + ث = \frac{1}{4}(1+س^3)^{\frac{4}{3}} + ث$$

ب) $\frac{لو_هس}{ق'(س)} = س$ ، $ق(هـ^2) = 5$

$$\Leftarrow ق'(س) = \frac{لو_هس}{س} \Leftarrow \int ق'(س)\,دس = \int \frac{لو_هس}{س}\,دس$$

لنفرض أن $ص = لو_هس$

$$\frac{دص}{دس} = \frac{1}{س}$$

$$س\times دص = دس$$

$$\Leftarrow ق(س) = \int \frac{ص}{ط}\times ط\times دص$$

$$ق(س) = \frac{ص^2}{2} + ث$$

$$ق(س) = \frac{(لو_هس)^2}{2} + ث$$

$$ق(هـ^2) = \frac{(لو_هـ هـ^2)^2}{2} + ث = \frac{4}{2} + ث = 2 + ث = 5$$

$$\Leftarrow ث = 3$$

$$\Leftarrow ق(س) = \frac{(لو_هس)^2}{2} + 3$$

2020-4-4 11:53

$$\int (3x-1)(x+1)^5\,dx$$

بفرض أن $u = x+1$

$$\frac{du}{dx} = 1$$

$$du = dx$$

$$u-1 = x$$

$$= \int (u-1-1)(u)^5\,du$$

$$= \int (u-2)u^5\,du$$

$$= \int (u^6 - 2u^5)\,du$$

$$= \frac{u^7}{7} - \frac{2u^6}{6} + c$$

$$= \frac{(x+1)^7}{7} - \frac{1}{3}(x+1)^6 + c$$

ب) $f(x) = \int (3x^2 + cx)\,dx = x^3 + \frac{c}{2}x^2 + c$ ، $f(-1) = 3$ ، $f'(2) = 12$

$$f(x) = x^3 + \frac{c}{2}x^2 + c$$

$$f(-1) = -1 + \frac{c}{2} + c = 3 \quad \text{---(1)}$$

$$f'(x) = 3x^2 + cx$$

$$f'(2) = 12 + 2c = 12$$

$$\Rightarrow \boxed{c = 2}$$

$$\Rightarrow -1 + 1 + c = 3$$

$$c = 3$$

$$\boxed{c = 3}$$

2020-4-4 11:53