بسم الله الرحمن الرحيم

الامتحان الموحد لعام ٢٠٢٠م

الفرع العلمي — **المبحث : الرياضيات**

دولة فلسطين — **مجموع العلامات (١٠٠ علامة)**

وزارة التربية والتعليم — **مدة الامتحان : ساعتان ونصف**

مديرية التربية والتعليم - سلفيت — **اليوم والتاريخ : السبت ١٨ / ٤ / ٢٠٢٠**

ملاحظة : عدد أسئلة الورقة (ستة) أسئلة ، أجب عن (خمسة) منها فقط .

القسم الأول : يتكون هذا القسم من أربعة أسئلة ، وعلى المشترك أن يجيب عنها جميعاً

السؤال الاول : (٣٠ علامة)

اختر الاجابة الصحيحة ، ثم ضع اشارة (×) في المكان المخصص له في ورقة الاجابة الخاصة بك :

١) $\int$ (ظا^{٢}س + ٣)ءس =

أ) قا^{٢}س + ٣س+جـ   ب) قاس + ٢س+جـ   جـ) قاس + ٤س+جـ   ء) ظاس + ٢س+جـ

٢) أي من الآتية يعتبر تجزئة للفترة [١ ، ٤]

أ) δ = {٢،٣،٤}   ب) δ = {١،٣،٢،٤}   جـ) δ = {١،٢،٣،٤}   ء) δ = {١،٣،٤،٥}

٣) إذا كانت $\delta_{ن}$ = {أ،١،.....،١٥،١٧،ب} تجزئة منتظمة للفترة [أ،ب] فما قيمة الثابت أ =

أ) −١   ب) −٢   جـ) صفر   ء) −٣

٤) اذا كانت $\delta_{ن}$ تجزئة منتظمة للفترة [٥ ، ب] وكان طول الفترة الجزئية يساوي $\frac{١}{٣}$ فإن قيمة الثابت ب =

أ) ٦   ب) ٩   جـ) ٧   ء) ٨

٥) $\int_{١}^{٢}$ [س + ١]ءس =

أ) ٣   ب) ٤   جـ) ١   ء) ٢

٦) اذا كان م(س)،هـ(س) اقترانين اصليين للاقتران ق(س) وكان $\int_{١}^{٤}$ (م(س) − هـ(س))ءس = ٩ فإن

$\int_{٢}^{-١}$ ٢س (هـ(س) − م(س))ءس =

أ) ٩   ب) −٩   جـ) ٣   ء) −٣

٧) اذا كان م(س)، هـ(س) اقترانين اصليين للاقتران ق(س) فإن $\int ٢(م(س) - هـ(س))\,ءس$ يمثل

أ) اقتراناً خطياً ب) اقتراناً ثابتاً جـ) اقتراناً تربيعياً ء) اقتراناً تكعيبياً

٨) الاقتران الاصلي للاقتران ق(س) = $\sqrt{س}$ هو

أ) م(س) = $\frac{٣}{٢}\sqrt{س}$ + جـ ب) م(س) = $\frac{٢}{٣}\sqrt{س^{٣}}$ + جـ جـ) م(س) = $\frac{٣}{٢}\sqrt{س^{٣}}$ + جـ ء) م(س) = $\frac{٢}{٣}\sqrt[٣]{س^{٢}}$ + جـ

٩) ق(س) معرف على [−٢،٢]، $\sigma_{ن}$ تجزئة منتظمة لنفس الفترة، $\int_{-٢}^{٢} ق(س)\,ءس = -٢$ فإن $\underset{ن \to \infty}{نهـا}$ م($\sigma_{ن}$، ٣ق)

أ) −٢ ب) −٦ جـ) ٦ ء) ٢

١٠) $\int \frac{هـ^{-س} - ١}{هـ^{-س} + س}\,ءس$ =

أ) لـو$_{هـ}$|هـ$^{-س}$ − س| + جـ ب) لـو$_{هـ}$|هـ$^{-س}$ + س| + جـ جـ) لـو$_{هـ}$|هـ^{س} − س| + جـ ء) − لـو$_{هـ}$|هـ$^{-س}$ + س| + جـ

١١) اذا كان ق(س) = لـو$_{هـ}$ س^{٢} وكانت $\sigma_{٢}$ = {١، هـ، هـ^{٢}} تجزئة للفترة [١، هـ^{٢}] باعتبار

س$^{*}_{ر}$ = س$_{ر-١}$ فإن م($\sigma_{٢}$، ق)

أ) هـ^{٢} − هـ ب) ٢(هـ^{٢} − هـ) جـ) هـ^{٢} + هـ ء) هـ^{٤} − هـ^{٢}

١٢) $\int_{٠}^{٢} |س|\,ءس$

أ) ٢ ب) −١ جـ) −٢ ء) صفر

١٣) قيمة $\int (\sqrt{س} - ١)^{٢} \left(\frac{\sqrt{س} + ١}{س - ١}\right) ءس$

أ) $\sqrt{س}$ − س + جـ ب) $\frac{٣}{٢}$س$^{\frac{٣}{٢}}$ − س + جـ جـ) $\frac{٢}{٣}$س$^{\frac{٣}{٢}}$ − س + جـ ء) $\frac{٢}{٣}$س$^{\frac{٣}{٢}}$ + س + جـ

١٤) اذا كان ق(س) = ٥ معرف على [١،٢] وكانت $\sigma_{ن}$ تجزئة منتظمة للفترة [١،٢] فما قيمة م($\sigma_{ن}$، ق)

أ) ٢٠ ب) ١٠ جـ) ٥٠ ء) ٥

١٥) اذا كانت $\sigma_{٦}$ تجزئة منتظمة للفترة [٢ ، ب] وكان الوسط الحسابي للعنصرين الثاني والرابع يساوي (٥) فإن العنصر الاخير هو

أ) ١٢ ب) ١١ جـ) ١٠ ء) ٩

١٦) اذا كان $\int_{-1}^{1} ق(س)\,ءس = -٥$ وكان $م(\delta_ن ، ق) = \frac{(أ+١)(ن^٢ + ٢ن)}{ن^٢}$ حيث $\delta_ن$ تجزئة نونية منتظمة للفترة $[-١ ، ١]$ فإن قيمة الثابت أ =

أ) ١٠　　ب) -١٠　　جـ) -٦　　ء) -٥

١٧) $\int \frac{\sqrt{٩س+١٨}-٣}{\sqrt{س+٢}-١}\,ءس$

أ) $لـو_هـ(\sqrt{س+٢}) + جـ$　　ب) $٣س + جـ$　　جـ) $لـو_هـ(\sqrt{س+٢}-١) + جـ$　　ء) $لـو_هـ(\sqrt{٩س+١٨}) + جـ$

١٨) اذا كان ق(س) اقتراناً متصلاً على مجاله وكان $\int ق^{\prime}(س)\,ءس = س^٢ + جـ$ فما قيمة $\int_{-1}^{2} ق^{\prime}(س)\,ءس$

أ) ٢　　ب) ٣　　جـ) ٤　　ء) ٦

١٩) ما قيمة $\int_{1}^{2} \sqrt{س^٢ - ٢س + ١}\,ءس$

أ) $\frac{١}{٦}$　　ب) $\frac{١}{٢}$　　جـ) $\frac{١}{٣}$　　ء) ١

٢٠) اذا كان $ق(س) = س\,لـو_هـ س$ ، فما قيمة $\int_{\frac{١}{٢}}^{\frac{هـ}{٢}} ق^{\prime\prime}(س)\,ءس$ ؟

أ) -١　　ب) صفر　　جـ) هـ　　ء) ١

<u>السؤال الثاني :</u> (٢٠ علامة)

أ) استخدم تعريف التكامل المحدود في ايجاد $\int_{1}^{2} (٧ - ٥س)\,ءس$　　(١٠ علامات)

ب) اذا كان ق(س) اقتراناً متصلاً على مجاله وكان $\int ق(س)\,ءس = جاس - جتاس + ٢$　　(١٠ علامات)
أثبت أن $ق(\frac{\pi}{٢}) - ق^{\prime}(\frac{\pi}{٢}) = ٢$

<u>السؤال الثالث :</u> (٢٠ علامة)

أ) اذا كان $\int (ق^{\prime}(س) + س^٢)\,ءس = ٢س^٣ + جس^٢ + ٢$ وكان $ق^{\prime}(١) = ٤$ ، $ق(٢) = ٦$　　(٨ علامات)

جد قيمة ق(-١)

ب) جد التكاملات الآتية (١٢ علامة)

١- $\int \frac{\text{قا}^{٢}\text{س}}{٥ - \text{قا}^{٢}\text{س}}$ ءس

٢- $\int \frac{١}{\text{س}^{٣}} \text{جتا}\left(\frac{١}{\text{س}}\right)$ ءس

السؤال الرابع : (٢٠ علامة)

أ) أسقط جسم من السكون من ارتفاع ١٠٠ م بتسارع ١٠ م / ث^{٢} احسب سرعته عندما يكون على ارتفاع ٥٥ م من سطح الارض . (١٠ علامات)

ب) اذا كان $\text{ق}'(٠) = ٣$، $\text{ق}'(٤) = ١٧$ جد $\int_{٢}^{٣} (٢\text{س} - ٣)\,\text{ق}''(٢\text{س}^{٢} - ٦\text{س} + ٤)$ ءس (١٠ علامات)

القسم الثاني : يتكون هذا القسم من سؤالين وعلى المشترك أن يجيب عن أحدهما فقط .

السؤال الخامس : (١٠ علامات)

أ) إذا كانت $\text{س}^{٢}\text{ق}'(\text{س}) + ٢\text{س}\,\text{ق}(\text{س}) = \text{جتاس}$ جد قيمة $\text{ق}(\frac{\pi}{٢})$ علماً أن $\text{ق}(\pi) = ٠$ (٥ علامات)

ب) جد قيمة $\int_{٠}^{\frac{\pi}{٤}} (\text{قا}^{٤}\text{س} - \text{ظا}^{٤}\text{س})$ ءس (٥ علامات)

السؤال السادس : (١٠ علامات)

أ) أثبت أن $\int_{\frac{١}{٢}}^{١} \frac{(\text{س} - ١)^{\text{ن}}}{\text{س}^{\text{ن}+٢}}$ ءس $= \frac{١}{\text{ن} + ١}$ حيث ن عدد صحيح زوجي (٥ علامات)

ب) اذا كان ميل المماس لمنحنى علاقة عند النقطة (س،ص) يساوي $\frac{\text{س}^{-١}}{\sqrt{٣ + \text{لو}_{\text{هـ}}\text{س}}}$ ، س > ٠ (٥ علامات)

فجد قاعدة العلاقة علماً بأن منحناه يمر بالنقطة (هـ،٤) ، هـ العدد النيبيري

انتهت الأسئلة

السؤال الأول

١) ∫ (ظا²س + ٣) دس = ∫ (قا²س − ١ + ٣) دس

جواب

= ∫ (قا²س + ٢) دس = ظاس + ٢س + جـ (د)

---

٢) أي من الآتية يعتبر تجزئة للفترة [١ ، ٤]

الجواب (جـ)

---

٣) طول الفترات الجزئية متساوي ⟸

١ − أ = ١٧ − ١٥

١ − أ = ٢ ⟸ − أ = ٢ − ١

− أ = ١ ⟸ $\boxed{\text{أ} = -١}$ ← جواب (أ)

---

٤) ل = (ب − أ) / ن | ٦ / ٣ = ب − ٥

$\cancel{١ / ٣ = (ب − ٥) / ٦}$ | ٢ = ب − ٥

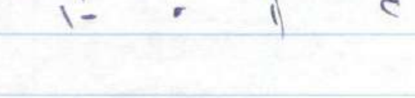
$\boxed{\text{ب} = ٧}$ جواب (جـ)

---

٥) $\int_{١}^{٢}$ [س + ١] دس

نعيد تعريف [س + ١] ، س + ١ = ٠ ⟸ س = −١

ل = ١ / |معامل س| = ١ / |١| = ١



[س + ١] = { ٢ ، ١ ≤ س < ٢ ؛ ٣ ، س = ٢ }

$\int_{١}^{٢}$ [س + ١] دس = $\int_{١}^{٢}$ ٢ دس + $\int_{٢}^{٢}$ ٣ دس

= ٢(٢ − ١) + صفر = $\boxed{٢}$ جواب (د)

السؤال الأول

① $\int($ طا^{2}س $+ ٣)$ دس $=$ $\int($ قا^{2}س $- ١ + ٣)$ دس

$=$ $\int($ قا^{2}س $+ ٢)$ دس $=$ طاس $+ ٢$س $+$ جـ (د) جواب

② أي من الآتية يعتبر تجزئة للفترة $[١ ، ٤]$

الجواب (جـ)

③ طول الفترات الجزئية متساوي $\Leftarrow$

$١٥ - ١٧ =$ أ $- ١$

$٢ =$ أ $- ١$ $\Leftarrow$ أ $= ٢ - ١$

$-$ أ $= ١$ $\Leftarrow$ $\boxed{\text{أ} = -١}$ $\leftarrow$ جواب (أ)

④ ل $= \frac{\text{ب} - \text{أ}}{\text{ن}}$ | $\frac{٦}{٣} =$ ب $- ٥$

$\cancel{\frac{١}{٣} = \frac{\text{ب} - ٥}{٦}}$ | $٢ =$ ب $- ٥$

$\boxed{\text{ب} = ٧}$ جواب (جـ)

⑤ $\int_{١}^{٣} [$س$+١]$ دس

نعيد تعريف $[$س$+١]$ ، س$+١ = ٠$ $\Leftarrow$ س $= -١$

ل $= \frac{١}{|\text{أ}|} = \frac{١}{|١|} = ١$

$-١ \quad ٠ \quad ١ \quad ٢$

$[$س$+١] = \begin{cases} ٢ & ، ١ \le \text{س} < ٢ \\ ٣ & ، \text{س} = ٢ \end{cases}$

$\int_{١}^{٣} [$س$+١]$ دس $= \int_{١}^{٢} ٢$ دس $+ \int_{٢}^{٣} ٣$ دس

$= ٢(٢-١) +$ صفر $= \boxed{٢}$ جواب (د)

٦) ق(س)، هـ(س) اقترانين أصليين ⇐ ق(س) − هـ(س) = أ (ثابت)

$$\therefore \int_{1}^{4} \left(\text{ق}(س) - \text{هـ}(س)\right) دس = 9 \Leftarrow \int_{1}^{4} أ\, دس = 9$$

$$أ(4-1) = 9 \Leftarrow 3أ = 9 \Leftarrow \boxed{أ = 3}$$

$$\therefore \int_{2}^{-1} 2س \left(\text{هـ}(س) - \text{ق}(س)\right) دس =$$

لأن هـ(س) − ق(س) = −أ = −٣

$$\int_{2}^{-1} 2س \times -3\, دس$$

$$\int_{2}^{-1} -6س\, دس = \left. \frac{-6س^2}{2} \right|_{2}^{-1}$$

$$= \left. -3س^2 \right|_{2}^{-1} = \left(-3(-1)^2\right) - \left(-3(2)^2\right)$$

$$= (-3) - (-12) = -3 + 12 = 9$$

الجواب (أ)

---

٧) ق(س)، هـ(س) اقترانين أصليين لـ م(س) ⇐ ق(س) − هـ(س) = أ

$$\therefore \int 2\left(\text{ق}(س) - \text{هـ}(س)\right) دس = \int 2أ\, دس$$

$$= \underbrace{2أس + ج}_{\text{اقتران خطي}}$$

الجواب (أ)

---

٨) $\int \text{م}(س)\, دس = \text{م}(س) + ج$

$$\int \sqrt{س}\, دس = \int س^{\frac{1}{2}}\, دس = \frac{2}{3} س^{\frac{3}{2}} + ج = \frac{2}{3}\sqrt{س^3} + ج$$

الجواب (ب)

---

٩) $\lim\limits_{هـ \to 0} \text{م}(ع، 3هـ) = 3 \times \lim\limits_{هـ \to 0} \text{م}(ع، هـ)$

$$= 3 \times \int_{0}^{2} \text{م}(س)\, دس = 3 \times -2 = -6$$

الجواب (ب)

(١٠) $\int \frac{1 - هـ^{-س}}{هـ^{-س} + س} \, دس = - \int \frac{-(1 - هـ^{-س})}{هـ^{-س} + س} \, دس$

$= - لو_{هـ} \left| هـ^{-س} + س \right| + ث$

(١١) $ق(س) = ٢ \, لو_{هـ} س$

$[س_{ر-1} ، س_ر]$	$س_ر^* $	$ق(س_ر^*)$	$س_ر - س_{ر-1}$	$ق \times (س_ر - س_{ر-1})$
$[1 ، هـ]$	1	$٢ لو_{هـ} 1 = صفر$	$هـ - 1$	صفر
$[هـ ، هـ^2]$	$هـ$	$٢ لو_{هـ} هـ = ٢$	$هـ^2 - هـ$	$٢(هـ^2 - هـ)$

$\therefore م(ع، ن) = \sum ق(س_ر^*)(س_ر - س_{ر-1})$

$= ٢(هـ^2 - هـ) = ٢(هـ^2 - هـ)$

جواب [illegible]

(١٢) $\int_{0}^{2} |س| \, دس$

الحل بعد تعريف $|س|$

$|س| = \begin{cases} س & س \geq ٠ \\ -س & س < ٠ \end{cases}$

$\therefore \int_{0}^{2} |س| \, دس = \int_{0}^{2} س \, دس = \left[\frac{س^2}{2}\right]_{0}^{2}$

$= \left(\frac{٤}{٢}\right) - \left(\frac{٠}{٢}\right) = (٢) - (٠) = ٢$

جواب ب

(١٣) $\int \frac{(1+\sqrt{س})(1-\sqrt{س})(1-\sqrt{س})}{1-س} \, دس = \int \frac{\cancel{(1+\sqrt{س})(1-\sqrt{س})}(1-\sqrt{س})}{\cancel{1-س}} \, دس$

$\int 1 - \sqrt{س} \, دس = \int 1 - س^{\frac{1}{2}} \, دس = س - \frac{س^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + ث$

جواب ج

31

(١٤) $\text{م(المساحة)} = \lim\limits_{\text{ن}\to\infty} \text{م(ك}_\text{ن}\text{، ن)}$

$\therefore \lim\limits_{\text{ن}\to\infty} \text{م(ك}_\text{ن}\text{، ن)} = \int_{1}^{2} \text{٥ د س}$

$= \text{٥ س}\Big|_{1}^{2}$

$(\text{٥}\times\text{٢}) - (\text{٥}\times\text{١})$

$= \text{١٠} - \text{٥}$

$= \boxed{\text{٥}}$

الجواب (د)

(١٥) الوسط الحسابي لـ س_1 ، س_2 هو $\frac{\text{س}_1+\text{س}_2}{\text{٢}} = \text{٥} \Leftarrow \boxed{\text{س}_1+\text{س}_2 = \text{١٠}}$

$\text{س}_\text{ر} = \text{أ} + \frac{\text{ب}-\text{أ}}{\text{ن}}\,\text{ر}$

$\text{س}_1 = \text{٢} + \frac{\text{ب}-\text{٢}}{\text{٦}}\times\text{١}$

$= \text{٢} + \frac{\text{ب}-\text{٢}}{\text{٦}}$

$\text{س}_2 = \text{٢} + \frac{\text{ب}-\text{٢}}{\text{٦}}\times\text{٣}$

$\text{س}_2 = \text{٢} + \frac{\text{٣ب}-\text{٦}}{\text{٦}}$

$\therefore \text{س}_1 + \text{س}_2 = \text{٢} + \frac{\text{ب}-\text{٢}}{\text{٦}} + \text{٢} + \frac{\text{٣ب}-\text{٦}}{\text{٦}} = \text{١٠}$

$\text{٤} + \frac{\text{٤ب}-\text{٨}}{\text{٦}} = \text{١٠}$

$\frac{\text{٤ب}-\text{٨}}{\text{٦}} = \text{٦}$

$\text{٤ب} - \text{٨} = \text{٣٦}$

$\frac{\text{٤ب}}{\text{٤}} = \frac{\text{٤٤}}{\text{٤}}$

$\boxed{\text{ب} = \text{١١}}$

الجواب ب

(١٦) $\int_{-1}^{1} ق(س)\,دس = \lim_{ن\to\infty} م(ك_ن ، ق)$

$= \lim_{ن\to\infty} \frac{(أ+1)(ن^2+2ن)}{ن^2}$

$-5 = أ+1$

$أ = -6$

جواب ج

---

(١٧) نأخذ ٩ عامل مشترك $\int \frac{\sqrt{9(س+2)}-3}{\sqrt{س+2}-1}\,دس$ توزيع الجذر

$\int \frac{\sqrt{9}\sqrt{س+2}-3}{\sqrt{س+2}-1}\,دس = \int \frac{3\sqrt{س+2}-3}{\sqrt{س+2}-1}\,دس$

اخراج ٣ عامل مشترك $\int \frac{3\cancel{(\sqrt{س+2}-1)}}{\cancel{\sqrt{س+2}-1}}\,دس$

$= \int 3\,دس = 3س + ج$

جواب ب

---

(١٨) $\int ق'(س)\,دس = س^2 + ج$ نشتق الطرفين $\Leftarrow ق'(س) = 2س$ (ب)

$\therefore \int_{1}^{2} ق'(س)\,دس = \int_{1}^{2} 2س\,دس = س^2 \Big]_{1}^{2} = 4-1 = \boxed{3}$

---

(١٩) $\int_{1}^{2} |س-1|\,دس = \int_{1}^{2} (س-1)\,دس$

$س-1=0 \Leftarrow س=1$

$= \left[\frac{س^2}{2} - س\right]_{1}^{2} = \left(\frac{4}{2}-2\right) - \left(\frac{1}{2}-1\right)$

$= (2-2) - \left(-\frac{1}{2}\right) = -- \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

جواب ب

---

(٢٠) $\int_{\frac{1}{هـ}}^{هـ} ق'(س)\,دس = ق(س)\Big]_{\frac{1}{هـ}}^{هـ}$

$ق(س) = س \,لو_هـ س$

$ق'(س) = س \times \frac{1}{س} + لو_هـ س \times 1$

$= 1 + لو_هـ س$

$ق'(هـ) - ق'(\frac{1}{هـ})$

$= (1 + لو_هـ هـ) - (1 + لو_هـ \frac{1}{هـ})$

$= \cancel{1} + لو_هـ هـ - \cancel{1} - لو_هـ \frac{1}{هـ}$

$= لو_هـ هـ - لو_هـ \frac{1}{هـ}$

(٥)

$= لو_هـ \left(\frac{هـ}{\frac{1}{هـ}}\right)$

$= لو_هـ هـ$

$= 1$

جواب (د)

رقم السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
الإجابة	د	جـ	أ	جـ	د	أ	أ	ب	ب	د

رقم السؤال	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠
الإجابة	ب	أ	جـ	د	ب	جـ	ب	ب	ب	د

السؤال الثاني

(أ) $\int_{2}^{1}(٧-٥س)\,ءس = -\int_{1}^{2} ٧-٥س\,ءس$

$د(س) = ٧ - ٥س$ ، $[١ ، ٢]$ ، $س^*_ر = س_ر = أ + ل\,ر$

(١) $س_ر = ١ + \frac{٢-١}{ن}ر = \boxed{١ + \frac{١}{ن}ر}$

(٢) $د(س_ر) = ٧ - ٥(١ + \frac{١}{ن}ر)$

$= ٧ - ٥ - \frac{٥}{ن}ر = ٢ - \frac{٥}{ن}ر$

(٣) $\sum_{ر=١}^{ن} د(س_ر) = \sum_{ر=١}^{ن}(٢ - \frac{٥}{ن}ر) = \sum_{ر=١}^{ن}٢ - \frac{٥}{ن}\sum_{ر=١}^{ن}ر$

$= ٢ن - \frac{٥}{ن} \times \frac{ن(ن+١)}{٢}$

$= ٢ن - \frac{٥ن}{٢} - \frac{٥}{٢} = \boxed{-\frac{ن}{٢} - \frac{٥}{٢}}$

(٤) $م(ك_ن ، د) = ل \sum_{ر=١}^{ن} د(س_ر)$

$= \frac{١}{ن} \times (-\frac{ن}{٢} - \frac{٥}{٢}) = -\frac{١}{٢} - \frac{٥}{٢ن}$

(٥) $\int ٧-٥س\,ءس = \lim_{ن \to \infty}(-\frac{١}{٢} - \frac{٥}{٢ن}) = -\frac{١}{٢}$

السؤال الثاني (ب)

نشتق الطرفين   ق(س) = جتاس + جاس   نشتق مرة أخرى

ق̋(س) = − جاس + جتاس

بالطرح

ق(س) − ق̋(س) = (جتاس + جاس) − (− جاس + جتاس)

= جتاس + جاس + جاس − ~~جتاس~~

= ٢ جاس

∴ ق($\frac{\pi}{2}$) − ق̋($\frac{\pi}{2}$) = ٢ جا $\frac{\pi}{2}$

= ٢ × ١

= ٢

السؤال الثالث

(أ) نشتق الطرفين $\text{ق}'(\text{س}) + \text{س}^2 = 6\text{س}^2 + 2\text{م}\,\text{س}$

$\therefore\ \text{ق}'(\text{س}) = 5\text{س}^2 + 2\text{م}\,\text{س}$

لكن $\text{ق}'(1) = 4 \Leftarrow$

$\text{ق}'(1) = 5(1)^2 + 2\text{م}(1)$

$4 = 5 + 2\text{م}$

$-1 = 2\text{م} \Leftarrow \boxed{\text{م} = -\frac{1}{2}}$

$\therefore\ \text{ق}'(\text{س}) = 5\text{س}^2 + 2\left(-\frac{1}{2}\right)\text{س}$

$\boxed{\text{ق}'(\text{س}) = 5\text{س}^2 - \text{س}}$

$\text{ق}(\text{س}) = \int \text{ق}'(\text{س})\,\text{ء}\text{س}$

$\text{ق}(\text{س}) = \int 5\text{س}^2 - \text{س}\ \text{ء}\text{س}$

$\text{ق}(\text{س}) = \frac{5\text{س}^3}{3} - \frac{\text{س}^2}{2} + \text{م}_1$ لكن $\text{ق}(2) = 6$

$\text{ق}(2) = \frac{5(2)^3}{3} - \frac{(2)^2}{2} + \text{م}_1$

$6 = \frac{40}{3} - 2 + \text{م}_1 \Leftarrow \text{م}_1 = 8 - \frac{40}{3}$

$\boxed{\text{م}_1 = -\frac{16}{3}}$

$\therefore\ \text{ق}(\text{س}) = \frac{5\text{س}^3}{3} - \frac{\text{س}^2}{2} - \frac{16}{3}$

$\text{ق}(-1) = \frac{5(-1)^3}{3} - \frac{(-1)^2}{2} - \frac{16}{3}$

$= -\frac{5}{3} - \frac{1}{2} - \frac{16}{3}$

$= -\frac{21}{3} - \frac{1}{2} = -7 - \frac{1}{2} = \boxed{-\frac{15}{2}}$

س٣ ب) (1)

$$\int \frac{\text{قا}^2\text{س}}{٥ - \text{قا}^2\text{س}}\, \text{دس} = \int \frac{\text{قا}^2\text{س}}{٥ - (١ + \text{ظا}^2\text{س})}\, \text{دس}$$

$$\int \frac{\text{قا}^2\text{س}}{٤ - \text{ظا}^2\text{س}}\, \text{دس} \qquad \text{ع} = \text{ظاس}$$

$$\text{دع} = \text{قا}^2\text{س}\ \text{دس}$$

$$\int \frac{\cancel{\text{قا}^2\text{س}}}{٤ - \text{ع}^2} \times \frac{\text{دع}}{\cancel{\text{قا}^2\text{س}}} \qquad \text{دس} = \frac{\text{دع}}{\text{قا}^2\text{س}}$$

$$\int \frac{1}{٤ - \text{ع}^2}\, \text{دع}$$ كسور جزئية

$$\frac{1}{٤ - \text{ع}^2} = \frac{1}{(٢ - \text{ع})(٢ + \text{ع})} = \frac{\text{أ}}{٢ - \text{ع}} + \frac{\text{ب}}{٢ + \text{ع}}$$

$$1 = \text{أ}(٢ + \text{ع}) + \text{ب}(٢ - \text{ع})$$

عندما $\text{ع} = ٢ \Leftarrow 1 = \text{أ}(٢+٢) + \text{ب}(٠) \Leftarrow \boxed{\text{أ} = \frac{1}{4}}$

عندما $\text{ع} = -٢ \Leftarrow 1 = \text{أ}(٠) + \text{ب}(٢ - -٢) \Leftarrow \boxed{\text{ب} = \frac{1}{4}}$

$$\therefore \int \frac{1}{٤ - \text{ع}^2}\, \text{دع} = \int \frac{\frac{1}{4}}{٢ - \text{ع}}\, \text{دع} + \int \frac{\frac{1}{4}}{٢ + \text{ع}}\, \text{دع}$$

$$= -\frac{1}{4} \text{لو}_{\text{هـ}} |٢ - \text{ع}| + \frac{1}{4} \text{لو}_{\text{هـ}} |٢ + \text{ع}| + \text{جـ}$$

$$\therefore \int \frac{\text{قا}^2\text{س}}{٥ - \text{قا}^2\text{س}}\, \text{دس} = -\frac{1}{4} \text{لو}_{\text{هـ}} |٢ - \text{ظاس}| + \frac{1}{4} \text{لو}_{\text{هـ}} |٢ + \text{ظاس}| + \text{جـ}$$

(2)

$$\int \frac{1}{\text{س}^3} \text{جتا}\left(\frac{1}{\text{س}}\right) \text{دس}$$

نفرض $\text{ع} = \frac{1}{\text{س}} \Leftarrow \text{دع} = \frac{-1}{\text{س}^2}\, \text{دس}$

$$\Leftarrow \text{دس} = -\text{س}^2\, \text{دع}$$

$$\int \frac{1}{\text{س}^3} \text{جتاع} \times -\text{س}^2\, \text{دع} = \int \frac{-1}{\text{س}} \text{جتاع}\ \text{دع}$$

$$= \int -\text{ع} \cdot \text{جتاع}\ \text{دع}$$ بالأجزاء

] - ع جتا ع دع

السؤال الرابع

(ج)

ع(ن) = ∫ ت(ن) ءن

= ∫ ١٠ ءن

ع(ن) = ١٠ن + جـ

ع(٠) = ٠

٠ = ١٠(٠) + جـ

جـ = ٠

ف(ن) = ∫ ع(ن) ءن

ف(ن) = ∫ ١٠ ن ءن

ف(ن) = ١٠ن²/٢ + جـ

ف(ن) = ٥ن² + جـ

ف(٠) = ٠ ⟸ جـ = ٠

ف(ن) = ٥ن²

عندما تكون ف

١، رباع ٥٥م

أي أنه قطع مسافة ٤٥م

∴ ٥ن² = ٤٥

ن² = ٩

ن = ±٣

ن = ٣ ، ن = -٣ ✗

ع(٣) = ١٠(٣)

= ٣٠ م/ث

١٠

١ —— + = ٠

١٠

س٤ (٧) نفرض أن ع = ٢س² − ٦س + ٤

دع = (٤س − ٦) دس ⟸ دس = دع / (٢(٢س − ٣))

عندما س = ٢ ⟸ ع = ٢(٢)² − ٦(٢) + ٤ = ٨ − ١٢ + ٤ = صفر

عندما س = ٣ ⟸ ع = ٢(٣)² − ٦(٣) + ٤ = ١٨ − ١٨ + ٤ = ٤

∴ ∫^٤ (٢س − ٣) د''(ع) دع / (٢(٢س − ٣)) = ½ ∫^٤ د''(ع) دع

½ [د'(ع)]^٤ = ½ (د'(٤) − د'(١))

½ (١٧ − ٣) = ½ (١٤) = $\boxed{٧}$

السؤال الخامس (أ) $(\text{س}^2\,\text{ق}(\text{س}))' = \text{جتا}\,\text{س}$ نأخذ تكامل الطرفين

$$\int (\text{س}^2\,\text{ق}(\text{س}))'\,\text{دس} = \int \text{جتا}\,\text{س}\,\text{دس}$$

$$\text{س}^2\,\text{ق}(\text{س}) = \text{جا}\,\text{س} + \text{ج}$$

لكن $\text{ق}(\pi) = ٠ \Leftarrow \pi^2\,\text{ق}(\pi) = \text{جا}\,\pi + \text{ج}$

$$\pi^2 \times ٠ = ٠ + \text{ج} \Leftarrow \text{ج} = ٠$$

$$\therefore \text{س}^2\,\text{ق}(\text{س}) = \text{جا}\,\text{س}$$

$$\left(\frac{\pi}{٢}\right)^2 \text{ق}\left(\frac{\pi}{٢}\right) = \text{جا}\,\frac{\pi}{٢}$$

$$\frac{\pi^2}{٤} \times \text{ق}\left(\frac{\pi}{٢}\right) = ١ \Longleftarrow \text{ق}\left(\frac{\pi}{٢}\right) = \frac{١}{\frac{\pi^2}{٤}} = \frac{٤}{\pi^2}$$

(ب) $\int_{٠}^{\frac{\pi}{٤}} (\text{قا}\,\text{س})^2 - (\text{ظا}\,\text{س})^2\,\text{دس}$ فرق بين مربعين

$$\int^{\frac{\pi}{٤}} (\text{قا}\,\text{س} - \text{ظا}\,\text{س})(\text{قا}\,\text{س} + \text{ظا}\,\text{س})\,\text{دس}$$

متطابقة $١ + \text{ظا}^2\text{س} = \text{قا}^2\text{س}$

$$= \int^{\frac{\pi}{٤}} (١)(\text{قا}^2\text{س} + \text{قا}^2\text{س} - ١)\,\text{دس}$$

$$\int^{\frac{\pi}{٤}} ٢\,\text{قا}^2\text{س} - ١\,\text{دس} = ٢\,\text{ظا}\,\text{س} - \text{س}\,\Big|^{\frac{\pi}{٤}}$$

$$= \left(٢\,\text{ظا}\,\frac{\pi}{٤} - \frac{\pi}{٤}\right) - (٢\,\text{ظا}\,٠ - ٠)$$

$$= \left(٢(١) - \frac{\pi}{٤}\right) - (٠) = ٢ - \frac{\pi}{٤}$$

السؤال السادس

(أ)

$$\int_{\frac{1}{2}}^{1} \frac{(\text{س}-1)^{\text{ن}}}{\text{س}^{\text{ن}} \times \text{س}^2}\, \text{دس} = \int_{\frac{1}{2}}^{1} \frac{(\text{س}-1)^{\text{ن}}}{\text{س}^{\text{ن}}} \times \frac{1}{\text{س}^2}\, \text{دس}$$

$$= \int_{\frac{1}{2}}^{1} \left(\frac{\text{س}-1}{\text{س}}\right)^{\text{ن}} \times \frac{1}{\text{س}^2}\, \text{دس} = \int_{\frac{1}{2}}^{1} \left(1-\frac{1}{\text{س}}\right)^{\text{ن}} \times \frac{1}{\text{س}^2}\, \text{دس}$$

نفرض أن $\text{ع} = 1 - \frac{1}{\text{س}}$

$$\text{دع} = 0 - \frac{-1}{\text{س}^2}\, \text{دس} \Leftarrow \boxed{\text{دس} = \text{س}^2\, \text{دع}}$$

$$\text{س} = \frac{1}{2} \Leftarrow \text{ع} = 1 - \frac{1}{\frac{1}{2}} = 1 - 2 = \boxed{-1}$$

$$\text{س} = 1 \Leftarrow \text{ع} = 1 - \frac{1}{1} = 1 - 1 = \text{صفر}$$

$$\therefore \int_{-1}^{0} \text{ع}^{\text{ن}} \times \cancel{\frac{1}{\text{س}^2}} \times \cancel{\text{س}^2}\, \text{دع} = \int_{-1}^{0} \text{ع}^{\text{ن}}\, \text{دع}$$

ن عدد زوجي

ن+1 عدد فردي

$$\left[\frac{\text{ع}^{\text{ن}+1}}{\text{ن}+1}\right]_{-1}^{0} = \frac{(0) - (-1)^{\text{ن}+1}}{\text{ن}+1} = -\frac{(-1)}{\text{ن}+1} = \frac{1}{\text{ن}+1}$$

س(٥) $ق'(س) = \frac{س^{-1}}{\sqrt{٣ + لو_{هـ} س}}$ ، أوجد ق ؟

$\int ق'(س)\, دس = \int \frac{س^{-1}}{\sqrt{٣ + لو_{هـ} س}}\, دس$

$ع = ٣ + لو_{هـ} س$

$دع = \frac{1}{س} دس \Leftarrow دس = س\, دع$

$\int \frac{س^{-1}}{\sqrt{ع}} \times س\, دع = \int ع^{-\frac{1}{2}}\, دع$

$= \frac{ع^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} + جـ$

$= ٢\sqrt{ع}$

$\therefore ق(س) = ٢\sqrt{٣ + لو_{هـ} س} + جـ$

لكن $ق(هـ) = ٤$

$ق(هـ) = ٢\sqrt{٣ + لو_{هـ} هـ} + جـ$

$٤ = ٢\sqrt{٣ + ١} + جـ$

$٤ = ٢ \times ٢ + جـ$

$٤ = ٤ + جـ \Leftarrow جـ = صفر$

$\boxed{ق(س) = ٢\sqrt{٣ + لو_{هـ} س}}$

يترك توزيع العلامات للمعلم

انتهت الاجابة

(١٤)