دولة فلسطين
وزارة التربية والتعليم
الإدارة العامة للقياس والتقويم والامتحانات

بسم الله الرحمن الرحيم

State Of Palestine
Ministry of Education
D. G. of Assessment, Evaluation &Examinations

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة
لعام 2020م

الفرع: العلمي
المبحث: الرياضيات
الورقة: الأولى
الجلسة: --

اليوم:
التاريخ: / /٢٠٢٠م
مدة الامتحان: ساعتان ونصف
مجموع العلامات: (١٠٠) علامة

ملاحظة: عدد أسئلة الورقة (ستة) أسئلة، أجب عن (خمسة) منها فقط

القسم الأول: يتكون هذا القسم من (أربعة) أسئلة، وعلى المشترك أن يجيب عنها جميعاً

السؤال الأول: (٣٠ علامة)

يتكون هذا السؤال من (٢٠) فقرة من نوع اختيار من متعدد، من أربعة بدائل، اختر رمز الإجابة الصحيحة، ثم ضع إشارة (×) في المكان المخصص في دفتر الإجابة:

١. إذا كان $ق(س) = \begin{cases} ٢س^٢ + ٤ & ، س \neq ٢ \\ ٦س & ، س = ٢ \end{cases}$ ، فما قيمة $\bar{ق}(٢)$؟

أ) ٨ ب) ٦ ج) ١٢ د) غير موجودة

٢. ما قيمة $\lim_{س \to ٠} \frac{هـ^س - س - ١}{س^٢}$ ؟

أ) $\frac{-١}{٢}$ ب) $\frac{١}{٢}$ ج) −١ د) ١

٣. إذا كان $ص = س^٢ \, لو_هـ س$ ، حيث $س > ٠$ ، فما قيمة $\left.\frac{ءص}{ءس}\right|_{س=هـ}$ ؟

أ) ٣هـ ب) $\frac{١}{٢}$هـ ج) $\frac{٣}{هـ}$ د) ٣

٤. إذا كان $ص = هـ^{أس}$ ، وكان $ص'' + ٣ص' = ١٠ص$ ، فما هي قيم أ؟

أ) ٥، ٢ ب) −٥، ٢ ج) ٥، −٢ د) −٥، −٢

٥. إذا كان المستقيم $ص = \frac{٩}{٢} - \frac{١}{٢}س$ عموديا على منحنى $ق(س) = أس^٢ - ٤س + ٥$ ، عند $س = ١$، فما قيمة أ؟

أ) ١- ب) $\frac{٧}{٤}$ ج) $-\frac{١}{٢}$ د) ٣

٦. قذف جسم رأسيا للأعلى وكان ارتفاعه ف بالأقدام بعد ن ثانية معطى بالمعادلة: $ف(ن) = ٩٦ن - ١٦ن^٢$ ، فما الزمن الذي يحتاجه الجسم وهو صاعد لتكون سرعته $\frac{١}{٣}$ السرعة التي قذف بها؟

أ) ٢ ب) ١ ج) ٣ د) $\frac{٣}{٢}$

٧. إذا كان $ق(س) = س^٢$ ، $هـ(س) = \frac{ب}{٢س - ١}$: $س \neq \frac{١}{٢}$ ، $ب > ٠$ ، وكان $(ق \circ هـ)'(١) = -٤٨$، فما قيمة الثابت ب؟

أ) ٢ ب) ٤ ج) ٨ د) ١٦

٨. إذا كان $س^٢ - س ص + ص^٢ = ٣$ ، فما قيمة $\frac{ءص}{ءس}$ عند النقطة (١، −١)؟

أ) −٢ ب) ١- ج) ١ د) ٢

لاحظ الصفحة التالية

يتبع صفحة (٢) ←

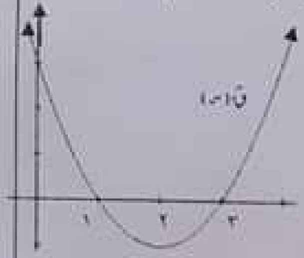
٩. إذا علمت أن الاقتران $\text{ق}(\text{س}) = \frac{(\text{س}^{٢} - ٥\text{س} + ٦)(\text{س} + \text{ك})}{(\text{س} - ٣)}$ ، $\text{س} \neq ٣$ يحقق شروط نظرية رول في الفترة المغلقة [أ،ب]، وكانت القيمة التي تحددها النظرية هي جـ = ٠ ، فما قيمة الثابت ك؟

أ) ١ ب) −١ ج) ٢ د) −٢

١٠. إذا كان $\text{ق}(\text{س}) = \text{س}^{٢} - ٣٢\,\text{لـو}_{\text{هـ}}(\text{س})$ ، فما عدد القيم الحرجة للاقتران ق(س) على مجاله؟

أ) صفر ب) ١ ج) ٢ د) ٣

**معتمدا على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران ق′(س)، أجب عن الفقرتين (١١،١٢) الآتيتين:



١١. ما المجال الذي يقع فيه منحنى الاقتران ق(س) تحت جميع مماساته؟

أ)]١،٣[ب)]٢،∞[ج)]−∞،١[∪]٣،∞[د)]−∞،٢[

١٢. ما قيمة/ قيم س التي يكون عندها للاقتران ق(س) قيمة صغرى محلية؟

أ) ١ ب) ٢ ج) ٣ د) ١، ٣

١٣. إذا كان $\text{ق}(\text{س}) = \sqrt[٣]{٦ - ٢\text{س}} + ٢$ ، فما قياس زاوية الإنعطاف لمنحنى الاقتران ق(س) إن وجدت؟

أ) ٠ ب) $\frac{\pi}{٢}$ ج) π د) لا توجد زاوية انعطاف

١٤. إذا كان لمنحنى الاقتران $\text{ق}(\text{س}) = \text{جاس} + \text{أس}^{٢}$ نقطة انعطاف عند $\text{س} = \frac{\pi}{٦}$ فما قيمة أ؟

أ) ٤ ب) −٤ ج) $\frac{-١}{٤}$ د) $\frac{١}{٤}$

١٥. إذا كان $\text{ق}(\text{س}) = \frac{\text{س}}{\text{س} + ١}$ ، $\text{س} \neq -١$ ، فما العبارة الصحيحة مما يأتي؟

أ) ق(س) متزايد على ح
ب) ق(س) متزايد على]−∞،−١[وعلى]−١،∞[
ج) ق(س) متناقص على ح
د) ق(س) متناقص على]−∞،−١[وعلى]−١،∞[

١٦. إذا كان متوسط التغير للاقتران $\text{ق}(\text{س}) = \text{س} + \text{لـو}_{\text{هـ}}\text{س}^{\text{ن}}$ حيث $\text{س} > ٠$ ، عندما تتغير س من ١ الى هـ يساوي $\frac{٢ - \text{هـ}}{١ - \text{هـ}}$ ، فما قيمة ن؟

أ) −١ ب) ١ ج) −٣ د) ٢هـ −٣

١٧. إذا كان $\text{ص} = \text{جتا}٢\text{ن}$ ، $\text{س} = \text{جان}$ ، أوجد $\frac{\text{دص}}{\text{دس}}$ ؟

أ) −٤جاس ب) ٤جاس ج) −٤ن د) −٤س

١٨. إذا كان $\text{ق}^{٢}\left(\sqrt{\text{س}} + ١\right) = ٥\text{س}^{٢} - ١$ ، فما قيمة ق′(٢) ، علماً أن ق(س) > ٠ ؟

أ) ٥ ب) $١٠\sqrt{٢}$ ج) $\frac{٥}{٢}$ د) ١٠

١٩. إذا كان $\text{ق}(\text{س}) = [٢\text{س} + ١،٦](٥\text{س} - ١)^{٢}$ ، فما قيمة ق′(٠،٢) ؟

أ) صفر ب) ٢ ج) ١٠ د) غير موجودة

٢٠. إذا كان $\text{ق}'(\text{س}) = ١٨ - ٦\text{س} - \text{جا}٢\text{س}$ ، فأي من الخصائص التالية تتحقق في منحنى ق(س)، $\forall \text{س} \in \text{ح}$ ؟

أ) متزايد ب) متناقص ج) مقعر للأسفل د) مقعر للأعلى

السؤال الثاني: (٢٠ علامة)

أ) إذا كان ق(س) معرف على الفترة [٠، ٢] ، حيث $ق(س) = \begin{cases} \frac{٣-س}{٢} ، & س < ١ \\ \frac{١}{س} ، & س \geq ١ \end{cases}$ (٩ علامات)

ابحث في تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة للاقتران ق(س) على الفترة [٠، ٢]، ثم أوجد قيمة/ قيم جـ التي

تحددها النظرية إن وجدت.

ب) إذا كان $ق'(س)$ كثير حدود متزايد على ح ، $هـ(س) = ٢س - س^{٢}$ ، أثبت أن الاقتران: (٥ علامات)

$ل(س) = ق'(س) + هـ(س) \times هـ'(س)$ متزايد $\forall س \in [٣، ٥]$.

ج) إذا كان $(س + ص)^{٥} = س^{٢}ص^{٣}$ ، أثبت أن $ص' = \frac{ص}{س}$. (٦ علامات)

السؤال الثالث: (٢٠ علامة)

أ) أوجد معادلة المماس لمنحنى $ص = لو_{هـ}(٢ - \sqrt{٢}\,جاس)$ عند النقطة الواقعة عليه وإحداثها السيني يساوي $\frac{\pi}{٤}$؟ (٦ علامات)

ب) اذا كان $س = ٤ظا^{٢}ن$ ، $ن \times ص = جـ$ ، $ن \neq ٠$ ، حيث جـ ثابت، وكان $\frac{دص}{دس} = \frac{-\pi^{٢}}{٩}$ عندما $ن = \frac{\pi}{٤}$، أوجد قيمة الثابت جـ. (٥ علامات)

ج) إذا كان $ق(س) = \frac{-١}{٢}جا^{٢}س + \frac{١}{٤}جتا٢س + \frac{٥}{٤}$ ، $س \in]٠، \pi[$ ، أوجد: (٩ علامات)

١) مجالات التقعر للأعلى وللأسفل للاقتران. ٢) نقطة/ نقاط الانعطاف. ٣) زاوية/ زوايا الانعطاف.

السؤال الرابع: (٢٠ علامة)

أ) إذا كان $ق(س) = ٦\sqrt{س} - ٣س$ ، أوجد: (٦ علامات)

١) مجالات التزايد والتناقص للاقتران ق(س) . ٢) القيم القصوى المحلية، وحدد المطلقة منها إن وجدت.

ب) أوجد مساحة أكبر مستطيل يمكن رسمه في الربع الأول، بحيث يقع رأسان من رؤوسه على محور السينات، أما الرأسان الآخران: فإحدهما يقع على المستقيم ص= ٢٠س، والآخر على المستقيم ص= ٢٤− س؟ (٧ علامات)

ج) إذا رُسم للاقتران $ق(س) = أس^{٣} + بس + ٦$ مماسا عند النقطة (٢، ق(٢)) الواقعة عليه، فقطع المماس من محور الصادات ٤ وحدات موجبة، وكان قياس زاوية ميل المماس تساوي $\frac{٣\pi}{٤}$. (٧ علامات)

فما قيمة الثابتين أ ، ب؟

لاحظ الصفحة التالية ← يتبع صفحة (٤)

القسم الثاني: يتكون هذا القسم من سؤالين وعلى المشترك أن يجيب عن أحدهما فقط.

السؤال الخامس:(١٠ علامات)

أ) إذا كان ل(س) = ١ + لـوهـ √س ، س > ٠. أوجد $\lim\limits_{س \to ١}\left(\frac{ل(س)}{س}-١\right)\left(\frac{١}{س-١}\right)$ (٥ علامات)

ب) قذف جسم رأسيا للأعلى من قمة برج ارتفاعه ٦٠ متر بحيث أن إزاحته من قمة البرج تعطى بالعلاقة:

$ف = ك ن - ٥ ن^{٢}$ ، حيث ف بالأمتار بعد ن ثانية. فإذا كان ارتفاعه ١٥ متر عن سطح الأرض بعد مرور ٩ ثوان،

فما أقصى ارتفاع يصل إليه الجسم عن سطح الأرض؟ (٥ علامات)

السؤال السادس: (١٠ علامات)

أ) إذا كان ق(س) كثير حدود، وكان المستقيم ص = ٤س − ٣ يمس منحنى ق(س) عند (١، ق(١))، (٥ علامات)

والمستقيم ٣ص − ١٢س = ١٨ يمس منحنى ق(س) عند (٣، ق(٣)). باستخدام نظرية رول، أثبت أنه

يوجد جـ ∈]١، ٣[، بحيث $ق^{\prime\prime}(جـ) = ٠$

ب) إذا كان ق(س) × هـ(س) = ١، وكان كل من الاقترانين ق(س) ، هـ(س) > ٠ ، ∀ س > ٠. (٥ علامات)

وكان ق(٥) = ٣٢ ، ق(أ + ب) = ق(أ) × ق(ب) ، أوجد متوسط التغير للاقتران هـ(س) على الفترة [١، ٤]،

علما أن متوسط التغير للاقتران ق(س) على الفترة [١، ٤] يساوي $\frac{١٤}{٣}$.

انتهت الأسئلة

ضع دائرة:

الورقة الاولى / (٢٠٢٠ لجنة ١٠/٦/٢٠٢٠)

① د(٢) $\overset{?}{=}$ نهـ$_{س \to ٢}$ ٣س٢ ⟸ ١٢ = ١٢ ⟸ متصلة عند
س = ٢

⟸ د(س) = ٢س٢ + ٤ على ح (القاعدة الثانية للاتصال)

د'(س) = ٤س

د'(٢) = ٨

$\boxed{\boxed{أ}}$

② نهـ$_{س \to ٠}$ $\frac{هـ^{س} - س - ١}{س^{٢}}$ = نهـ$_{س \to ٠}$ $\frac{هـ^{س} - ١}{٢س}$ = نهـ$_{س \to ٠}$ $\frac{هـ^{س}}{٢}$ = $\frac{هـ^{٠}}{٢}$

= $\frac{١}{٢}$

$\boxed{\boxed{ب}}$

③ ص = س٢ لو$_{هـ}$ س ⟸ $\frac{دص}{دس}$ = س٢ × $\cancel{\frac{١}{س}}$ + لو$_{هـ}$ س × ٢س

= س + ٢س لو$_{هـ}$ س

$\frac{دص}{دس}\Big|_{س = هـ}$ = هـ + ٢هـ لو$_{هـ}$ هـ = هـ + ٢هـ = ٣هـ

$\boxed{\boxed{أ}}$

④ ص = هـ^{أس} ⟸ ص' = أ هـ^{أس} ، ص'' = أ٢ هـ^{أس}

ص'' + ٣ص' = ١٠ص

أ٢ هـ^{أس} + ٣أ هـ^{أس} − ١٠ هـ^{أس} = ٠ ∴ نقسم على هـ^{أس} لأنها موجبة ≠ ٠ ∴

أ٢ + ٣أ − ١٠ = ٠ ∴

(أ + ٥)(أ − ٢) = ٠ ∴ ⟸ أ = ٢ ، −٥ $\boxed{\boxed{جـ}}$

⑤ ص = $-\frac{١}{٢}$س + $\frac{٩}{٢}$ ، ص = أس٢ − ٤س + ٥

$\boxed{ص' = \frac{-١}{٢}}$ ميل العمودي $\boxed{ص' = ٢أس - ٤}$ ميل المماس

م المماس = $\frac{-١}{ص'}$ = ٢ ⟸ ٢أس − ٤ = ٢ لكن س = ١

٢أ = ٦ ⟸ أ = ٣ $\boxed{\boxed{د}}$

⑥ ف = ٩٦ن − ١٦ن²
ع = ٩٦ − ٣٢ن
ع = ١/٣ ع(٠)
= ١/٣ × ٩٦ = ٣٢

ع = ٣٢
٩٦ − ٣٢ن = ٣٢
٩٦ − ٣٢ = ٣٢ن
٣٢ن = ٦٤
$\boxed{ن = ٢}$ ث

$\boxed{أ}$

⑦ ق(س) = س³ ، ق′(س) = ٣س² ، ق″(س) = ٦س
هـ(س) = ب/(٢س − ١) ، هـ′(س) = −٢ب/(٢س − ١)²
(ق′ ∘ هـ)′(١) = −٤٨
ق″(هـ(١)) × هـ′(١) = −٤٨
ق″(ب) × −٢ب = −٤٨
٦ب × −٢ب = −٤٨
−١٢ب² = −٤٨ ⟸ ب² = ٤ <
ب = −٢ ✗
ب = ٢ ✓

هـ(١) = ب
هـ′(١) = −٢ب
ق″(ب) = ٦ب

$\boxed{ب = ٢}$

$\boxed{أ}$

⑧ س² − س ص + ص² = ٣
٢س − (س دص/دس + ص × ١) + ٢ص دص/دس = ∴
(١ ، −١)
س ص
٢×١ − ١× دص/دس − −١ + ٢×−١ دص/دس = ∴
٣ − ٣ دص/دس = ∴ ⟸ دص/دس = +١

$\boxed{جـ}$

⑨ ق(س) = [(س² − ٥س + ٦)(س + ك)]/(س − ٣) ، [أ ، ب]
س ≠ ٣ ⟸ اما أ ، ب > ٣ أو أ ، ب < ٣
لكن جـ = ٠ < ٣ ⟸ أ ، ب < ٣ في س < ٣
ق(س) = [$\cancel{(س − ٣)}$(س − ٢)(س + ك)]/$\cancel{س − ٣}$ = س² + كس − ٢س − ٢ك
ق′(س) = ٢س + ك − ٢
ق′(جـ) = ∴ ⟸ ق′(٠) = ∴ ⟸ ٠ + ك − ٢ = ٠
$\boxed{ك = ٢}$

$\boxed{جـ}$

(١٠) ق(س) = س² − ٣٢ لوهـ س : مجال ق(س) هو س > ٠
]٠، +∞[

ق′(س) = ٢س − $\frac{٣٢}{س}$

= $\frac{٢س^2 − ٣٢}{س}$

ق′(س) = ٠ ⟸ ٢س² − ٣٢ = ٠ ⟸ س² = ١٦

س = −٤ ∉]٠، +∞[، $\boxed{س = ٤}$ ∈]٠، +∞[

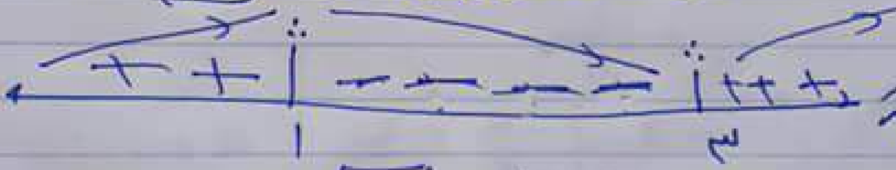
مقام ق′(س) = ٠ ⟸ س = ٠ ∉]٠، +∞[

⟸ يوجد نقطة حرجة واحدة عند س = ٤ $\boxed{ب}$

(١١)

ق(س) مقعر للأسفل في]−∞، ٢[$\boxed{د}$

(١٢)



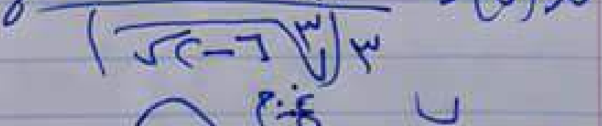
عند س = ٣ صغرى محلية $\boxed{جـ}$

(١٣) ق(س) = $\sqrt[3]{٦ − ٢س}$ + ٣ = $(٦ − ٢س)^{\frac{١}{٣}}$ + ٣

ق′(س) = $\frac{١}{٣}(٦ − ٢س)^{\frac{−٢}{٣}}$ × −٢ = $\frac{−٢}{٣}(٦ − ٢س)^{\frac{−٢}{٣}}$

ق″(س) = $\frac{−٢}{٣}$ × $\frac{−٢}{٣}(٦ − ٢س)^{\frac{−٥}{٣}}$ × −٢ = $\frac{−٨}{٩}(٦ − ٢س)^{\frac{−٥}{٣}}$

ق′(س) = $\frac{−٢}{٣(\sqrt[3]{٦ − ٢س})^{٢}}$ ، ق″(س) = $\frac{−٨}{٩(\sqrt[3]{٦ − ٢س})^{٥}}$



(٣ ، ٣) نقطة انعطاف

ظاهـ = ق′(٣) = $\frac{−٢}{٣ × ٠}$ = $\frac{−٢}{٠}$ كمية غير معرفة

⟸ المماس // محور ص ، مماس رأسي زاوية ميله = ٩٠°

⟸ هـ = $\frac{\pi}{٢}$

$\boxed{ب}$

⑭ د(س) = جاس + أس²
د'(س) = جتاس + ٢أس
د''(س) = ـ جاس + ٢أ

عند س = π/٦
انعطاف

د''(π/٦) = ٠ ⟸ ـ جا π/٦ + ٢أ = ٠ ∴
ـ ½ = ـ٢أ ⟸ ١ = ٤أ ⟸ $\boxed{أ = ¼}$ $\boxed{د}$

⑮ د(س) = س/(س+١) ، د'(س) = [(س+١)(١) ـ (س)(١)] / (س+١)²
= ١ / (س+١)² ← موجب ، ← موجب
د'(س) = ٠ ∴ ١ = ٠ ∴ (ليس لها حل)
د' > ٠ ∴ على ح ـ {ـ١}
د(س) متزايدة على]ـ∞ ، ـ١[،]ـ١ ، ∞+[$\boxed{ب}$

⑯ د(س) = س + ن لوهـ س
[د(هـ) ـ د(١)] / (هـ ـ ١) = (٢ ـ هـ)/(١ ـ هـ) × (ـ١/ـ١)
[(هـ + ن) ـ (١ + ٠)] / (هـ ـ ١) = (هـ ـ ٢)/(هـ ـ ١)

~~هـ~~ + ن ـ ١ = ~~هـ~~ ـ ٢
ن ـ ١ = ـ٢
$\boxed{ن = ـ١}$ $\boxed{أ}$

⑰ ص = جتا٢ن ، س = جان
ص = ١ ـ ٢جا²ن = ١ ـ ٢س²
دص/دس = ـ٤س $\boxed{د}$

(جتا٢ن = [جتا²ن ـ جا²ن
٢جتا²ن ـ ١
١ ـ ٢جا²ن)

⑱ د²(√س + ١) = ٥س² ـ ١
٢د(√س + ١) × د'(√س + ١) × ١/(٢√س) = ١٠س
نعوض س = ١
٢د(٢) × د'(٢) × ١/~~٢~~ = ١٠
٢ × د'(٢) = ١٠
$\boxed{د'(٢) = ٥}$

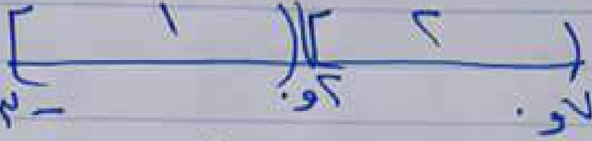
√س + ١ = ٢
√س = ١
س = ١

د²(٢) = ٥ ـ ١
د²(٢) = ٤
د(٢) = ∓٢

$\boxed{أ}$

(١٩) د(س) = ⟦٢س + ١,٦⟧ $(٥س - ١)^{٢}$

نعيد التعريف حول س = ٠٫٢



د(س) = { $(٥س - ١)^{٢}$ ، −٠٫٣ ≤ س < ٠٫٢
٢$(٥س - ١)^{٢}$ ، ٠٫٢ ≤ س < ٠٫٧

$\underset{س \to ٠٫٢^{-}}{نها}$ د(س) $\overset{?!}{=}$ $\underset{س \to ٠٫٢^{+}}{نها}$ د(س) $\overset{?!}{=}$ د(٠٫٢)

∴ = ∴ = ∴ ⟸ متصلة عند س = ٠٫٢

د'(س) = { ٢ × ٥(٥س − ١) ، −٠٫٣ < س < ٠٫٢
٢ × ٢ × ٥(٥س − ١) ، ٠٫٢ < س < ٠٫٧

د'$(٠٫٢^{-})$ = ∴ ، د'$(٠٫٢^{+})$ = ∴ ⟸ د'(٠٫٢) = ∴

$\boxed{أ}$

(٢٠) د'(س) = ١٨ − ٦س − جا٢س

د''(س) = −٦ − ٢جتا٢س

−١ ≤ جتا٢س ≤ ١

−٢ ≤ ٢جتا٢س ≤ ٢

٢ ≥ −٢جتا٢س ≥ −٢

−٦ −٦ −٦

−٤ ≥ −٦ −٢جتا٢س ≥ −٨

⟸ −٦ −٢جتا٢س < ∴ دائماً

⟸ د''(س) < ∴ على ح

⟸ د(س) مقعر للأسفل على ح

$\boxed{ج}$

س٢ ⓐ $ق(س) = \begin{cases} \frac{٣}{٢} - \frac{١}{٢}س &، ٠ \le س < ١ : [٠، ١[\\ \frac{١}{س} &، ١ \le س \le ٢ : [١، ٢] \end{cases}$

$\underset{س \to ١^-}{نهـ} ق(س) \overset{?}{=} \underset{س \to ١^+}{نهـ} ق(س) \overset{?}{=} ق(١)$

$١ \overset{?}{=} ١ \overset{?}{=} ١$ (نعم) ⇐ متصل عند $س = ١$

$ق(س) = \frac{٣}{٢} - \frac{١}{٢}س$ متصل في $[٠، ١[$ لانه كثير حدود خطي

$ق(س) = \frac{١}{س}$ متصل في $[١، ٢]$ لانه نسبي ليس له اصفار حقيقيه

⇐ $ق(س)$ متصل على $[٠، ٢]$

$ق'(س) = \begin{cases} -\frac{١}{٢} &، ٠ < س < ١ \\ -\frac{١}{س^٢} &، ١ < س < ٢ \end{cases}$

$ق'(١)^- = -\frac{١}{٢}$ ، $ق'(١)^+ = -١$ ⇐ $ق'(١)$ غ.م

⇐ $ق(س)$ غير قابل للاشتقاق في $]٠، ٢[$

⇐ $ق(س)$ لا تحقق شروط التوسط في الفترة $[٠، ٢]$

* نبحث امكانية وجود $جـ \in]٠، ٢[$ بحيث $ق'(جـ) = \frac{ق(٢) - ق(٠)}{٢ - ٠}$

$ق'(جـ) = \frac{\frac{١}{٢} - \frac{٣}{٢}}{٢} = -\frac{١}{٢}$

في $]٠، ١[$

$ق'(جـ) = -\frac{١}{٢}$

$-\frac{١}{٢} = -\frac{١}{٢}$

صحيح $\forall جـ \in]٠، ١[$

في $]١، ٢[$

$ق'(جـ) = -\frac{١}{٢}$

$-\frac{١}{جـ^٢} = -\frac{١}{٢}$

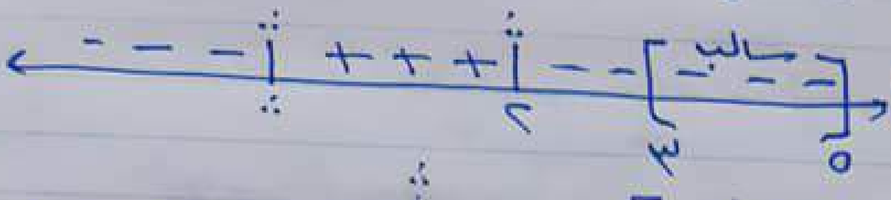
$جـ^٢ = ٢$

$جـ = +\sqrt{٢}$

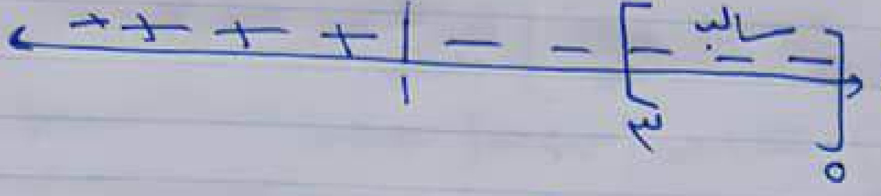
قيم $جـ =]٠، ١[\cup \{\sqrt{٢}\}$

س٢ (ب) قَ متزايد ⇐ قً > ∴

ها(س) = ٢س - س²



هَ(س) = ٢ - ٢س



هً(س) = -٢ < ∴ في [٣، ٥]

ل(س) = قَ(س) + ها(س) × هَ(س)

لَ = قً(س) + ها(س) × هً(س) + هَ(س) × هَ(س)

= موجب + سالب × سالب + سالب × سالب

= موجب + موجب + موجب

= موجب

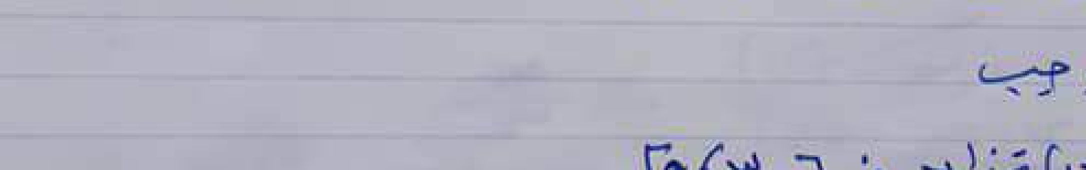
⇐ ل(س) متزايد في [٣، ٥]

حل آخر: ها(س) = ٢س - س² ، هَ(س) = ٢ - ٢س

ها(س) × هَ(س) = (٢س - س²)(٢ - ٢س) = ٤س - ٤س² - ٢س² + ٢س³

= ٢س³ - ٦س² + ٤س = ٢س(س² - ٣س + ٢)

= ٢س(س - ٢)(س - ١)



(ها(س) × هَ(س))' = (٢س³ - ٦س² + ٤س)' = ٦س² - ١٢س + ٤

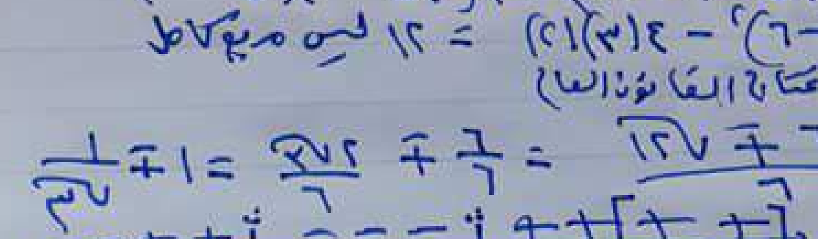
= ٢(٣س² - ٦س + ٢) = ٢(٣س)(س)

المميز = (-٦)² - ٤(٣)(٢) = ١٢ ليس مربع كامل

نحل بالعلاقة العامة (القانون العام)

س = (٦ ∓ √١٢)/٦ = ٦/٦ ∓ ٢√٣/٦ = ١ ∓ ١/√٣

ها × هَ



لَ(س) = قً(س) + (ها(س) × هَ(س))'

⇓ لَ(س) = موجب + موجب = موجب

ل(س) متزايدة في [٣، ٥]

س٢ (ج) $(س+ص)^{5} = س^{2} ص^{3}$ ، أثبت أن $ص' = \frac{ص}{س}$

طريقة ① $5\, لو_{هـ}(س+ص) = 2\, لو_{هـ} س + 3\, لو_{هـ} ص$

$$\left[\frac{5(1+ص')}{س+ص} = \frac{2}{س} + \frac{3ص'}{ص}\right] \times س\, ص\, (س+ص)$$ للتخلص من المقامات

$$5س\, ص\,(1+ص') = 2ص\,(س+ص) + 3ص'\,(س)(س+ص)$$

$$5س\, ص + 5س\, ص\, ص' = 2س\, ص + 2ص^{2} + 3س^{2} ص' + 3س\, ص\, ص'$$

$$5س\, ص\, ص' - 3س\, ص\, ص' - 3س^{2} ص' = 2س\, ص - 5س\, ص + 2ص^{2}$$

$$2س\, ص\, ص' - 3س^{2} ص' = 2ص^{2} - 3س\, ص$$

$$ص'\,(2س\, ص - 3س^{2}) = 2ص^{2} - 3س\, ص$$

$$ص' = \frac{2ص^{2} - 3س\, ص}{2س\, ص - 3س^{2}} \begin{matrix} \longrightarrow \text{نخرج (ص)} \\ \longrightarrow \text{نخرج (س)} \end{matrix}$$

$$= \frac{ص\,\cancel{(2ص - 3س)}}{س\,\cancel{(2ص - 3س)}} = \frac{ص}{س}$$

طريقة ②: $5(س+ص)^{4} \times (1+ص') = س^{2} \times 3ص^{2} ص' + ص^{3} \times 2س$

$$\frac{5(س+ص)^{4}}{1} \times \frac{س+ص}{س+ص} = \frac{5(س+ص)^{5}}{س+ص} = \frac{5س^{2} ص^{3}}{س+ص}$$

$$\Leftarrow \left[\frac{5س^{2} ص^{3}}{س+ص}\,(1+ص') = 3س^{2} ص^{2} ص' + 2س\, ص^{3}\right] \times (س+ص)$$ للتخلص من المقام

$$5س^{2} ص^{3}\,(1+ص') = (س+ص)\left[3س^{2} ص^{2} ص' + 2س\, ص^{3}\right]$$

$$5س^{2} ص^{3} + 5س^{2} ص^{3} ص' = 3س^{3} ص^{2} ص' + 2س^{2} ص^{3} + 3س^{2} ص^{3} ص' + 2س\, ص^{4}$$

$$5س^{2} ص^{3} ص' - 3س^{3} ص^{2} ص' - 3س^{2} ص^{3} ص' = 2س^{2} ص^{3} + 2س\, ص^{4} - 5س^{2} ص^{3}$$

$$ص'\left[5س^{2} ص^{3} - 3س^{3} ص^{2} - 3س^{2} ص^{3}\right] = 2س\, ص^{4} - 3س^{2} ص^{3}$$

$$ص'\left[2س^{2} ص^{3} - 3س^{3} ص^{2}\right] = 2س\, ص^{4} - 3س^{2} ص^{3}$$

$$ص' = \frac{2س\, ص^{4} - 3س^{2} ص^{3}}{2س^{2} ص^{3} - 3س^{3} ص^{2}} = \frac{ص\,\cancel{(2س\, ص^{3} - 3س^{2} ص^{2})}}{س\,\cancel{(2س\, ص^{3} - 3س^{2} ص^{2})}}$$

$$ص' = \frac{ص}{س}$$

س٢ (هـ)

طريقة ③ $(\text{س} + \text{ص})^{٥} = \text{س}^{٢}\,\text{ص}^{٣}$ نأخذ الجذر الخامس

$\text{س} + \text{ص} = \text{س}^{\frac{٢}{٥}}\,\text{ص}^{\frac{٣}{٥}}$

$\text{لو}_{\text{هـ}}(\text{س} + \text{ص}) = \frac{٢}{٥}\,\text{لو}_{\text{هـ}}\text{س} + \frac{٣}{٥}\,\text{لو}_{\text{هـ}}\text{ص}$

$\left[\frac{١ + \text{ص}'}{\text{س} + \text{ص}} = \frac{٢}{٥\text{س}} + \frac{٣\text{ص}'}{٥\text{ص}}\right] \times ٥\,\text{س}\,\text{ص}(\text{س} + \text{ص})$
للتخلص من المقامات

$(١ + \text{ص}') \times ٥\,\text{س}\,\text{ص} = ٢\text{ص}(\text{س} + \text{ص}) + ٣\,\text{س}(\text{س} + \text{ص})\,\text{ص}'$

$٥\text{س}\text{ص} + ٥\text{س}\text{ص}\text{ص}' = ٢\text{س}\text{ص} + ٢\text{ص}^{٢} + ٣\text{س}^{٢}\text{ص}' + ٣\text{س}\text{ص}\text{ص}'$

$٥\text{س}\text{ص}\text{ص}' - ٣\text{س}^{٢}\text{ص}' - ٣\text{س}\text{ص}\text{ص}' = ٢\text{س}\text{ص} + ٢\text{ص}^{٢} - ٥\text{س}\text{ص}$

$٢\text{س}\text{ص}\text{ص}' - ٣\text{س}^{٢}\text{ص}' = ٢\text{ص}^{٢} - ٣\text{س}\text{ص}$

$\text{ص}'(٢\text{س}\text{ص} - ٣\text{س}^{٢}) = ٢\text{ص}^{٢} - ٣\text{س}\text{ص}$

$\text{ص}' = \frac{٢\text{ص}^{٢} - ٣\text{س}\text{ص}}{٢\text{س}\text{ص} - ٣\text{س}^{٢}} = \frac{\text{ص}\cancel{(٢\text{ص} - ٣\text{س})}}{\text{س}\cancel{(٢\text{ص} - ٣\text{س})}} = \frac{\text{ص}}{\text{س}}$

طريقة ④ $\text{س} + \text{ص} = \text{س}^{\frac{٢}{٥}} \times \text{ص}^{\frac{٣}{٥}}$

$١ + \text{ص}' = \frac{٢}{٥}\text{س}^{\frac{-٣}{٥}} \times \text{ص}^{\frac{٣}{٥}} + \text{س}^{\frac{٢}{٥}} \times \frac{٣}{٥}\text{ص}^{\frac{-٢}{٥}} \times \text{ص}'$

... أكمل الحل ———

س② (أ) $\text{ص} = \text{لو}_{\text{هـ}}(٢ - \sqrt{٢}\ \text{جتاس}) = \text{د}(\text{س})$

$\text{د}\left(\frac{\pi}{٤}\right) = \text{لو}_{\text{هـ}}\left(٢ - \sqrt{٢} \times \frac{١}{\sqrt{٢}}\right) = \text{لو}_{\text{هـ}} ١ = ∴$

⇐ نقطة التماس $\left(\frac{\pi}{٤} ، ∴\right)$

$$\text{د}'(\text{س}) = \frac{\sqrt{٢}\ \text{جاس}}{٢ - \sqrt{٢}\ \text{جتاس}}$$

$$\text{د}'\left(\frac{\pi}{٤}\right) = \frac{\sqrt{٢} \times \frac{١}{\sqrt{٢}}}{٢ - \sqrt{٢} \times \frac{١}{\sqrt{٢}}} = \frac{١}{١} = ١$$

معادلة المماس: $\text{ص} - ∴ = ١\left(\text{س} - \frac{\pi}{٤}\right)$

$$\boxed{\text{ص} = \text{س} - \frac{\pi}{٤}}$$

س③ (ب) $\text{ص} = ٤\ \text{ظا}^{٢}\text{ن}$ ، $\text{ن} \times \text{س} = \text{م}$ ⇐ $\text{ن} = \frac{\text{م}}{\text{س}}$

$$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \frac{\text{دص}}{\text{دن}} \times \frac{\text{دن}}{\text{دس}}$$

$$= ٨\ \text{ظان} \times \text{قا}^{٢}\text{ن} \times \frac{-\text{م}}{\text{س}^{٢}}$$

$$\frac{-\pi^{٢}}{٦} = ٨\ \text{ظا}\frac{\pi}{٤}\ \text{قا}^{٢}\frac{\pi}{٤} \times \frac{-\text{م}}{\text{س}^{٢}}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} \text{ن} \times \text{س} = \text{م} \\ \frac{\pi}{٤} \times \text{س} = \text{م} \\ \text{س} = \frac{٤\text{م}}{\pi} \end{array}}$$

$$\frac{-\pi^{٢}}{٦} = ٨ \times ١ \times ٢ \times \frac{-\text{م}}{\left(\frac{٤\text{م}}{\pi}\right)^{٢}}$$

$$\frac{\cancel{-\pi^{٢}}}{٦} = \cancel{١٦} \times \cancel{\text{م}} \times \frac{\cancel{\pi^{٢}}}{\cancel{١٦}\ \text{م}^{\cancel{٢}}}$$

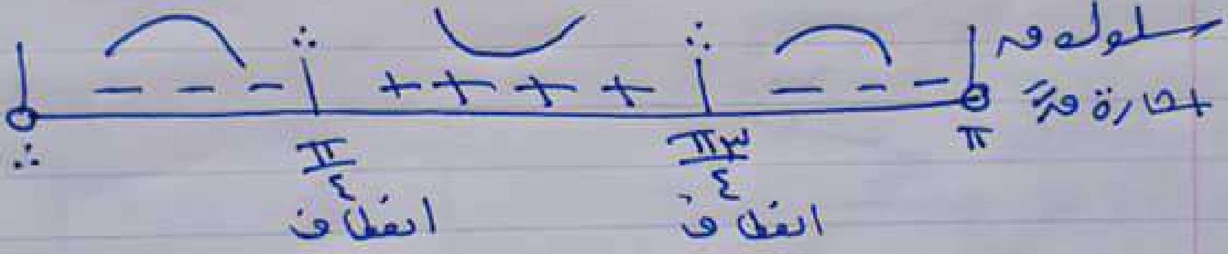
$$\frac{١}{٦} = \frac{١}{\text{م}} \Leftarrow \boxed{\text{م} = ٦}$$

س٣ ⓗ) ق(س) = $\frac{1}{2}$ جا٢س + $\frac{1}{4}$ جتا ٢س + $\frac{9}{4}$ ، $]0 ، \pi[$

ق(س) متصل على $]0 ، \pi[$ لأنه ناتج جمع وضرب اقترانات
متصلة (دائرية ، ثوابت)

ق'(س) = $\frac{1}{2}$ × ٢ جاس جتاس + $\frac{1}{4}$ × − جا٢س × ٢ + ∴
= $\frac{1}{2}$ (جا٢س) − $\frac{1}{2}$ (جا٢س) = − جا٢س

ق''(س) = −٢ جتا٢س
ق''(س) = ∴ ⟸ جتا٢س = ∴ ⟸ ٢س = $\frac{\pi}{2}$ ، $\frac{3\pi}{2}$) × $\frac{1}{2}$
⟸ س = $\frac{\pi}{4}$ ، $\frac{3\pi}{4}$ ∈ $]0 ، \pi[$



① ق(س) مقعر للأسفل في $[0 ، \frac{\pi}{4}]$ ، $]\frac{3\pi}{4} ، \pi[$
ق(س) مقعر للأعلى في $[\frac{\pi}{4} ، \frac{3\pi}{4}[$

② نقطة الانعطاف: ($\frac{\pi}{4}$ ، ١)
($\frac{3\pi}{4}$ ، ١)

③ ظا ي١ = ق'($\frac{\pi}{4}$) = − جا $\frac{\pi}{2}$ = −١
⟸ ي١ = ١٣٥° = $\frac{3\pi}{4}$

ظا ي٢ = ق'($\frac{3\pi}{4}$) = − جا $\frac{3\pi}{2}$ = ١

ي٢ = ٤٥° = $\frac{\pi}{4}$

س٤ (ب) ق(س) = ٦√س − ٣س (المجال =]٠، ∞+[ )

متصل على مجاله لأنه ناتج طرح
وضرب اقترانات متصلة (ثابت، جذر تربيعي، كثير حدود)

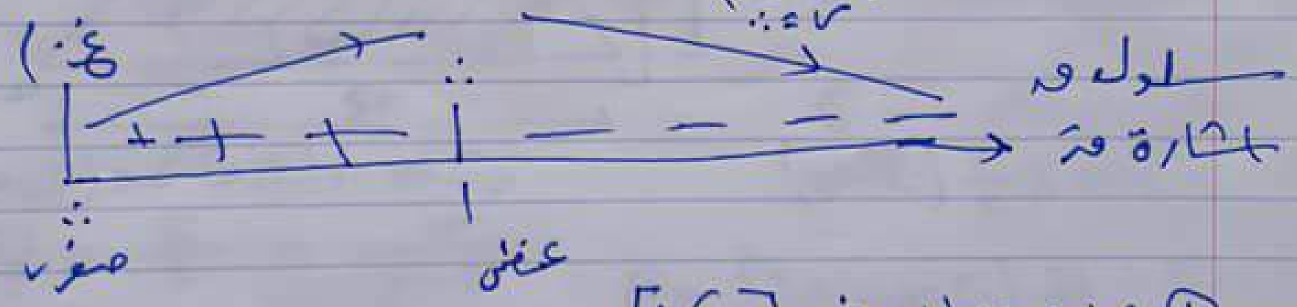
ق′(س) = ٦ × ١/(٢√س) − ٣

= (٣ − ٣√س)/√س في]٠، ∞+[

∴ ق′ = ٠ ⟸ س = ١

مقام ق′(س) = ٠ ∴ ⟸ س = ٠ ∴ ∉ مجال ق(س)

المرجح
ق′ = ٠ ∴ س = ١
ق′ (غ٠) ∴ س = ٠

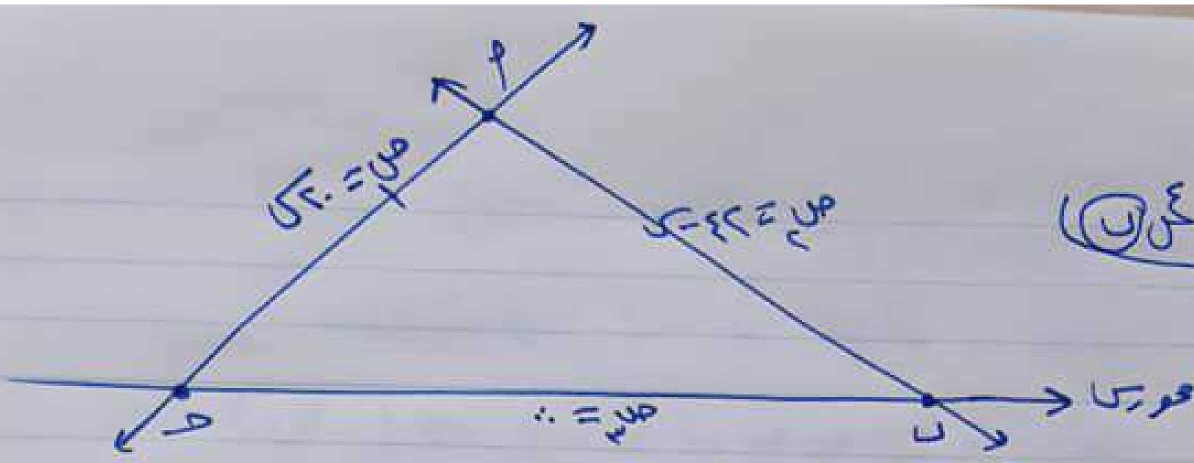


① ق(س) متزايد في [٠، ١]
ق(س) متناقص في [١، ∞+[

② ق(٠) = ٠ ∴ صغرى محلية (غير مطلقة)

ق(١) = ٣ عظمى محلية (ومطلقة)

س٤ (ب)

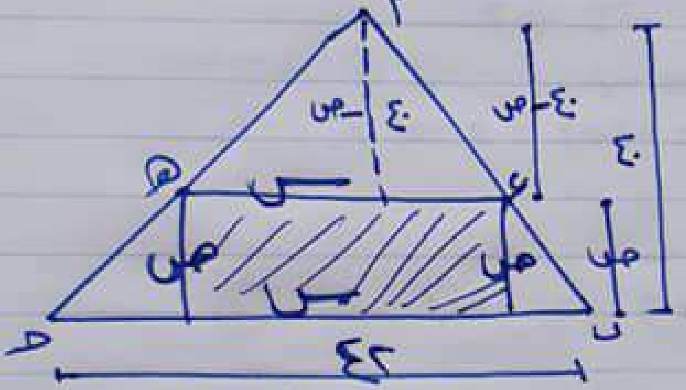


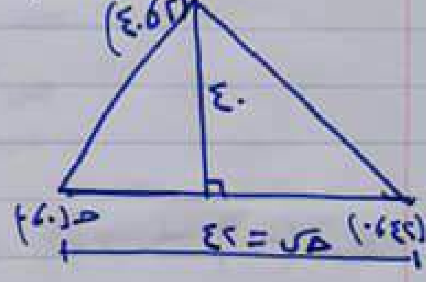
نجد رؤوس المثلث أ، ب، جـ

جـ: تقاطع ص١ مع ص٣ ⟸ ٢٠س = ∴ ⟸ س = ∴ ⟸ جـ (٠، ٠)

أ: تقاطع ص١ مع ص٢ ⟸ ٢٠س = ٤٢ – س ⟸ س = ٢ ⟸ أ (٢، ٤٠)

ب: تقاطع ص٢ مع ص٣ ⟸ ٤٢ – س = ∴ ⟸ س = ٤٢ ⟸ ب (٤٢، ٠)





$$م = س \times ص \quad — ①$$

$$م = ص \times \frac{٢١}{٢٠}(٤٠ - ص)$$

$$م = \frac{٢١}{٢٠}(٤٠ص - ص^٢) \quad — ③$$

من تشابه Δ (أ ء هـ) ، Δ (أ ب جـ)

$$\frac{س}{٤٠ - ص} = \frac{٤٢}{٤٠} = \frac{٢١}{٢٠}$$

$$س = \frac{٢١}{٢٠}(٤٠ - ص) \quad — ②$$

$$م' = \frac{٢١}{٢٠}\left[٤٠ - ٢ص\right] = ∴$$

$\boxed{ص = ٢٠}$ ✓ النقطة الحرجة

التحقق: م' $\overline{+\ +\ +\ |\ -\ -\ -}$ ص = ٢٠ لذلك م أكبر ما يمكن عندما ص = ٢٠

المطلوب: أكبر مساحة نعوض ص = ٢٠ في ③

$$م = \frac{٢١}{٢٠}\left[٤٠ \times ٢٠ - (٢٠)^٢\right]$$ نخرج (٢٠) عامل مشترك

$$= \frac{٢١}{\cancel{٢٠}} \times \cancel{٢٠}(٤٠ - ٢٠) = ٢١ \times ٢٠ = ٤٢٠$$

وحدة مربعة

س٤ (أ) ق(س) = أ$س^{٢}$ + ب س + ٦

م المماس = ظا $\frac{٣\pi}{٤}$ = −١ ⟸ ق'(٢) = −١

المماس يقطع محور ص عندما ص = ٤ ⟸ (٠، ٤)

⟸ عند س = ٢:

معادلة المماس: ص − ٤ = −١(س − ٠)

ص = −س + ٤

ص' = −١ ⟸ ق'(٢) = −١

ص = −٢ + ٤ = ٢ ⟸ ق(٢) = ٢

ق'(س) = ٢أس + ب

ق'(٢) = −١ ⟸ ٤أ + ب = −١ —— ①

ق(٢) = ٢ ⟸ $\frac{٤أ}{٢}$ + $\frac{٢ب}{٢}$ + $\frac{٦}{٢}$ = $\frac{٢}{٢}$

٢أ + ب = −٢ —— ②

نطرح ② − ①

⟸ −٢أ = −١ ⟸ $\boxed{أ = \frac{١}{٢}}$

ومن ② ⟸ ١ + ب = −٢

$\boxed{ب = −٣}$

س ٩) $ل(س) = ١ + لو_{هـ}\sqrt{س} = ١ + لو_{هـ} س^{\frac{١}{٢}} = ١ + \frac{١}{٢} لو_{هـ} س$ ، $س > ٠$

$$\underset{س \to ١}{نهـ}\left(\frac{ل(س)}{س} - ١\right) \times \frac{١}{\sqrt{س} - ١} = \underset{س \to ١}{نهـ} \frac{ل(س) - س}{س} \times \frac{١}{\sqrt{س} - ١}$$

$$= \underset{س \to ١}{نهـ} \frac{ل(س) - س}{س\sqrt{س} - س} = \underset{س \to ١}{نهـ} \frac{لَ(س) - ١}{\frac{٣}{٢}\sqrt{س} - ١} = \frac{لَ(١) - ١}{١} \quad ①$$

$لَ(س) = ٠ + \frac{١}{٢} \times \frac{١}{س} \Leftarrow لَ(١) = \frac{١}{٢}$ نعوض في ①

$\Leftarrow$ النهاية $= \frac{١}{٢} - ١ = \frac{-١}{٢}$

س ٧) $ف_{١} = ل ن - ٥ن^{٢} + ٦٠$ عن سطح الارض

$ف_{١}(٩) = ١٥$

$٩ل - ٤٠٥ + ٦٠ = ١٥$

$٩ل = ٣٦٠$

$\boxed{ل = ٤٠}$

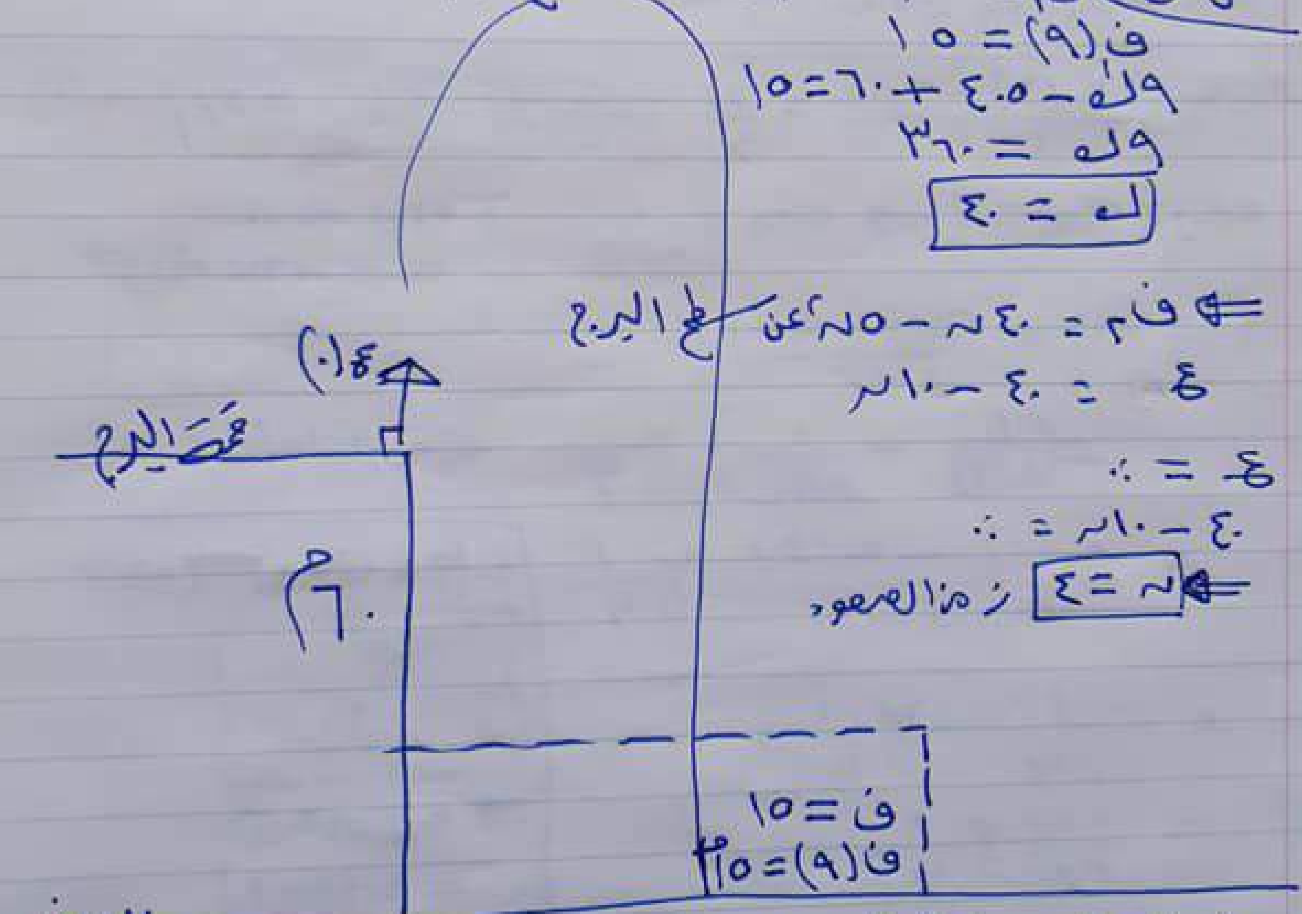
$\Leftarrow ف_{٢} = ٤٠ن - ٥ن^{٢}$ عن سطح البرج

$ع = ٤٠ - ١٠ن$

$\because ع = ٠$

$\therefore ٤٠ - ١٠ن = ٠$

$\Leftarrow \boxed{ن = ٤}$ زمن الصعود



$ف_{١}(٤) = ٤٠(٤) - ٥(٤)^{٢} + ٦٠$ عن سطح الارض

$= ١٦٠ - ٨٠ + ٦٠$

$= ١٤٠$ م

(أقصى ارتفاع عن سطح الارض)