٨

دولـــة فلسطين
وزارة التربية والتعليم

الرياضيات

الصف الثامن

الفترة الأولى

مركز المناهج

حي المصايون، شارع المعاهد
ص. ب 719 – رام الله – فلسطين
pcdc.edu.ps | pcdc.mohe@gmail.com

moehe.gov.ps | mohe.pna.ps | mohe.ps
.com/MinistryOfEducationWzartAltrbytWaltlym
فاكس +970-2-2983250 | هاتف +970-2-2983280

المحتويات

١-١ العدد النسبي ١

١-٢ الجذر التربيعي والجذر التكعيبي لعدد نسبي ٣

١-٣ مقارنة الأعداد النسبية ٤

١-٤ جمع الأعداد النسبية وطرحها ٦

١-٥ ضرب الأعداد النسبية وقسمتها ٨

١-٦ العدد غير النسبي ١١

١-٧ العمليات على الأعداد غير النسبية ١٣

١-٨ جمع المقادير الجبرية وطرحها ١٤

١-٩ ضرب المقادير الجبرية ١٦

١-١٠ تحليل المقادير الجبرية بإخراج العامل المشترك ١٨

١-١١ تحليل العبارة التربيعية ٢٠

١-١٢ تحليل الفرق بين مربعين ٢٣

١-١٣ قسمة المقادير الجبرية ٢٤

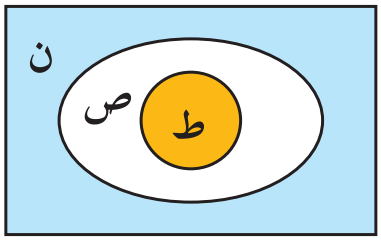
يتوقع من الطلبة بعد الإنتهاء من دراسة هذه الوحدة المتمازجة والتفاعل مع أنشطتها أن يكونوا قادرين على توظيف العمليّات الحسابية في الأعداد النسبيّة والأعداد غير النسبيّة وخصائصهما والجبر في الحياة العمليّة من خلال الآتي:

١- التعرُّفُ إلى مفهومي العدد النسبيّ والعدد غير النسبيّ.
٢- التّمييز بين العدد النسبيّ والعدد غير النسبيّ.
٣- كتابة العدد النسبيّ بصور مختلفة.
٤- إيجاد قيمة بعض الجذور لمربّعات كاملة، ومكعّبات كاملة.
٥- إيجاد قيم تقريبيّة لبعض الجذور التَّربيعيّة.
٦- إيجاد ناتج العمليّات الأربع في الأعداد النسبيّة والأعداد غير النسبيّة.
٧- تعرُّف خصائص العمليّات في الأعداد النسبيّة والأعداد غير النسبيّة.
٨- حلّ مشكلات تتضمّن سياقات حياتيّة على الأعداد النسبيّة والأعداد غير النسبيّة.
٩- إجراء العمليّات الحسابيّة على المقادير الجبريّة.
١٠- تحليل المقادير الجبريّة، بإخراج العامل المشترك.
١١- تحليل العبارة التَّربيعيّة بعدّة طرق.
١٢- حلّ مشكلات حياتيّة، باستخدام الجبر.

١-١ العدد النسبيّ:

تعريف: يسمى أيُّ عدد يمكن كتابته بالصورة $\frac{أ}{ب}$ عدداً نسبياً،
أ، ب ∈ ص، ب ≠ ٠، ويُرْمَزُ لمجموعة الأعداد النسبية بالرّمز **ن**.

يمكن تمثيل العلاقة بين مجموعات الأعداد **ط، ص، ن**، كما في الشّكل المجاور.



نشاط١: أتأمَّلُ الآتي، ثُمَّ أُكْمِل:

العدد ٢,٤ يُكْتَبُ $\frac{٢٤}{١٠}$ ، فهو عدد نسبيّ. والعدد $-\sqrt{٩}$ = -٣، وَيُكْتَبُ $\frac{-٣}{١}$ ،فهو عدد نسبيّ.
والعدد $٣\frac{١}{٢}$ يُكْتَبُ ....، فهو عدد نسبيّ. والعدد ٢,٣٥ يُكْتَبُ ....، فهو ..... .

نشاط٢: أُكْمِلُ؛ لأَتحقَّق من أنّ $٠,\overline{٣}$ هو عدد نسبي

أَفْرِضُ أنّ س = $٠,\overline{٣}$ ، وبضرب الطّرفين بالعدد ١٠ يَنْتُج:
١٠س = $٣,\overline{٣}$ ، وبطرح المعادلتَيْنِ، يَنْتُج أنّ ٩س = ٣ ، لماذا؟
ومنها س = ... أي أنّ $٠,\overline{٣} = \frac{١}{٣}$ ، وهو عدد ... .

أَتَعَلَّم: أيّ عدد عشري دوريّ هو عدد نسبيّ.

يمكن تحويل العدد النسبيّ المكتوب بالصورة $\frac{أ}{ب}$ إلى الصّورة العَشريّة بطرق مختلفة، منها:

١- ضرب البسط والمقام في عدد يجعل مقام الكسر العادي ١٠، ١٠٠، ١٠٠٠، ... .

نشاط٣: أُكْمِلُ تحويل كلّ من الآتي: $\frac{١}{٥}$ ، $\frac{-٣}{٤}$ ، $\frac{٩}{٤٠}$ إلى كسر عشريّ:

أ) $\frac{-٣}{٤} = \frac{-٣ \times ...}{٤ \times ...} = \frac{...}{١٠٠} =$ -٠,٧٥

ب) $\frac{٩}{٤٠} = \frac{٩ \times ٢٥}{٤٠ \times ٢٥} = \frac{...}{...} =$ ٠,٢٢٥

٢- قسمة البسط على المقام:

مثال: أَكْتُبُ الكسر $\frac{٣}{٨}$ ، $\frac{١}{٣}$ على صورة كسر عشريّ. ماذا تُلاحِظ؟

$\frac{٣}{٨}$ ⇐

٠,٣٧٥
٨ | ٣٠٠
٢٤ −
٦٠
٥٦ −
٤٠
٤٠ −
٠٠

أي أنّ $\frac{٣}{٨}$ = ٠,٣٧٥ ،

وهو كسر عشري منتهٍ.

$\frac{١}{٣}$ ⇐

٠,٣٣٣
٣ | ١٠
٩
١٠ −
٩
١٠ −
٩
١ −

الباقي (١) يتكرر

القسمة غير منتهية لذلك نسميه دوري

أي أنّ $\frac{١}{٣}$ = ٠,$\overline{٣}$ ، وهو كسر عشريّ دوريّ.

تَمارينُ وَمَسائِل:

١) أُكْمِلُ الجدول الآتي، بوضع إشارة (✓) إزاء المجموعة الّتي ينتمي إليها العدد:

المجموعة \ العدد	$\sqrt{١٢١}$	-٥	٠,٦	$\frac{-٢}{٥}$	٠,٠٠٠٣٣٣	٠,$\overline{٢٣}$	$١\frac{٣}{٤}$
ط	✓						
ص	✓						
ن	✓						

٢) أُبَيِّنُ أنّ كلّاً من الأعداد الآتية عدد نسبيّ: ٠,٢٥ ، ١,٥ ، $\sqrt[٣]{٢٧}$

٣) أَتحقَّقُ من أن ٠,$\overline{٩}$ = ١

٤) لعب راشد ١١ مباراةً في إحدى الألعاب الرياضية، ففاز في ثلاثٍ منها. أُعَبِّرُ عن نسبة فوزه كعدد عشريّ دوريّ.

٦) مع خليل مئة دينار، تصدق بعشرين دينار للجنة الزكاة في الحي، اكتب العدد النسبي الذي يُعبّر عن نسبة الصدقة التي قدمها خليل.

٢-١ الجذر التَّربيعيّ والجذر التكعيبيّ لعدد نسبيّ

أتعلم: إذا أمكن كتابة العدد النسبي جـ كحاصل ضرب عددين نسبيين موجبين متساويين فإن العدد $\sqrt{\text{جـ}}$ عدد نسبي موجب، ويمكن إيجاد قيمة $\sqrt{\text{جـ}}$ وفقاً للقاعدة:

$$\sqrt{\text{جـ}} = \sqrt{\frac{\text{أ}}{\text{ب}} \times \frac{\text{أ}}{\text{ب}}} = \sqrt{\frac{\text{أ}^{٢}}{\text{ب}^{٢}}} = \frac{\sqrt{\text{أ}^{٢}}}{\sqrt{\text{ب}^{٢}}} = \frac{\text{أ}}{\text{ب}}\text{ ، بشرط ب} \neq ٠$$

نشاط ١: أُكْمِلُ لأجد قيمة كل من الآتي:

$\sqrt{\frac{١}{٩}}$ ، $\sqrt{٠,٠١}$ ، $\sqrt{٧\frac{١}{٩}}$

١) $\sqrt{\frac{١}{٩}} = \frac{\sqrt{١}}{\sqrt{٩}} = \frac{\cdots}{\cdots}$

٢) $\sqrt{٠,٠١} = \sqrt{\frac{١}{١٠٠}}$

٣) $\sqrt{٧\frac{١}{٩}} = \sqrt{\frac{٦٤}{٩}} = \cdots$ = ... (لماذا ؟)

تعلمُ أنَّ ٨، ٢٧، مكعّباتٌ كاملة، وأنَّ $\sqrt[٣]{٨} = ٢$ ، $\sqrt[٣]{٢٧} = ٣$، فهلْ يمكن إيجاد الجذر التكعيبيّ لأيّ عددٍ نسبيّ؟

تعريف: إذا كان جـ $= \frac{\text{أ}^{٣}}{\text{ب}^{٣}}$، ب $\neq ٠$، فإنّ $\sqrt[٣]{\text{جـ}}$ عددٌ نسبيّ، $\sqrt[٣]{\text{جـ}} = \sqrt[٣]{\frac{\text{أ}^{٣}}{\text{ب}^{٣}}} = \frac{\sqrt[٣]{\text{أ}^{٣}}}{\sqrt[٣]{\text{ب}^{٣}}} = \frac{\text{أ}}{\text{ب}}$

نشاط ٢: أُكْمِلُ إيجاد قيمةِ كلٍّ من الآتي: $\sqrt[٣]{\frac{٢٧}{٨}}$ ، $\sqrt[٣]{-٠,٠٠١}$

أ) $\sqrt[٣]{\frac{٢٧}{٨}} = \frac{\sqrt[٣]{٣^{٣}}}{\sqrt[٣]{٢^{٣}}} = \cdots$

ب) $\sqrt[٣]{-٠,٠٠١}$ $\sqrt[٣]{\frac{-١}{١٠٠٠}} = \cdots$

تَمارينُ وَمَسائِل:

١) أَجِدُ قيمةَ كلٍّ من الآتي: $\sqrt{\frac{٣٦}{٢٥}}$ ، $\sqrt{٥\frac{٤}{٩}}$ ، $\sqrt{٠,٦٤}$

٢) أَجِدُ قيمة كلٍّ من الآتي: $\sqrt[٣]{١٥\times١٥\times١٥}$ $\sqrt[٣]{\frac{٨}{١٢٥}}$ $\sqrt[٣]{-٠,٠٠٨}$ $\sqrt[٣]{٣\frac{٣}{٨}}$

٣) أُكْمِلُ الأنماط الآتية:

أ) $\frac{١}{٩}$ ، $\frac{١}{١٦}$ ، $\frac{١}{٢٥}$ ، ____ ، ____ ، ____ .

ب) $\sqrt[٣]{-٨}$ ، $\sqrt[٣]{-٢٧}$ ، $\sqrt[٣]{-٦٤}$ ، ____ ، ____ ، ____ .

مهمة تعليمية

صُمِّمَ مكعّبَ بحيث يكون حجمه $\frac{٧٢٩}{٨}$ سم^٣، فما طول ضِلْعِ هذا المكعّب؟

١-٣ مقارنة الأعداد النسبيّة

نشاط ١:

أُكْمِلُ مقارنةَ كلِّ زوجٍ من الأعدادِ الآتيةِ، وَأُفَسِّرُ إِجابَتي:

أ) $-\frac{٥}{٧}$ ، $\frac{٣}{٤}$ ب) $-\frac{٥}{٨}$ ، $\frac{-٣}{٤}$ جـ) ٢,٥٤ ، ٢,٤٥

أ) $-\frac{٥}{٧} > \frac{٣}{٤}$ ؛ لأنّ ..... .

ب) $\frac{-٣}{٤} = \frac{\ldots\times-٣}{\ldots\times٤} = \frac{\ldots}{\ldots}$

ومنها $-\frac{٥}{٨} \square \frac{-٣}{٤}$

جـ) ٢,٥٤ $\square$ ٢,٤٥ ؛ لأن ..... .

أُناقِشُ طُرُقاً أُخْرى لإجراءِ عمليّةِ المقارنة بين عددَيْنِ نسبيّين.

نشاط ٢:

أُرَتِّبُ الأعدادَ الآتيةَ تصاعديّاً: ١,٧٥ ، $-\sqrt[3]{\frac{٢٧}{٨}}$ ، $\sqrt{١\frac{٥}{٤}}$

$\sqrt{١\frac{٥}{٤}} = \sqrt{\frac{٩}{٤}} = \ldots. = ١,٥$

ومنها يصبح التّرتيبُ التصاعديُّ لهذه الأعداد : $-\sqrt[3]{\frac{٢٧}{٨}}$ ، .... ، .....

تَمارينُ وَمَسائِل:

١) أَضَعُ الإشارةَ المناسبةَ (< أو > أو =) في ☐ فيما يأتي، وَأُوَضِّحُ السَّبَبَ:

أ) $\frac{\sqrt{٩}}{\sqrt[3]{٦٤}}$ ☐ $\frac{٣}{٢}$

ب) $\sqrt[3]{\frac{١}{٦٤}}$ ☐ ٠,٢٤

ج) $٠,\overline{٤}$ ☐ $\frac{٤}{٩}$

د) $\sqrt{١\frac{٩}{١٦}}$ ☐ ١,٧٧

٢) أُرَتِّبُ الأعدادَ الآتيةَ ترتيباً تنازليّاً: ١ ، $-\frac{١}{٤}٢$، صفر، $\frac{٣}{٢}$ ، - ١,٧٥

مهمة تعليمية

يريدُ شريفٌ تغطيةَ الوجهِ العُلويِّ لخزانٍ مكعّبِ الشّكل، حجمُهُ $\frac{٢٧}{٨}$ م^٣ ، باستخدامِ صفيحةٍ رقيقةٍ مربّعةِ الشَّكْل، مِساحةُ سطحِها $\frac{٣٦}{٢٥}$ م^٢، فَهَلْ سيتمكّنُ شريفٌ من ذلِك؟ أُوَضِّحُ إجابَتي.

٤-١ جمعُ الأعداد النسبيّة وطرحُها

نشاط ١: أُكْمِلُ ما يأتي، وأَجِدُ ناتجَ الجمع:

١) $\frac{٢}{٧} + \frac{-٣}{٥} = \frac{٢\times\ldots + \ldots\times٧}{\ldots\times٧} = \frac{\ldots + \ldots}{\ldots} = \frac{\ldots}{\ldots}$

٢) $\frac{٧}{-٣} + ٠,٤- = \frac{-٧٠+\ldots}{\ldots\times٣} = \frac{-٧}{٣} + \frac{-٤}{١٠} = \ldots.$ لماذا؟

أُلاحِظُ أنَّ $\frac{١}{٣} + \frac{٢}{٥} = \frac{١\times٥ + ٣\times٢}{٣\times٥}$، وبشكلٍ عامٍّ يمكنُ جمعُ عددَيْنِ نسبيّيْنِ، وَفْقاً للقاعدةِ الآتيةِ:

لكل $\frac{أ}{ب}$ ، $\frac{جـ}{د}$ ∈ **ن**، فإن $\frac{أ}{ب} + \frac{جـ}{د} = \frac{أ\,د + ب\,جـ}{ب\,د}$

أتَعَلَّمُ:
- عمليّةُ الجمع مغلقة* على **ن** (مجموع عددين نسبيين عدد نسبي).
- عملية الجمع تبديلية على **ن** (أ + ب = ب + أ).

نشاط ٢: أُكْمِلُ، وأُلاحِظُ :

$(\frac{١}{٢} + \frac{٢}{٥}) + ٠,٣ = (٠,٥ + ٠,٤) + ٠,٣ = \ldots + ٠,٣ = ١,٢$

$\frac{١}{٢} + (\frac{٢}{٥} + ٠,٣) = ٠,٥ + (٠,٤ + ٠,٣) = \ldots + \ldots = \ldots$ ماذا تلاحظ؟

أتَعَلَّمُ: عمليّةُ الجمع تجميعيّةٌ على **ن**.

نشاط ٣: أُكْمِلُ الجدولَ الآتي:

العدد	نظيرُهُ الجمعيّ	العددُ + النظير الجمعيّ للعدد	النّظير الجمعيُّ للعدد + العدد
٤	٤-	٤ + ٤- = ٠	٤- + ٤ = ٠
٠,٢٥	٠,٢٥-	٠,٢٥ + ٠,٢٥- = ٠	.... + ... = ...
$\frac{-٢}{٥}$	$\frac{٢}{٥}$	$\frac{-٢}{٥} + \frac{٢}{٥} = ٠$	.... + ... = ...
$٠,\overline{٢}$	$-٠,\overline{٢}$	.... + ... = ...	.... + ... = ...

* لكل أ ، ب ∈ **ن** فإن أ + ب ∈ **ن**

أتَعَلَّم: لكل عدد نسبي $\frac{أ}{ب}$ يوجد نظير جمعي هو العدد $-\frac{أ}{ب}$ بحيث أنَّ

$$\frac{أ}{ب} + -\frac{أ}{ب} = -\frac{أ}{ب} + \frac{أ}{ب} = .$$

نشاط ٤:

أُلاحِظُ عمليّةَ الطَّرحِ الآتيةَ، ثُمَّ أُكْمِل:

أ) $\frac{٢}{٧} - \frac{٥}{٧} = \frac{٢-٥}{٧}$

$= \frac{-٣}{٧}$ ، وهو عددٌ نسبيّ.

ب) $١,٥ - \frac{١}{٤} = \frac{٣}{٢} - \frac{١}{٤}$

$= \frac{...}{٤} - \frac{١}{٤}$

$= \frac{...}{٤}$ ، وهو عددٌ ....

أتَعَلَّم: عمليّةُ الطّرحِ مغلقةٌ على **ن**.

يمكنُ طرحُ أيِّ عددَيْنِ نسبيّيْنِ، وَفْقاً للقاعدةِ الآتية:

لكل $\frac{أ}{ب}$ ، $\frac{جـ}{د} \in$ **ن**، فإن $\frac{أ}{ب} - \frac{جـ}{د} = \frac{أ\,د - ب\,جـ}{ب\,د}$

نشاط ٥:

في سباقٍ لذوي الاحتياجاتِ الخاصّةِ، قطعَ خالِدٌ في ساعةٍ واحدة $١\frac{١}{٢}$ كم، بينَما قطعَ سعيدٌ $\frac{٤}{٥}$ كم في ساعة واحدة، ما المسافة الّتي قطعَها خالدٌ زيادةً عَنِ المسافةِ الّتي قطعَها سعيد؟

المسافةُ الّتي قطعَها خالدٌ زيادةً عن سعيد $= ١\frac{١}{٢} - \frac{٤}{٥}$

$= \frac{٣}{٢} - \frac{٤}{٥}$

$= \frac{... - ...}{١٠}$

$= .....$ كم

تَمارينُ وَمَسائِل:

١) أَجِدُ النّاتجَ لِكُلٍّ مِنَ الآتِيَة:

أ) $١,٣ + ٢\frac{٧}{١٠}$ ب) $\sqrt{٠,٠١} - \frac{٢}{٣}$

جـ) $-٧ + -١١$ د) $\frac{٣}{٥} - \frac{-٢}{٣}$

هـ) $\frac{٢}{٥} + \frac{١}{٢} - ٣$ و) $٣ + \frac{١}{٢} + ٢,٢٥$

٣) أُوَضِّحُ بمثالٍ عدديٍّ أنّ عمليّةَ الطَّرْحِ ليست تبديليَّةً على **ن**.

٤) أُوَضِّحُ بمثالٍ عدديٍّ أنَّ عمليّةَ الطَّرْحِ ليست تجميعيَّةً على **ن**.

٥) ما محيطُ مثلَّثٍ أطوالُ أضلاعُهُ على التَّرتيبِ: ٢,٥ سم ، ٤,٢٥ سم ، $\sqrt{\frac{٨١}{١٦}}$ سم؟

مهمة تعليمية

٧) تبرَّعَ طلبَةُ الصَّفِّ الأوّلِ لمشروعٍ خَيريٍّ بمبلغ $١٩\frac{١}{٢}$ ديناراً، وتبرّعَ طلبةُ الصَّفِّ الثّاني بمبلغ $١٦\frac{١}{٤}$ ديناراً ، فيما تبرّعَ طلبةُ الصَّفِّ الثّالثِ بمبلغ ٢٢ ديناراً. أَجِدُ:

أ) مجموعَ ما تبرَّعَ به طلبةُ الصّفوفِ الثَّلاثِ. ب) الفرقَ بينَ ما تبرّعَ به طلبةُ الصَّفِّ الأوَّلِ والثّاني.

١-٥ ضربُ الأعدادِ النّسبيّةِ وَقِسْمَتُها

نشاط ١:

أُكْمِلُ ناتجَ الضّربِ لِكُلٍّ مِنَ الآتِيَة:

أ) $\frac{-٢}{٣} \times \frac{-٧}{٨} = \frac{-٢ \times \ldots}{٣ \times \ldots} = \frac{\ldots}{\ldots}$

ب) $٠,٤ \times \sqrt{\frac{٩}{٤}} = \frac{٤}{١٠} \times \frac{٣}{٢}$ لماذا؟ $= \frac{\ldots}{\ldots}$

جـ) أَجِدُ ناتج الضَّربِ في الفَرْعِ (ب)، بتحويلِ المسألةِ لضربِ عددَيْنِ عشريَيْن.

أتَعَلَّم: عمليّةُ الضِّرْبِ مغلقةٌ * على ن.

ولضربِ أَيِّ عددَيْنِ نسبيّيْنِ،
يمكنُ استخدامَ القاعدةِ الآتية:

لكل $\frac{أ}{ب}$ ، $\frac{جـ}{د}$ ∈ ن، فإن $\frac{أ}{ب} \times \frac{جـ}{د} = \frac{أ \times جـ}{ب \times د}$

نشاط٢:

حديقةٌ مستطيلةُ الشّكل، طولُها ٣م، وعرضُها ٢م، أَجِدُ مِساحتُها.

مِساحةُ الحديقة = الطول × العَرض

$$= ٢\frac{١}{٤} \times ٣\frac{١}{٢}$$

$$= \frac{٧}{٢} \times \frac{\ldots}{\ldots} = \frac{\ldots}{\ldots}$$ م٢

نشاط٣:

أُكْمِلُ لأجد: $\left(\frac{٣}{٥} \times \frac{٤}{١٠}\right) \times \frac{٣}{٢} = \frac{١٢}{٥٠} \times \frac{٣}{٢} = \frac{\ldots}{\ldots}$

$\frac{٣}{٥} \times \left(\frac{٤}{١٠} \times \frac{٣}{٢}\right) = \frac{٣}{٥} \times \frac{١٢}{٢٠} = \frac{\ldots}{\ldots}$ (ماذا تلاحظ؟)

أتَعَلَّم: عمليّةُ الضرب تّجميعية على ن.

نشاط٤:

أُكْمِلُ عمليّاتِ الضّربِ الآتية:

٢,٩ × ١ = ٢,٩ ، ١ × ٢,٩ = ... ، $١\frac{٤}{٧} \times ١ = ١$ ، ١ × $١\frac{٤}{٧}$ = ... (ماذا تلاحظ؟)

أتَعَلَّم: العددُ (١) هُوَ العنصرُ المحايدُ في عمليَّةِ ضربِ الأعدادِ النِّسبيّة ن.

تعريف: لأيِّ عددٍ نسبيٍّ $\frac{أ}{ب}$ ، أ ≠ ٠ يوجَدُ نظيرٌ ضَرْبِيٌّ هو العددُ $\frac{ب}{أ}$

* لكل أ ، ب ∈ ن فإن أ×ب ∈ ن

نشاط ٥: أُكْمِلُ الجدولَ الآتي:

العدد	العددُ بالصّورة $\frac{أ}{ب}$	النّظير الضّربي للعدد
٤	$\frac{٤}{١}$	$\frac{١}{٤}$
$\frac{-٣}{٥}$	$\frac{-٣}{٥}$	$\frac{-٥}{٣}$
١,٥	$\frac{٣}{٢}$	
	$\frac{٧}{٢}$	
$٧\frac{١}{٩}$		

أتَعَلَّم: يمكن توزيع الضرب على الجمع في مجموعة الأعدادِ النِّسبيّة **ن**.

نشاط ٦: أُكْمِلُ حلَّ كُلٍّ مِنَ الآتية:

أ) $\frac{-١}{٣} \div \frac{٤}{٥} = \frac{-١}{٣} \times \frac{٥}{٤} = \frac{\ldots}{\ldots} = \ldots$

ب) $٢\frac{١}{٨} \div -\frac{١}{٤} = \frac{١٧}{٨} \div -\frac{١}{٤}$ (لماذا؟)

$= \frac{١٧}{٨} \times -٤$ (لماذا؟) $= \ldots$

جـ) $١,٥ \div \frac{١}{٣} = ١,٥ \times ٣ = \ldots$

د) أَقْتَرِحُ طريقةً أُخرى لإكمالِ الحلّ في الفَرْعِ جـ.

أتَعَلَّم: يمكن قسمة أي عددينِ نسبيينِ اعتماداً على القاعدة الآتية:

لكل $\frac{أ}{ب}$ ، $\frac{جـ}{د} \in$ **ن**، جـ $\neq ٠$ فإن $\frac{أ}{ب} \div \frac{جـ}{د} = \frac{أ}{ب} \times \frac{د}{جـ}$

تَمارينُ وَمَسائِل:

١) أَجِدُ ناتجَ ما يأتي:

أ) $٢,٥ \times \frac{-٤}{٥}$ ب) $\frac{-١}{٣} \times \sqrt{\frac{٩}{٤}} \times ٢,٥$ جـ) $\frac{-٢}{٣} \div \frac{١}{٩}$ د) $\frac{-١}{٣}(٠,٦ + ٩٠)$

٢) أَجِدُ كلّاً ممّا يأتي:

أ) النّظير الضّربي للعدد $\frac{٢}{٧}$ ب) (النّظير الضّربي للعدد $\frac{٥}{٢}$) + ١

٣) أُبَيِّنُ بمثالٍ عدديٍّ:

أ) عمليّة القسمة ليست تبديليّة على **ن**. ب) عمليّة القسمة ليست تجميعيّة على **ن**.

٦-١ العدد غير النسبيّ

تعريف: يُسمّى العدد الذي لا يمكن كتابته على الصورة $\frac{أ}{ب}$، أ، ب، ∋ ص، ب ≠ ٠ عدداً غير نسبيّ. ويُرْمَزُ لمجموعة الأعداد غير النسبيّة بالرمز $\overline{ن}$.

نشاط ١:

أُكْمِلُ كلّاً من الآتية:

أ) العدد ← ٢,١٢٢٣١٢٢٢٣١ عدد غير نسبيّ محصور بين ٢ ، ٢,٢ * (لماذا؟)

ب) العدد ..... غير نسبيّ محصور بين ٥,٦ ، ٥,٧

جـ) العدد ..... غير نسبيّ محصور بين ٣,٨ ، ٣,٩

ملاحظات

- إذا كان جـ عدداً نسبيّاً موجباً، جـ ليس مربّعاً كاملاً، فإنّ $\sqrt{جـ}$ عدد غير نسبيّ ، وبالمثل، إذا كان جـ عدداً نسبيّاً وكان جـ ليس مكعّباً كاملاً فإن $\sqrt[٣]{جـ}$ عدد غير نسبيّ**.
- العدد ٣ + $\sqrt{٢}$ عدد غير نسبيّ لأن الجزء العشريّ في ناتج الجمع غير منته وغير دوريّ. وبالمثل فإن أي عدد بالصورة (أ + ب) ، أ ∋ **ن** و ب ∋ $\overline{ن}$ هو غير نسبيّ.
- النّسبة التقريبيّة π (هي نسبة محيط الدائرة إلى قطرها) وهي عدد غير نسبيّ.
- ك π عدد غير نسبي لكل ك ∋ **ن**، ك ≠ صفر.
- النّسبة الذهبية عدد غير نسبيّ.

* يميز العدد العشري غير النسبي بوضع ← على يمين الفاصلة العشرية.

** تسمى هذه الجذور بالجذور الصماء.

نشاط٢:

أُكْمِل: أيُّ الآتية عدد غير نسبيّ، وأُوَضِّحُ السبب. $\sqrt{١٠}$ ، $\sqrt{٠,٢٥}$ ، $\sqrt[٣]{٢٥}$ ، $\pi٣$

الحلّ: $\sqrt{١٠}$ غير نسبيّ؛ لأنّ ١٠ ليست مربّعاً كاملاً في ن. $\sqrt{٠,٢٥}$ نسبيّ؛ لأنّ ٠,٢٥ مربّع للعدد ....

$\sqrt[٣]{٢٥}$ غير نسبيّ؛ لأنّ ٢٥ ليست مكعّباً كاملاً. $\pi٣$ غير نسبيّ؛ لأنّه ... .

يمكن أحياناً كتابة الجذور التّربيعيّة بصورة أبسط، اعتماداً على التعريف الآتي:

تعريف: إذا كانت أ، ب أعداداً غير سالبة، فإن: $\sqrt{أب} = \sqrt{أ} \times \sqrt{ب}$

نشاط٣:

أَكْتُبُ بأبسط صورة كلّاً ممّا يأتي: $\sqrt{٤٤}$ ، $\sqrt{٤٥}$

$\sqrt{٤٤} = \sqrt{٤ \times ١١} = \sqrt{٤} \times \sqrt{١١} = ...$

$\sqrt{٤٥} = \sqrt{... \times ...} = \sqrt{...} \times \sqrt{...} = ...$

يمكن تبسيط الجذور التكعيبيّة باستخدام التعريف الآتي:

تعريف: لأيّ عددين أ، ب، فإن $\sqrt[٣]{أب} = \sqrt[٣]{أ} \times \sqrt[٣]{ب}$

تَمارينُ وَمَسائِل:

١) أيُّ الآتية عددٌ غيرُ نسبيّ؟ أُوَضِّحُ إجابتي. $\sqrt{٢٧}$ ، $\sqrt{٠,٤}$ ، $\sqrt[٣]{\frac{١}{٦٤}}$ ، ٠,٢٥٢٢٥٢٢٢٥ ⟵

٢) أَكْتُبُ بأبسط صورة كُلّاً من: $\sqrt{٦٣}$ ، $\sqrt[٣]{٥٦}$

٣) أُعطي قيمة تقريبيّة للعدد $\sqrt{٧٠}$

مهمة تعليمية

أكتبُ أكبر عدد نسبي، وأصغر عدد نسبي يمكن تكوينهما بقسمة عددين من الأعداد الآتية: -٢، -١، -١٨، ١.

أتَعَلَّم: عمليّة الجمع تبديليّة على $\mathbb{N}$.

نشاط١: أَجِدُ بأبسط صورة قيمة المقدار $(٣ + \sqrt{٥}) - (٥ + \sqrt{٢٠})$

$(٣ + \sqrt{٥}) - (٥ + \sqrt{٢٠}) = ٣ + \sqrt{٥} - ٥ - \sqrt{٢٠}$

$= (٣ - ٥) + (\sqrt{٥} - \sqrt{٢٠})$ (لماذا؟)

$= \ldots + \sqrt{٥} - \sqrt{٤ \times ٥}$

$= -٢ + \sqrt{٥} - ٢\sqrt{٥}$ (لماذا؟)

$= -٢ - \ldots$

نشاط٢: ما مِساحةُ صالةٍ ريّاضيَّةٍ مستطيلةِ الشّكل، طولُها $(٢٠ + \sqrt{٣})$ م، وعرضُها $(٢٠ - \sqrt{٣})$ م؟

مِساحةُ الصّالة = الطول × العرض $= (٢٠ + \sqrt{٣})(٢٠ - \sqrt{٣})$

$= ٢٠ \times ٢٠ + ٢٠ \times \sqrt{٣} - ٢٠ \times \sqrt{٣} - \sqrt{٣} \times \sqrt{٣}$

$= ٤٠٠ - ٢٠\sqrt{٣} + ٢٠\sqrt{٣} - \ldots = \ldots - \ldots$

$= ٣٩٧$ م^٢ (لماذا؟)

أتَعَلَّم: عمليّة الضرب ليست مغلقة على مجموعة الأعداد غير النسبية.

نشاط٣: أُبَيِّنُ أن $(\sqrt{٢} \times \sqrt{٥}) \times \sqrt{١٠} = \sqrt{٢} \times (\sqrt{٥} \times \sqrt{١٠})$.

$(\sqrt{٢} \times \sqrt{٥}) \times \sqrt{١٠} = \sqrt{١٠} \times \sqrt{١٠} = ١٠$ (لماذا؟)

$\sqrt{٢} \times (\sqrt{٥} \times \sqrt{١٠}) = \sqrt{٥٠} \times \sqrt{٢} = \sqrt{\ldots} = \ldots$

أتَعَلَّم: عمليّة الضرب تجميعية على مجموعة الأعداد غير النسبية، وأن لكل أ، ب، جـ أعداد غير سالبة فإن $\sqrt{أ} \times \sqrt{ب} \times \sqrt{جـ} = \sqrt{أ\ ب\ جـ}$

تَمارينُ وَمَسائِل:

أَجِدُ قيمة الآتي بأبسط صورة:

أ) $\sqrt{٣} \times \sqrt{٢} \times \sqrt{٦}$

ب) $\sqrt{٢٧} + ٥\sqrt{٨} + \sqrt{١٢} + \sqrt{٢}$

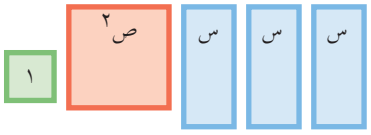
مهمة تعليمية

ما محيط مستطيل، أبعاده بالمتر: $(\sqrt{٢٠} - \sqrt{٢})$ ، $(\sqrt{٨} + \sqrt{٥})$

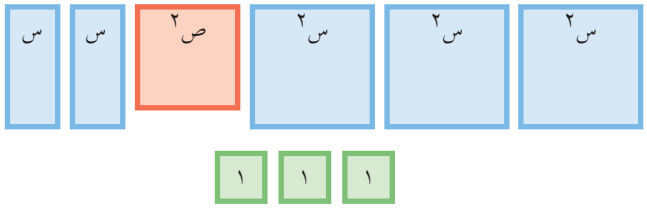
١-٨ جمع المقادير الجبريّة وطرحها

نشاط ١: أتأمَّل التَّمثيلَيْنِ الآتيَيْنِ بالقِطَع الجبريّة لمقداريْنِ جبريّيْنِ، وأَجِدُ مجموعَهما:

التّمثيل الأوّل



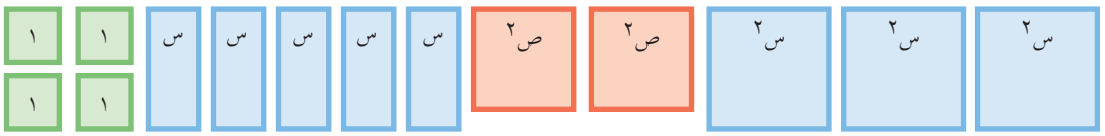
التّمثيل الثّاني



التّمثيل الأوّل يمثّل المقدار = ٣س + ص٢ + ١

التّمثيل الثّاني يمثّل المقدار = ٣س٢ +.....+ ٢س +.....

لدى تجميع القِطَع الجبريّة الممثلة لمجموع المقدارين الجبريّين



أُلاحِظُ أنَّ مجموع المقدارين الجبريّين= ٣س٢ + ... + ٥س +.....

أَتَذَكَّر: عند جمع مقدارين جبريّين أو طرحهما، تُجمَع معاملات الحدود المتشابهة في المقادير الجبريّة أو تُطرَح.

نشاط٢:

أُكْمِلُ إيجاد ناتج الجمع في كلٍّ من الآتية:

١) ٤س + ٧س + ٢ = ١١س + ٢

٢) $أ^{٢}$ + ٣أب + ٢$أ^{٢}$ + أب = ... + ٤أب

٣) م + ٣(٥ن − ٣م) = م + ١٥ن − ..... = ...

٤) أ + ٢ب + ٣(أ + ١) − ٢(ب − ٣) = أ + ٢ب + ٣أ + ٣ − ٢ب + ٦ (لماذا؟)
= ٤أ + ...

٥) (٥$س^{٢}$ + ٣س + ٤) + (٥$س^{٢}$ + ٥س − ٦) = ... + ... + ...

تَمارينُ وَمَسائِل:

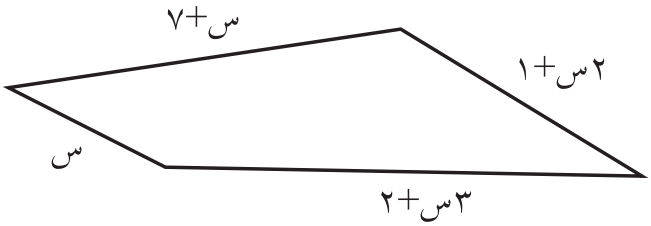
١) أَجِدُ ناتج ما يأتي في أبسط صورة:

أ) (٣$ب^{٢}$ − ٢أب + ٣) + (٥$أ^{٢}$ + ٢أ + أب − ٦)

ب) (−$ص^{٢}$ + ٥ص − ٦) + (٢$ص^{٢}$ − ٣ص + ٥)

جـ) (٩$س^{٢}$ − ٣س + ٥) − (٣$س^{٢}$ + ٢س − ١) + ($س^{٢}$ − ٢س − ٣)

٢) حديقة على الشكل الآتي، يراد أحاطتها بسياج، فما طول السياج بأبسط صورة:



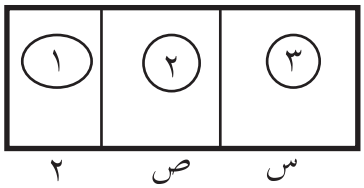
مهمة تعليمية

مُثِّلَتْ مِساحة صفيحة معدنيّة بالمقدار (٣$ص^{٢}$ + ٣ص + ٢)، فإذا قُطِعَ منها جزءٌ مِساحتُه (ص^{٢} + ٢ص)، أَكْتُبُ المقدار الجبريّ الذي يعبّر عن مِساحة القِطْعة المتبقّية من الصّفيحة.

٩-١ ضرب المقادير الجبريّة

نشاط ١:

تريد شركة إعلانات تغطية لوحة إعلانات بلوح زجاجيّ شفّاف، مكون من ثلاث قِطَع، فما مِساحة هذا اللوح الزجاجي؟_أرسم مخطّطاً للّوحة، وأُرَقِّمُ القِطَع الثلاث بالأرقام ١، ٢، ٣، كما في الشّكل المجاور.



أتأمَّل المخطّط، ثُمَّ أُكْمِل الجدول الآتي:

عرض اللوحة = ... ، طول اللوحة = ...

مِساحة اللوحة = س (س + ص + ٢) (لماذا؟)

أيضاً مِساحة اللوحة = مجموع مساحات القِطَع الثلاث

= س^{٢} + س ص + ٢س ومنها

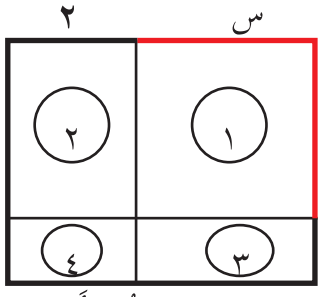
س (س + ص + ٢) = س^{٢} + س ص + ٢س (لماذا؟)

رقم القِطْعة	طولها	عرضها	مساحتها
١	س	٢	٢س
٢	س	ص	س ص
٣	س	س	س^{٢}

أتذكّر: عند ضرب حدٍّ جبريّ في مقدار جبريّ، تستخدم خاصيّة توزيع الضّرب على الجمع، وبالرموز أ(ب + جـ) = أب + أجـ، ومن الممكن استخدام هذه الخاصيّة لأيِّ عدد من الحدود.

نشاط ٢:

أستخدم الأشكال الهندسيّة لإيجاد مِساحة المستطيل الّذي طوله (س + ٢)، وعرضه (س + ١).



أرسمُ مستطيلاً بالأبعاد المطلوبة كما في الشكل المجاور.

مِساحة المستطيل = الطول × العرض

= (س + ٢)(س + ١)

أُلاحِظُ أنَّ المستطيل مكوّن من أربعة مستطيلات، أُرَقِّمُها بالأرقام ١، ٢، ٣، ٤، ثُمَّ أَحْسِبُ مِساحاتِها:

مِساحة المستطيل الأوّل = س × س = س^{٢} مِساحة المستطيل الثّالث = ١ × س = ...

مِساحة المستطيل الثّاني = ٢ × س = ... مِساحة المستطيل الرّابع = ٢ × ١ = ...

مجموع مِساحات المستطيلات الأربعة = س^{٢} + ٢س + ... + ...

= س^{٢} + ٣س + ٢

أُلاحِظُ أنَّ: (س + ٢) (س + ١) = س(س + ١) + ٢(س + ١) (لماذا؟)

= س^{٢} + س + ٢س + ٢ = س^{٢} + ٣س + ٢

أتَعَلَّم: عند ضرب مقداريْنِ جبريّيْنِ على الصّورة (أ + ب) (جـ + د)، تُستخدَم خاصيّة توزيع الضرب على الجمع؛ أي أنّ:

(أ + ب) (جـ + د) = أ (جـ + د) + ب (جـ + د).

نشاط٣:

أَجِدُ ناتج ما يأتي بأبسط صورة:

١) ٣(س^{٢} - ١) + س (٥س - ١) = ٣س^{٢} - ٣ + س × ٥س + س× -١ (لماذا؟)

= .....

٢) ٢أب (أ^{٢} + ٥ب^{٢}) = ٢أب × أ^{٢} + ٢أب × ٥ب^{٢} (لماذا؟)

= ٢أ^{٣} ب + ...

٣) (٥م ل + ٣) (٣ل + م) = ٥م ل (٣ل + م) + ٣ (٣ل + م)

= (١٥م ل^{٢} + ٥م^{٢} ل) + (..... + ...)

تعريف: مفكوك مربّع مجموع حدّيْن = مربّع الحدّ الأوّل + ٢× الحدّ الأوّل × الحدّ الثّاني + مربّع الحدّ الثّاني، وبالرموز: (أ + ب)^{٢} = أ^{٢} + ٢أب + ب^{٢}

يُكتَب مربّع الفرق بين الحدّيْن أ، ب بالصورة (أ - ب)^{٢} ، ويمكن بيان أنّ:

(أ - ب)^{٢} = أ^{٢} -٢أب + ب^{٢}، وبالكلمات:

مفكوك مربّع الفرق بين حدّيْن = مربّع الحدّ الأوّل - ٢× الحدّ الأوّل × الحدّ الثّاني + مربّع الحدّ الثّاني

نشاط٤:

أُكْمِلُ إيجاد مفكوك كلٍّ من الآتية:

١) (س + ١)^{٢} = مربّع الحدّ الأوّل + ٢ × الحدّ الأوّل × الحدّ الثّاني + مربّع الحدّ الثّاني

= س^{٢} + ٢ × س × ١ + ١ = س^{٢} + ٢س + ١

٢) (٢س + ٢)^{٢} = (٢س)^{٢} + ٢(٢س)(٢) + ٢^{٢} = ٤س^{٢} + ... + ...

٣) (س - ٣)^{٢} = س^{٢} - ٢(س)(٣) + (٣)^{٢} = س^{٢} - ... + ...

٤) (٢ - س)^{٢} = (٢)^{٢} - ٢(٢)(س) + (س)^{٢} = ... - ..... + ...

تَمارينُ وَمَسائِل:

١) أَجِدُ ما يأتي بأبسط صورة:

أ) (س + ٢) (س + ٣)　　جـ) (٣س + ص)^{٢}

ب) س ص (٣س + ٤ص + ١)　　د) (٢س − ٣ص)^{٢}

٢) أَكْتُبُ ناتج ضرب المقداريْنِ (٣ف + ٢)، (٣ف − ٢)، وأَجِدُ قيمة ناتج الضّرب عندما ف = ٤

مهمة تعليمية

إذا كانت (أ + ب) = ٨، أ^{٢} + ب^{٢} = ٤٠، فما قيمة كلٍّ من:

أ) (أ + ب)^{٢}　　ب) أب　　جـ) (أ − ب)^{٢}

١٠-١ تحليل المقادير الجبريّة بإخراج العامل المشترك

نشاط١:

أُكْمِلُ تحليل المقادير الجبريّة الآتية إلى عواملها:

١) ٦أ + ١٨أ^{٢}

١٨أ^{٢} = ٣ × ٦ أ × أ ، أُلاحِظُ أنَّ ع.م.أ للحدّيْن (٦أ، ١٨أ^{٢}) = ٦أ

٦أ + ١٨أ^{٢} = ٦أ + ٣ × ٦ أ × أ

ومنها: ٦أ + ١٨أ^{٢} = ٦أ (١ + ٣أ)

٢) ١٦أس + ١٤س^{٢} ص = ٨ × ٢ × أ × س + ٢ × ٧ × س × س × ص

إذن: ١٦أس + ١٤س^{٢}ص = ٢س(..... + ...)　　(لماذا؟)

٣) أ (٣ب − ٤) − ٨ (٣ب − ٤)

أ (٣ب − ٤) − ٨ (٣ب − ٤) = (٣ب − ٤) (..... − .....)　　(لماذا؟)

أتَعَلَّم: يمكن تحليل بعض المقادير الجبريّة عن طريق تجميع الحدود، ثُمَّ إخراج العوامل المشتركة.

نشاط٢:

أُكْمِلُ تحليل المقدار الجبريّة الآتي إلى عوامله:

(أس – أص + ب س – ب ص) = أ(س – ص) + ب(س – ص)

= (س – ص) (أ + ...)

ويمكن تحليل المقدار السابق كالآتي:

(أس – أص) + (ب س – ب ص) = (أس + ب س) + (- أص – ب ص) (لماذا؟)

= س(أ + ب) – ص(أ + ب)

= (أ + ب)(س – ...) (لماذا؟)

تَمارينُ وَمَسائِل:

١) أُحَلِّلُ المقادير الآتية إلى عواملها:

أ) ١٤أ ب + ٢١أ ب^{٢} ب) (أ + ١)(أ – ٢) – (أ + ١)(أ – ٤)

جـ) –٥س ص – ٤٠ص^{٢}

٢) أُحَلِّلُ المقادير الآتية إلى عواملها الأوّلية:

أ) س ص + ٢س + ٢ص + ٤ ب) ١٢ + ٨ص – ٣س – ٢س ص

جـ) ٢٠أهـ + ٤ب هـ + ١٠أ س + ٢ب س

مهمة تعليمية

مِساحة مستطيل بالمتر المربع تساوي ٣س^{٢} + ٥س، فما طول هذا المستطيل، إذا كان عرضه يساوي س متراً؟

١-١١ تحليل العبارة التَّربيعيّة

تعريف: العبارة التَّربيعيّة: هي مقدارٌ جبريٌّ يمكن أن يُكْتَبَ بالصّورة (أ س^{٢} + ب س + جـ)، حيث أ، ب، جـ أعداد ثابتة، أ ≠ صفر.
ويُسَمّى أ: معامل س^{٢} ، ب : معامل س، جـ: الحدّ الثابت.

نشاط١:

حدد أيٍّ من المقادير الجبريّة الآتية يمثّل عبارة تربيعيّة، ثم أَكْتُبُ للعبارة التَّربيعيّة منها، قيم كلٍّ من أ، ب، جـ.

١) س^{٢} + ٥ س + ٦ ، عبارة تربيعيّة فيها: أ = ١ ، ب = ٥، جـ = ٦

٢) س^{٢} + ٩ – ٦س ، عبارة تربيعيّة فيها: أ = ... ، ب = ... ، جـ = ...

٣) س^{٣} + س + ٦ ، ..... ، .....

٤) ٥(س – ١) ، ليست عبارة تربيعيّة (لماذا؟)

٥) ٨ – س^{٢} – ٢س ، ..... فيها، أ = ... ، ب = ... ، جـ = ...

تعريف: تُسَمّى العبارة التَّربيعيّة المكتوبة بالصّورة س^{٢} ± ٢ د س + د^{٢} مربّعاً كاملاً، ويكون تحليلها بالصّورة (س ± د) (س ± د) = (س ± د)^{٢}.

نشاط٢:

أُكْمِلُ الآتي بتحليل العبارات التَّربيعيّة المعطاة إلى عواملها:

١) س^{٢} + ١٠س + ٢٥ = (س)^{٢} + ٢ × ٥ × س + (٥)^{٢} = (س + ٥) (س + ٥) = (.....)^{٢}

٢) س^{٢} – ٨س + ١٦ = (س)^{٢} – ٢ × ٤ × س + (...)^{٢}

= (س – ....)^{٢}

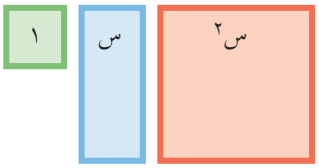
٣) ٤س^{٢} – ٢٠س + ٢٥ = (٢س)^{٢} – ٢ × ٥ × ٢س + (....)^{٢}

= (٢س – ....)(٢س – ....) = (.....)^{٢}

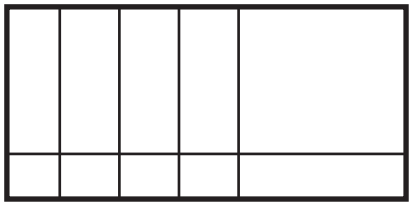
نشاط ٣:

تُمَثِّلُ العبارة (س^{٢} + ٥س + ٤) مِساحة مستطيل، فما طول هذا المستطيل وعرضه؟

أَسْتَخْدِمُ القِطَع الجبريّة الآتية في تمثيل مِساحة المستطيل:



أُرَتِّبُ القِطَع الجبريّة، فيتكون المستطيل المجاور: أُلاحِظُ أنَّ:



طول المستطيل = (س + ٤) ، وعرض المستطيل= (س + ١)

مِساحة المستطيل = الطول × العرض

أي أنّ س^{٢} + ٥س+ ٤ = (س + ٤)(س + ١)

أُلاحِظُ أنَّ الحدّ ٤ هو حاصل ٤ × ١، وأنّ الحدّ ٥ هو ٤ + ...

أَتَعَلَّم: لتحليل العبارة التَّربيعيّة المكتوبة بالصّورة س^{٢} + ب س+ جـ، يتم إيجاد عددَيْن م، ن، بحيث ب = م + ن، جـ = م × ن

فيكون تحليل العبارة س^{٢} + ب س+ جـ على الصّورة (س + م)(س + ن)

نشاط ٤:

أُكْمِلُ الآتي بتحليل العبارات التَّربيعيّة إلى عواملها الأوّلية:

١) س^{٢} + ٧س + ١٠

أُلاحِظُ أنَّ: جـ = ١٠ = ٢ × ٥

ب = ٥ + ٢ = ٧

إذن: س^{٢} + ٧س + ١٠ = (س + ٥)(س + ٢)

٢) س^{٢} – ٤س + ٣ = (س – ٣)(س – ....)

٣) س^{٢} – ١١س + ١٨ = (س – ٩)(س – ....)

٤) ص^{٢} – ١٦ص + ٦٣ = (.....)(.....)

أُلاحِظُ أنَّه إذا كانت إشارة جـ موجبة، فإنّ م، ن متشابهَيْنِ في الإشارة، وتكون إشارتُهُما تَبَعاً لإشارة ب.

نشاط ٥:

أُكْمِلُ الآتي بتحليل العبارات التَّربيعيّة إلى عواملها الأولية:

١) $س^{٢} + ٢س - ٣$

أُلاحِظُ أنَّ: جـ = $-٣ = + ٣ \times -١$ ، ب = $+ ٢ = ٣ + -١$

ومنها: $س^{٢} + ٢س - ٣ = (س + ٣)(س - ١)$

٢) $س^{٢} - ١٠س - ٢٤$

أُلاحِظُ أنَّ: جـ = $-٢٤ = -١٢ \times ٢$

ب = $-١٠ = -١٢ + ٢$

ومنها: $س^{٢} - ١٠س - ٢٤ = (س + ٢)(س - ...)$

٣) $س^{٢} + ٤س - ٥ = (س + ...)(س - ...)$

أُلاحِظُ أنَّه إذا كانت إشارة جـ سالبة، فإنّ م، ن مختلفانِ في الإشارة، وتَتْبَعُ إشارةُ الأكبرِ منهما إشارةَ ب.

نشاط ٦:

أُكْمِلُ تحليل العبارات التَّربيعيّة إلى عواملها الأوّلية:

١) $٣س^{٢} - ١٦س + ٢١$

عوامل الحدّ $٣س^{٢}$ ⟵ { $٣س$ ، $س$ } ، { -٧ ، -٣ } ⟶ عوامل الحدّ ٢١

ب = $-٩س + -٧س =$ ..... (لماذا؟) ومنها: $٣س^{٢} - ١٦س + ٢١ = (٣س - ٧)(س - ٣)$

٢) $٢س^{٢} + ٧س - ٢٢ = (٢س + ١١)(س - ٢)$

٣) $٦ص^{٢} - ١٩ص + ١٠ = (٢ص - ....)(٣ص - ....)$

تَمارينُ وَمَسائِل:

١) أُحَلِّلُ العبارات التَّربيعيّة الآتية إلى عواملها الأولية:

أ) $س^{٢} - ١٤س + ٢٤$

ب) $٩س^{٢} - ٦س ص + ص^{٢}$

جـ) $٦ص^{٢} + ١١ص - ١٠$

د) $س^{٢} - س + \frac{١}{٤}$

٢) ما قيم ك الّتي تجعلُ تحليل العباراتِ التَّربيعيّةَ الآتيةَ صحيحاً:

أ) $س^{٢} + ك س - ١٩ = (س - ١٩)(س + ١)$

ب) $س^{٢} + ك س + ١٤ = (س - ٢)(س - ٧)$

مهمة تعليمية

أَكْتُبُ تعبيراً جبريّاً يمثّل محيط لوح خلايا شمسية مستطيلة الشكل، مِساحتها (س^{٢}+ ٢٤س – ٨١).

١٢-١ تحليل الفَرْق بين مربّعيْن

تعريف: الفرق بين مِساحتي مربّعيْنِ تساوي مِساحة مستطيل، طولُه (مجموع ضِلْعَي المربّعيْن)، وعرضُه الفرق بين طولَي ضِلْعَي المربّعيْن، وَيُعَبَّرُ عن ذلك بالرّموز

س^{٢} – ص^{٢} = (س + ص)(س – ص).

نشاط١:

أُكْمِلُ تحليل العبارات الآتية:

١) ص^{٢} – ٢٥ = (ص)^{٢} – (٥)^{٢} = (ص – ٥)(ص + ٥)

٢) س^{٢} – ٥ = (س + ...)(س – ...)

٣) ٤ص^{٢} – ١٤٤ = (٢ص)^{٢} – (١٢)^{٢} = (٢ص + ...)(.... – ...)

٤) ٢٥م^{٢} – ٩ل^{٢} = (٥م + ...)(٥م – ...)

نشاط٢:

١) أُكْمِلُ الفراغاتِ في الآتية:

أ) ص^{٢} – (....)^{٢} = (.... + ٨)(.... – ٨)

ب) ٤أ^{٢} – ..... = (٢أ – ٩)(٢أ + ٩)

جـ) ١٤٤أ^{٢} – ١٠٠ب^{٢} = (١٢أ – ....)(..... + ...)

تَمارينُ وَمَسائِل:

١) أَكْتُبُ ناتج ما يأتي بأبسط صورة:

أ) (ص − ٩)(ص + ٩)　　ب) (٦س + ١)(٦س − ١)

٢) أُحَلِّلُ المقادير الآتية:

أ) س^{٢} − ٣٦　　ب) ص^{٢} − ٢٥　　جـ) ٨س^{٢} − ٧٢

٣) أَجِدُ القيمة العدديّة للمقدار (٦٧٥)^{٢} − (٣٢٥)^{٢} بطريقتين.

مهمة تعليمية

مربّعانِ يزيد طولُ ضِلْعِ الأوّل عن طولِ ضِلْعِ الثّاني وحدة واحدة، وتزيد مِساحة الأوّل عن مِساحة الثّاني ٧ وحدات مربّعة، فما طولُ ضِلْعِ المربّع الأصغر؟

١-١٣ قسمة المقادير الجبريّة

نشاط ١:

أَجِدُ ناتج القسمة في كُلٍّ ممّا يأتي:

أ) (٢٦هـ^{٢} + ١٤هـ^{٤}) ÷ ٢هـ

$$(٢٦هـ^{٢} + ١٤هـ^{٤}) \div ٢هـ = \frac{٢٦هـ^{٢} + ١٤هـ^{٤}}{٢هـ} = \frac{٢٦هـ^{٢}}{٢هـ} + \frac{١٤هـ^{٤}}{٢هـ}$$

$$= ١٣هـ + \ldots\ldots$$

ب) (٩ل^{٣}م^{٤} − ١٨ل م^{٢}) ÷ ٣ل م^{٢} $= \frac{٩ل^{٣}م^{٤} - ١٨ل م^{٢}}{٣ل م^{٢}}$

$$= \frac{٩ل^{٣}م^{٤}}{٣ل م^{٢}} - \frac{١٨ل م^{٢}}{٣ل م^{٢}} = \ldots\ldots\ldots - \ldots\ldots\ldots$$

عند قسمة مقدار جبريّ على حدّ جبريّ لا يساوي صفر، يمكن قسمة كُلّ حدّ من حدود المقدار الجبريّ على هذا الحدّ.

نشاط٢:

أَسْتَخْدِمُ التّحليل إلى العوامل في إيجاد نواتج قسمة المقادير الآتية:

١) (س^{٢} + ٥س + ٤) ÷ (س + ١) = (س + ٤)(س + ١) ÷ (س + ١) = ...

٢) (س^{٢} − ٤) ÷ (س + ٢) = (س − ٢)(.....) ÷ (س + ٢) = ...

٣) (س^{٢} − ٣س) ÷ (س − ٣) = س (س − ...) ÷ (س − ٣) = ...

تَمارينُ وَمَسائِل:

١) أَجِدُ ناتج ما يأتي بأبسط صورة:

أ) (٢٧أ^{٢}س^{٧}) ÷ (٩أس) ب) (س^{٢} + ٧س + ١٢) ÷ (س + ٣)

٢) إذا كان ناتج ضرب حدّيْنِ جبريّيْنِ هو -٦٤س^{٣} ص^{٣} ، وكان الأوّل ١٦س^{٢}، أَجِدُ الحدّ الثّاني؟

مهمة تعليمية

حديقة مستطيلة الشّكل، عُبِّرَ عن مِساحتها بالمقدار (س^{٢} + ١٧س + ٣٠) م^{٢} ، وعُبّرَ عن عرضها بالمقدار (س + ٢) م، فما طول هذه الحديقة؟

ورقة عمل

١) أضع دائرة حول رمز الإجابة الصّحيحة:

١ أيُّ الآتية يمثّل عدداً غير نسبيّ؟

أ) $\sqrt{٢} \times \sqrt{٤}$ ب) ٣,١٤ جـ) $١,\overline{٦}$ د) $\sqrt{٨}$

٢ أيُّ الآتية تُعَدُّ عبارة خاطئة؟

أ) يمكن أن يكونَ مجموعُ عددَيْنِ غيرِ نسبيّيْنِ عدداً غيرَ نسبيّ.

ب) يمكن أن يكونَ مجموعُ عددَيْنِ غيرِ نسبيّيْنِ عدداً نسبيّاً.

جـ) يمكن أن يكونَ الفرقُ بين عددَيْنِ غيرِ نسبيّيْنِ عدداً غيرَ نسبيّ.

د) يمكن أن يكونَ مجموعُ عددَيْنِ نسبيّيْنِ عدداً غيرَ نسبيّ.

٣ ما قيمة $\sqrt{٢} \times \sqrt{١٨} - \sqrt{٨}$ ؟

أ) $-\sqrt{١٠}$ ب) -٤ جـ) $٤\sqrt{٢}$ د) $\sqrt{١٠}$

٤ أيُّ من الآتية عبارة خاطئة؟

أ) $\sqrt[٣]{\frac{١}{٨}} < \frac{١}{٣}$ ب) $١\frac{٢}{٥} = ١,٤$ جـ) $\frac{٣}{٧} > \frac{٤}{٩}$ د) $٠,٤ > \frac{٣}{٧}$

٥ أيُّ من العبارات الآتية تُمثّل مربّعاً كاملاً؟

أ) $س^٢ - ٤س + ٤$ ب) $(س - ٢)(س + ٢)$

جـ) $س^٢ - ٤س - ٤$ د) $س^٢ + ٤$

٦ ما ناتج طرح المقدار $(س^٢ - ٢س + ١)$ من المقدار $(٣س^٢ - ٤س + ٥)$؟

أ) $٢س^٢ - ٢س + ٤$ ب) $٢س^٢ - ٦س + ٤$

جـ) $-٢س^٢ + ٢س - ٤$ د) $-٢س^٢ - ٢س - ٤$

٧ ما تحليل العبارة س^{٢} − ١٧س + ٤٢؟

أ) (س − ١)(س − ٤٢)　　ب) (س − ٢)(س − ٢١)

ج) (س − ٦)(س − ٧)　　د) (س − ٣)(س − ١٤)

٢) أُبَيِّنُ أيَّ الآتية عدد نسبيّ، وأُوَضِّحُ السبب:

$\overline{٠,٢٦}$ ، $\sqrt{٢٠}$ ، $(\sqrt{٢٠} \times \sqrt{٢٠})$ ، $\sqrt[٣]{\frac{١}{٤}}$ ٦ ، $\sqrt[٣]{١١}$

٣) أَجِدُ كلّاً من الآتي:　أ) النّظير الضّربي للعدد $\frac{٧}{٣}$　ب) النّظير الجمعيّ للعدد $\frac{٧}{٣}$

٤) أَجِدُ قيمة كُلٍّ من الآتية:

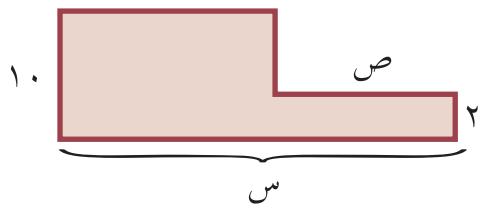
أ) $\sqrt[٣]{\frac{١}{٨}} - \frac{٥}{٣}$　　ب) $\sqrt{٢} \times \sqrt{٢,٥} \times \sqrt{٥}$

ج) $\frac{٥}{٣} \div \frac{٢}{٥}$　　د) $\frac{٢}{٩} + \frac{-٣}{٥}$　　هـ) $\sqrt[٣]{\frac{-١٢٥}{٢٧}}$

٥) امتد خرطوم ماء في أرض زراعية لري محصولي الجزر والقرع بطريقة التنقيط، فكان طولُ الجزءِ الخاص بالجزر $\sqrt{٣٢}$ م، بينما كان طولُ الجزءِ الخاص بالقرع $\sqrt{٨}$ ١,٥ م. أَكْتُبُ طولَ الخرطوم بأبسط صورة.

٦) أَكْتُبُ المقدار (س + ٢)(س − ٤) − (س + ٤)(س − ٢) بأبسط صورة؟

٧) تم حديثاً إنشاء أول ممر بحري يسمح لذوي الاحتياجات الخاصة بالسباحة في البحر على الشكل الآتي، أَكْتُبُ المقدار الجبريّ الذي يمثّل مِساحة المنطقة الملوّنة.



٨) أُعَبِّرُ عن المقدار (١٠٤) × (٩٦) بصورة فَرْقٍ بين مربّعَيْن، ثُمَّ أَجِدُ قيمته.

٩) إذا كانت قيمة س^{٢} − ص^{٢} = ٤٨، وكان س + ص = ١٦، فما قيمة س − ص.

اختبار ذاتي

س١: أضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة للفقرات (١-١٠):

١- ما النظير الجمعي للعدد $\sqrt{\left(\frac{٤}{٩}\right)}$ ؟

أ) $\frac{٣}{٢}$ ب) $\frac{-٣}{٢}$ جـ) $\frac{٢}{٣}$ د) $\frac{-٢}{٣}$

٢- أي الأعداد الآتية يمثل عدداً غير نسبي ؟

أ) $\sqrt{٣}\ ٢ \times \sqrt{٣}\ ٤$ ب) $\left(\frac{١}{\sqrt{٣}\ ٢} - \frac{١}{٣}\right)$ جـ) $\sqrt{٣}\ ١٠٠$ د) $\sqrt{\frac{٤\times٤\times٤\times٤}{٤+٤+٤+٤}}$

٣- أي الآتية يمثل عدداً نسبياً؟

أ) π ب) $\frac{٢٢}{٧}$ جـ) ٣ د) ٠,٤٥٧٣٠ ⟶

٤- ما المقدار الجبري الذي لا يحلل في الآتية؟

أ) س٢ + ٢٥ ب) س٢ - ٢٥ جـ) (س - ٥)٢ د) س٢ + ١٠س + ٢٥

٥- ما طول ضلع مربع مساحته س٢ - ٦س + ٩ ؟

أ) س + ٩ ب) س+ ٣ جـ) س - ٩ د) س - ٣

٦- ما قيمة ٠,٤ + ٠,٥ ؟

أ) $\frac{٥٤}{٩}$ ب) $\frac{٥٤}{١٠٠}$ جـ) ١ د) $\frac{٥٤}{٩٩}$

٧- ما الخاصية المستخدمة في الجملة الآتية (-٢ + $\frac{١٦}{٨}$ = صفر)؟

أ) النظير الجمعي. ب) النظير الضربي. جـ) الانغلاق. د) العنصر المحايد.

٨- أي من العبارات الآتية خاطئة؟

أ) $\sqrt{\frac{١}{٩}} > \frac{١}{٢}$ ب) $(\frac{٢}{٥})^{٢} > (-\frac{٢}{٥})^{٢}$ جـ) ٠,١٣ > ٠,١٣ د) $\frac{٣}{٤} > -\frac{٣}{٤}$

٩- إذا كانت قيمة (س٢ - ص٢) = ١٤، (س - ص) = ٢، فما قيمة (س + ص)؟

أ) ٧ ب) ١٢ جـ) ١٤ د) ١٦

١٠- إذا كان أ، ب، جـ ∋ ح*، وكان أ٢ ب جـ + أ ب٢ جـ + أ ب جـ٢ = أ ب جـ فما قيمة أ + ب + جـ؟

أ) ١ ب) ٢ جـ) ٣ د) ٤

س٢: إذا علمت أن $(١\frac{٣}{٤})$ كوب من الطحين ينتج علبتين من (البسكويت) ، فكم كوباً من الطحين يلزم لإنتاج (٨)علب من (البسكويت) ؟

س٣: قطعة أرض مستطيلة الشكل مساحتها ٢س٢ – س – ٣ وحدة مربعة، فإذا علمت أنّ طولها يساوي (٢س + ٢) وحدة، أجد عرضها.

س٤: أُعَبِّرُ عن المقدار (١٠٤) × (٩٦) بصورة فَرْقٍ بين مربّعَيْن، ثُمَّ أَجِدُ قيمته.