٩

بسم الله الرحمن الرحيم

دولة فلسطين
وزارة التربية والتعليم

# الرياضيات

## الفترة الثانية

جميع حقوق الطبع محفوظة ©

دولة فلسطين
وزارة التربية والتعليم

مركز المناهج

حي الماصيون، شارع المعاهد
ص. ب 719 – رام الله – فلسطين
pcdc.edu.ps | pcdc.mohe@gmail.com

mohe.ps | mohe.pna.ps | moehe.gov.ps
.com/MinistryOfEducationWzartAltrbytWaltlym
فاكس +970-2-2983250 | هاتف +970-2-2983280

# المحتويات


| دروس الوحدة | |
|---|---|
| ٢-١ الضّرْب الدّيكارتِيّ | ٣ |
| ٢-٢ العلاقة | ٥ |
| ٢-٣ خواصّ العلاقات | ٨ |
| ٢-٤ الاقتران | ١٢ |
| ٢-٥ أنواع الاقترانات | ١٥ |
| ٢-٦ الاقتران الخطّيّ | ١٨ |
| ٢-٧ تركيب الاقترانات | ٢١ |
| ٢-٨ الاقتران النظير (العكسيّ) | ٢٣ |
| ٢-٩ الجداول التكرارية | ٢٥ |
| ٢-١٠ مقاييس النَّزْعة المركزيّة للجداول التّكراريّة | ٢٨ |
| ٢-١١ الانحراف المعياريّ للجداول التّكراريّة | ٣٣ |
| ٢-١٢ ورقة عمل | ٣٥ |
| ٢-١٣ اختبار الوحدة | ٣٧ |


# النتاجات

يتوقع من الطلبة بعد الإنتهاء من دراسة هذه الوحدة المتمازجة والتفاعل مع أنشطتها، أن يكونوا قادرين على توظيف العلاقات والاقترانات والاحصاء في الحياة العملية من خلال الآتي:

(١) إيجاد حاصل الضّرْب الدّيكارتِيّ لمجموعتَيْنِ رياضيّتَيْن.

(٢) التّعَرُّف إلى مفهوم العلاقة الرياضيّة.

(٣) تمثيل علاقة رياضيّة بـ (مخطط سهميّ، المستوى الدّيكارتِيّ، ...).

(٤) التّعَرُّف إلى خواصّ العلاقات: انعكاس، تماثل، تعدّي، تكافؤ.

(٥) التّعَرُّف إلى مفهوم الاقتران.

(٦) إيجاد المجال، والمجال المقابل، والمدى لاقتران مُعطى.

(٧) التّعَرُّف إلى أنواع الاقترانات.

(٨) التّعَرُّف إلى قاعدة تركيب اقترانَيْن.

(٩) إيجاد اقتران النظير (العكسي) لاقتران مُعطى.

١٠) تنظيم البيانات في جدول تَكراريّ ذي فئات.

١١) إيجاد مقاييس النَّزْعة المركزيّة لبيانات مبوّبة في جدول.

١٢) إيجاد الإنحراف المعياريّ لبيانات مبوّبة في جدول.

## (٢ - ١) الضّرْب الدّيكارتِيّ

**نشاط (١):** تشتهر بعض المدن الفِلَسطينيّة بصناعة الملابس، ويُنْتِجُ أحد المصانع تشكيلة من القمصان الّتي تتميز بألوان وقياسات مختلفة، أحد التصاميم الّتي يُنْتِجُها المصنع (٣٨، أحمر)، كما في الجدول الآتي:

| القياس / اللّون | أحمر | أخضر | أصفر |
|---|---|---|---|
| ٣٨ | (٣٨، أحمر) | (٣٨، أخضر) | ( ، ) |
| ٤٠ | | | |
| ٤٢ | | | |

— أُكْمِلُ الجدول.

— هل الأزواج المرتّبة في الجدول تُمَثِّلُ كلّ التّصاميم؟

**نشاط (٢):** لتكن أ = { ٢ ، ٤ ، ٦ }، ب = { ٧ ، ٨ }، مجموعة جميع الأزواج المرتّبة الّتي مسقطها الأوّل ينتمي للمجموعة أ، ومسقطها الثّاني ينتمي للمجموعة ب، هي: {(٢ ، ٧) ، (٢ ، ٨) ، ( ، ) ، ( ، ) ، ( ، ) ، ( ، ) ، ( ، )}.

**تعريف (١):** لتكن أ، ب مجموعتَيْن غير خاليتين، فحاصل الضّرْب الدّيكارتِيّ للمجموعتَيْنِ أ ، ب الّذي يُرْمَزُ له بالرّمز أ × ب، هو: مجموعة جميع الأزواج المرتّبة (س ، ص)، حيث س تنتمي للمجموعة أ، ص تنتمي للمجموعة ب،

وبالرّموز أ × ب = {(س ، ص): س ∈ أ، ص ∈ ب}

ملاحظة: أ × ب = ب × أ ؟

**نشاط (٣):** إذا كانت أ = { ٢ ، ٤ ، ٦ }، ب = { ٤ ، ٥ }، أُكْمِلُ:

أ × أ = {(٢ ، ٢) ، (٢ ، ٤) ، ( ، ) ، ( ، ) ، ( ، ) ، ( ، ) ، ( ، ) ، ( ، ) ، ( ، ) ، ( ، )}.

أ × ب = { }.

عدد عناصر أ × أ =

عدد عناصر أ×ب =

**أَتَعَلَّمُ :** عدد عناصر المجموعة أ × ب = عدد عناصر المجموعة أ × عدد عناصر المجموعة ب .

## تعريف (٢)

لتكن (س ، ص) = (ع ، ل)، فإنَّ س = ع ، ص = ل، والعكس صحيح.

**نشاط (٤):** إذا علمتَ أنَّ (س – ١ ، ٧) = (٩ ، ص – ١)، أَجِدُ قيمة س، ص:

س – ١ = ٩ ومنها: س = ١٠

٧ = _____

ص = _____

## تمارينُ ومسائِل

١ إذا كانت أ = {٢ ، ٤ ، ٦ } ، ب = { ٣ ، ٥ }، أضعُ إشارة (✓) أمام العبارة الصَّحيحة، وإشارة (×) أمام العبارة الخاطئة في كلٍّ ممّا يأتي:

أ) (٢ ، ٣) ∈ أ × ب _____

ب) (٦ ، ٤) ∈ أ × ب _____

جـ) (٤ ، ٤) ∈ أ × أ _____

د) (٣ ، ٢) ∈ ب × أ _____

٢ إذا كانت أ = { ١ ، ٢ ، ٣ }، ب = {٢ ، ٤ ، ٦ } ، جـ = { -٣ ، ٤ }، أَجِدُ:

أ) أ × ب .

ب) أ × جـ .

٣ إذا كانت أ = {٣ ، ٥ ، ٧ ، ٩ } ، ب = {س : س عدد طبيعي محصور بين ٤ ، ٢٣، ويقبل القسمة على ٥ دون باقٍ}، ما عدد عناصر حاصل الضّرْب الدّيكارتيّ لـ أ × ب؟

٤ أَجِدُ قيم س، ص الحقيقيّة الّتي تحقّق: (س ، ص$^{٢}$) = (٢س – ٢، ١).

## (٢ – ٢) العلاقة

**نشاط (١):** يعد الحق في إدارة الشؤون العامة من الحقوق الأساسية للمجتمعات، تعاني بعض القرى الفِلَسطينيّة من شُحٍّ في الطّاقة الكهربائيّة، فقامت إحدى البلديّات برصد عدد المصابيح المضاءة، والطّاقة المستهلكة في أحد المنازل لمدّة ستّة أيّام؛ لأغراض دراسة الاستهلاك في الطّاقة الكهربائيّة، فكانت النتائج كما في الجدول الآتي:

| عدد المصابيح (س) | ٨ | ٦ | ٥ | ٤ | ٣ | ٢ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| الطّاقة المستهلكة (ص) بالكيلو واط/ ساعة | ٦ | ٥ | $٤\frac{١}{٢}$ | $٣\frac{١}{٤}$ | ٢ | $١\frac{٦}{١٠}$ |

يمكن التّعبير عن عدد المصابيح والطّاقة المستهلكة بأزواج مرتّبة:

{(٨ ، ٦) ، (٦ ، ٥) ، ( ، ) ، ( ، ) ، ( ، ) ، ( ، ) ، ( ، )}

تُسمّى هذه الأزواج المرتّبة علاقة بين عدد المصابيح المضاءة وكمية الطّاقة المستهلكة.

إذا كان عدد المصابيح المضاءة يساوي ٥، فما مقدار الطّاقة المستهلكة؟

**أتعلّم : العَلاقة:** هي أيّ مجموعة من الأزواج المرتّبة.

تُسَمّى مجموعة كلِّ المساقط الأولى للأزواج المرتّبة في العلاقة مجالَ العلاقة.

تُسَمّى مجموعة كلِّ المساقط الثّانية للأزواج المرتّبة في العلاقة مدى العلاقة.

**نشاط (٢):** لتكن العلاقة ع = {(١ ، ٢) ، (٣ ، ٦) ، (٤ ، ٨) ، (٥ ، ١٠)}

المجال = { ١ ، ٣ ، ٤ ، ٥ } ، المدى = { }

ألاحظُ أنَّ عناصر المسقط الثّاني تساوي ضعفَي عناصر المسقط الأوّل.

**نشاط (٣):** إذا كانت أ = { ٢ ، ٤ ، ٦ } ، ب = { ١ ، ٢ } ، فإنَّ:

أ × ب = {(٢ ، ١) ، (٢ ، ٢) ، (٤ ، ١) ، ( ، ) ، ( ، ) ، ( ، ) ، ( ، )} ، أُكْمِلُ كتابة الأزواج المرتبة:

أ × أ = {(٢ ، ٢) ، (٢ ، ٤) ، (٢ ، ٦) ، (٤ ، ٢) ، (٤ ، ٤) ، ( ، ) ، ( ، ) ، ( ، ) ، ( ، )}

ع$_{١}$ = {(٢ ، ١) ، (٤ ، ١) ، (٦ ، ١)} ،  ع$_{٢}$ = {(٢ ، ١) ، (٢، ٢) ، (٤ ، ١)}

ع$_{٣}$ = {(٢ ، ٢) ، (٤، ٤) ، (٤ ، ٦)}

أُلاحظُ أنَّ: ع$_{١}$ ⊆ أ × ب ،  ع$_{٢}$ ___ أ × ب ،  ع$_{٣}$ ⊆ ___

**تعريف:** أيّ مجموعة جزئية من أ × ب تُسَمّى علاقة من المجموعة أ إلى المجموعة ب: (ع ⊆ أ × ب).

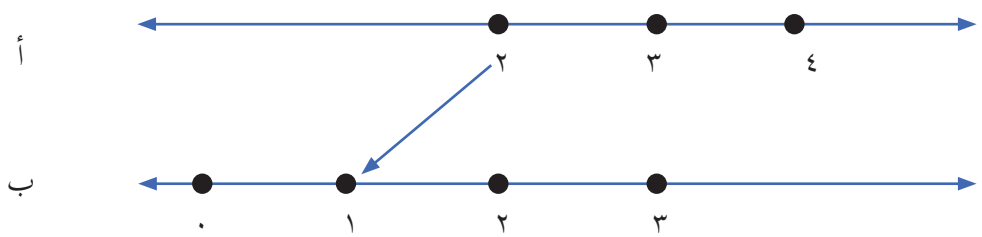
**ملاحظة:** إذا كانت أ = ب، فإنَّ العلاقة تُسَمّى علاقة على أ، ويمكن تمثيل العلاقة بعدّة طرق.

**نشاط (٤):** لتكن أ = {٢ ، ٣ ، ٤ } ، ب = { ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ } ، وكانت العلاقة ع معرّفة من أ إلى ب: ع = {(س ، ص) ∋ أ × ب: س – ص = ١ }

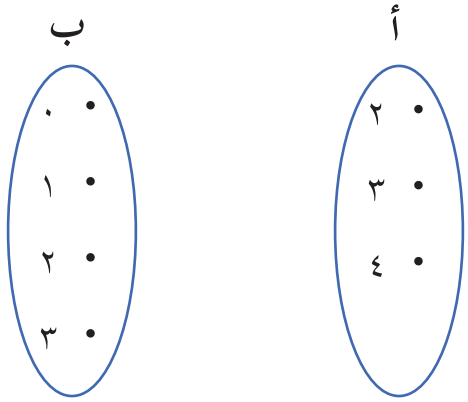
ع = {(٢ ، ١) ، ( ، ) ، ( ، )}

يمكن تمثيل العلاقة ع بالمخطّطات السهميّة:

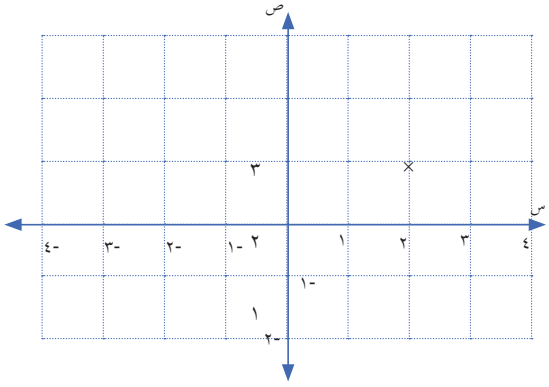
أُضيفُ الأسهم على الشَّكْل:



أُضيفُ الأسهم على الشَّكْل:




أُمَثِّلُ العلاقة بالمستوى الدّيكارتِيّ:




## تمارينُ ومسائِل

١ أ = { -١، ٠ ، ٢ }، ب = { ١ ، ٢ ، ٣}، أيّ المجموعات الآتية تُمَثِّلُ علاقة من أ إلى ب:

أ ع$_{١}$ = {(٢ ، ٢) ، (٢ ، ٣) ، (٠ ، ٢)} .

ب ع$_{٢}$ = {(١ ، ٠) ، (١ ، -١) ، (٣، ٢)} .

٢ أَجِدُ المجال والمدى للعلاقة الآتية:

ع = {(١ ، ٢) ، (١ ، ٤) ، (٣ ، ٢) ، (٥ ، -٦) ، (٦ ، ٦)}

٣ لتكن أ = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦}، وكانت العلاقة ع معرّفة على أ، بحيث:

ع = {(س، ص) ∋ أ × أ: س = ص + ٣}، أَكْتُبُ ع على شكل مجموعة من الأزواج المرتّبة.

٤ لتكن أ = {١ ، ٢ ، ٣} ، ب = {٢ ، ٣، ٤ ، ٦ ، ٩}، وكانت العلاقة ع من أ إلى ب، بحيث ع = {(س ، ص) ∋ أ × ب: المسقط الأوّل يساوي $\frac{١}{٣}$ المسقط الثّاني} ، أَجِدُ:

أ العلاقة ع على شكل مجموعة من الأزواج المرتّبة .

ب أُمَثِّلُ العلاقة ع بمخطط سهميّ.

## (٢ – ٣) خواصّ العلاقات

**نشاط (١):** بسبب ما يتعرّض له شعبنا من إصابات على يد الاحتلال الصّهيونيّ، تطوّرت عند المجتمع الفِلَسطينيّ ثقافة التَّبرُّع بالدّم بشكل ملحوظ، ومن المعلوم أنّ فصائل الدّم هي: A , B , AB , O ، وكلّ إنسان يحمل إحدى هذه الفصائل، ويمكن لشخصٍ ما التَّبرُّع بالدّم لشخص آخر، وَفْقَ العلاقة الآتية: (فصيلة دم المتبرَّع له، فصيلة دم المتبرِّع):

{(A ، A) ، (A ، AB) ، (B ، B) ، (B ، AB) ، (AB ، AB) ، (O ، A) ، (O ، B) ، (O ، AB ) ، (O ، O)}

- لا يمكن لحامل فصيلة دم AB التَّبرُّع بالدّم لشخص فصيلة دمه O
- يمكن لحامل فصيلة دم B التَّبرُّع بالدّم لشخصٍ فصيلة دمه _____

**نشاط (٢)**[**]: إذا كانت أ = {١٥ ، ٢٠ ، ٢٥ } ، وكانت العلاقة ع ، بحيث:

ع = { (س ، ص) ∈ أ × أ : س ≥ ص }

العلاقة ع = {(١٥ ، ١٥)،(٢٠ ، ١٥) ، ( ، ) ، ( ، ) ، ( ، ) ، ( ، )}

(١٥ ، ١٥) ∈ ع (٢٠ ، ٢٠) ـــ ع (٢٥ ، ٢٥) ـــ ع

### تعريف (١): علاقة الانعكاس:

تُسَمّى العلاقة ع علاقة انعكاس على أ، إذا كان (س ، س) ∈ ع لكل س ∈ أ .

**نشاط (٣):** إذا كانت أ ={١ ، ٣ ، ٥ ، ٧}

ع١ = {(١ ، ١) ، (٣ ، ٣) ، (٥ ، ٧) ، (٧ ، ٧)}

ع١ ليست علاقة انعكاس؛ لأنّ (٥ ، ٥) لا ينتمي للعلاقة ع١

ع٢ = {(١ ، ١) ، (٣ ، ٣) ، (٣ ، ٥) ، (٥ ، ٥) ، (٧ ، ٧) }

ع٢ _____

[**] سنتناول في هذا الدرس العلاقات على مجموعة واحدة.

**نشاط (٤):** لتكن أ = { ١، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ } ، ع علاقة معرّفة على أ، حيث:

ع ={(س ، ص) ∈ أ × أ: س + ص = ٦}

ع = {(٣ ، ٣) ، (٢ ، ٤) ، ( ، ) ، ( ، ) ، ( ، )}

(١ ، ٥) ∈ ع  (٥ ، ١) ـــ ع

(٢ ، ٤) ـــ ع  (٤ ، ٢) ـــ ع

ماذا تلاحظ؟

## تعريف(٢): علاقة التّماثُل :

العلاقة ع على أ تُسَمّى علاقة تماثل، إذا كان (س ، ص) ∈ ع ، فإنَّ (ص ، س) ∈ ع، حيث س ، ص ∈ أ.

## تعريف(٣): علاقة التعدّي:

العلاقة ع على المجموعة أ تُسَمّى علاقة تعدّي إذا كان:

(س ، ص) ∈ ع ، (ص ، ل) ∈ ع ، فإنَّ (س ، ل) ∈ ع ، حيث س، ص، ل ∈ أ.

**نشاط (٥):** لتكن أ = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٨ }

ع$_١$ = {(س ، ص) ∈ أ × أ : س × ص = ٨}

ع$_١$ = {(١ ، ٨) ، (٨، ١) ، (٢ ، ٤) ، (٤ ، ٢)} ، أُلاحظُ أنّ:

(١ ، ٨) ∈ ع$_١$ ، (٨ ، ١) ∈ ع$_١$ ، لكن (١ ، ١) لا تنتمي لـ ع$_١$ ، إذن ع$_١$ ليست علاقة تعدّي.

ع$_٢$ = {(س ، ص) ∈ أ × أ : س < ص}

ع$_٢$ = {(١ ، ٢) ، (١ ، ٣) ، (١ ، ٤) ، (١، ٨) ، (٢ ، ٣) ، (٢ ، ٤) ، (٢، ٨) ، (٣ ، ٤) ، (٣ ، ٨) ، (٤ ، ٨) } ، أُلاحظُ، وأُكْمِلُ:

(١ ، ٢) ∈ ع$_٢$ ، (٢ ، ٣) ∈ ع$_٢$ وكذلك (١ ، ٣) ∈ ع$_٢$

(١ ، ٢) ∈ ع$_٢$ ، (٢ ، ٤) ∈ ع$_٢$ وكذلك ( ، ) ∈ ع$_٢$

(١ ، ٣) ∈ ع$_{٢}$ ، (٣ ، ٤) ∈ ع$_{٢}$ وكذلك ( ، ) ∈ ع$_{٢}$

(٢ ، ٣) ∈ ع$_{٢}$ ، (٣ ، ٤) ∈ ع$_{٢}$ وكذلك ( ، ) ∈ ع$_{٢}$

أي انه (س ، ص) ∈ ع$_{٢}$ ، (ص ، ل) ∈ ع$_{٢}$ فإنَّ (س ، ل) ∈ ع$_{٢}$ ، اذن ع$_{٢}$ علاقة تعدّي.

**تعريف (٤):** العلاقة ع على المجموعة أ تُسَمّى علاقة تكافؤ على أ ، إذا كانت ع علاقة: انعكاس، وتماثل، وتعدّي على المجموعة أ .

**نشاط (٦):** إذا كانت أ = {١ ، $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{١}{٤}$ }، وكانت العلاقة ع معرّفة على أ ، بحيث:

ع = {(١ ، ١)،(١ ، $\frac{١}{٢}$ )،( $\frac{١}{٢}$ ، ١) ، ( $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٢}$ ) ، ( $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{١}{٣}$ ) ، ( $\frac{١}{٤}$ ، $\frac{١}{٤}$ )}

ع علاقة انعكاس على أ ؛ لأنّ: كلّ عنصر في المجموعة أ ارتبط بنفسه في العلاقة ع.

ع علاقة تماثل على أ؛ لأنّ: ...

ع علاقة تعدّي على أ؛ لأنّ: ...

ع علاقة تكافؤ على أ ؛ لأن: ...

**ملاحظة:** إذا كانت أ = {١، ٢، ٣} ، فإنَّ:

ع$_{١}$ = {(١ ، ١) ، (٢ ، ٢) ، (٣ ، ٣)} هي علاقة تكافؤ تحتوي على أقل عدد من العناصر.

ع$_{٢}$ = أ × أ هي علاقة تكافؤ تحتوي على أكبر عدد من العناصر.

## تمارينُ ومسائِل

١ أيُّ العلاقات الآتية علاقة انعكاس، وأيُّها ليست علاقة انعكاس، مع ذكر السبب:

إذا كانت أ = {٢ ، ٤ ، ٦} ، وكانت ع علاقة معرّفة على أ ، حيث:

أ ع = {(٢ ، ٤) ، (٢ ، ٦) ، (٢ ، ٢) ، (٤ ، ٢) ، (٤ ، ٤)} .

ب ع = {(س ، ص) ∈ ح × ح: س ⩾ ص} . (ح مجموعة الأعداد الحقيقيّة).

٢ أيّ العلاقات الآتية علاقة تماثل، وأيّها ليست علاقة تماثل، مع ذكر السبب:

إذا كانت أ = { -١ ، ٠ ، ١ } ، وكانت ع علاقة معرّفة على أ ، حيث:

أ ع = {(-١ ، -١) ، (١ ، ٠) ، (١ ، ١) ، (٠ ، ١)} .

ب ع = {(س ، ص) ∈ ص × ص : س$^{٢}$ + ص$^{٢}$ = ١} . (ص مجموعة الأعداد الصَّحيحة).

٣ إذا كانت أ = {١ ، ٢ ، ٣} ، وكانت ع علاقة على أ ، بحيث:

ع = {(١ ، ١) ، (١ ، ٢) ، (٢ ، ٣) ، (٣ ، ٣)}

أُبَيِّنُ فيما إذا كانت العلاقة ع علاقة تعدّي على أ ، أم لا؟ أوضِّح إجابتي.

٤ أُبيِّنُ فيما إذا كانت ع = {(س ، ص) ∈ ط × ط: س أحد عوامل ص} علاقة انعكاس، أو تماثل، أو تعدّي على ط، أم لا، مع ذكر السبب؟

### مهمة تقويمية (١):

١ إذا كانت أ= {٤، ٦، ١٠}، ب = {٢، ٧، ٥، ٣} وكانت العلاقة ع معرّفة من أ إلى ب حيث:

ع = {(س،ص) ∈ أ×ب: ص عامل من عوامل س}

أ اكتب العلاقة ع على شكل مجموعة من الأزواج المرتبة. ب جد المجال والمدى للعلاقة.

جـ مثّل العلاقة ع بالمخطط السهمي.

٢ إذا كانت أ= {٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥}، ع = {(س، ص) ∈ أ×أ : س+ص = ٧} فهل ع تكافؤ؟ اذكر السبب.

٣ لتكن أ= {١،٠،-١}، وكانت ع علاقه على أ، حيث ع = {(-١،١)، (٠،٠)} هل ع علاقه: انعكاس، تماثل، تعدٍّ، تكافؤ.

## (٢ – ٤) الاقتران

**نشاط (١):** تقوم وزارة الدّاخلية الفِلَسطينيّة بتنظيم سِجِلّات المواطنين، بحيث يحمل كلّ مواطن ما يدلِّل على شخصيّته، مثل تاريخ الولادة ومكانها...، وسوف نأخذ من السِجِلّات الاسم، وتاريخ الميلاد، وفي هذه الحالة يكون الاسم هو المدخلات (المجال)، وتاريخ الميلاد هو المخرجات (  ).

- أَكْتُبُ اسمي: _____ أَكْتُبُ تاريخ ميلادي: _____
- أَكْتُبُ اسم زميلي: _____ أَكْتُبُ تاريخ ميلاده: _____
- هل لكلّ طالب تاريخُ ميلاد؟
- هل يوجد طالب له أكثر من تاريخ ميلاد؟

**تعريف (١):** الاقتران ق هو علاقة من المجموعة أ إلى المجموعة ب ، بحيث يرتبط كلّ عنصر من عناصر أ بعنصر واحد فقط من عناصر ب .

إذا كان الاقتران ق من أ إلى ب (ق: أ ⟵ ب) .

تُسَمّى المجموعة أ مجال الاقتران ق.

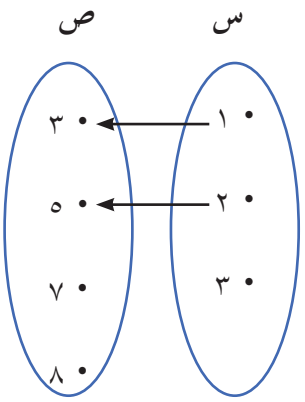
تُسَمّى المجموعة ب المجال المقابل للاقتران ق.

تُسَمّى صُوَر العناصر المدى؛ أي أنّ (المدى ⊆ المجال المقابل).

إذا كان (س ، ص) ∈ ق ، فإنّنا نكتب: ق(س) = ص ، وتُسَمّى ص صورة العنصر س.

## نشاط (٢):

أُلاحظ العلاقات الممثّلة في الأشكال الآتية:

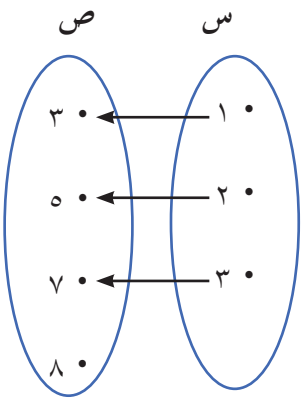



شكل(١)

صورة ١ هي ٣

صورة ٢ هي ٥

العنصر ٣ ليس له صورة

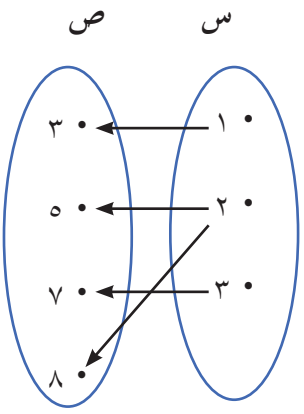



شكل(٢)

صورة ١ هي ٣

صورة ٢ هي ٥

صورة ٣ هي ٧




شكل(٣)

صورة ١ هي ٣

العنصر ٢ له صورتان ٥ وَ ٨

صورة ٣ هي ٧

العلاقة في الشَّكْل (١) ليست اقتراناً. العلاقة في الشَّكْل (٢) _____ .

العلاقة في الشَّكْل (٣) _____ .

## نشاط (٣):

إذا كانت أ = { ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ }، ب = {٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ } ،
وكان الاقتران ق من أ إلى ب (ق : أ ← ب) ، بحيث:

ق : س ← ٢س (يمكن أن تُكْتَبَ ق(س) = ٢س ، وتُسَمّى قاعدة الاقتران).

ق(٠) = ٢ × ٠ = ٠ ق(١) = ٢ × ١ = ٢ ق(٢) = _____

الاقتران ق = {(٠ ، ٠) ، (١ ، ٢) ، ( ، ) ، ( ، ) }

المجال = { } المجال المقابل = { }

المدى = { }

**نشاط (٤):** إذا كانت ص مجموعة الأعداد الصَّحيحة، وكان الاقتران ق: ص ⟵ ص، بحيث:

ق(س) = ٢س + ١

ق(-٢) = ٢ × -٢ + ١ = -٣ ق(-١) = _____

ق(٠) = _____ ق(١) = _____

إذا كان الزّوج المرتّب (س ، ١١) يحقّق قاعدة الاقتران ق ، فما قيمة س؟

(س ، ١١) تعني أن ق(س) = ١١

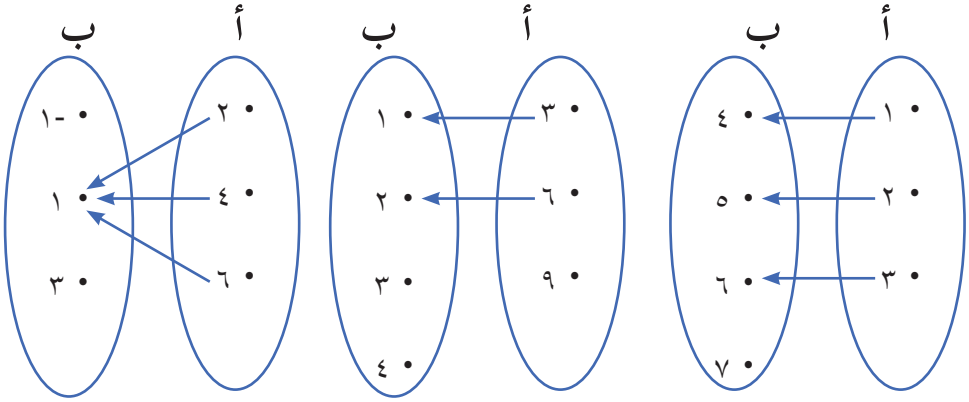
ق(س) = ٢س + ١

١١ = ٢س + ١ ومنها س = ٥

**أُفَكِّر وأُناقش** هل كلُّ علاقةٍ اقتران؟

## تمارينُ ومسائِل

١ أيّ العلاقات الآتية تُعَدُّ اقتراناً، وأيُّها لا يُعَدُّ اقتراناً؟، وإذا كانت اقتراناً، أَكْتُبُ: المجال، والمجال المقابل، والمدى لها.




٢ إذا كان ق = {(٢ ، ١) ، (٥ ، ١) ، (٣ ، ٣)} ، أَجِدُ: ق(٣) ، ق(٥) ، ق(٢) .

٣ إذا كان ق: ح ⟵ ح ، وكان ق(س) = أس − ٦ ، أَجِدُ قيمة أ ، حيث ق(٢) = صفر.

٤ إذا كانت أ = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤} ، ب = {٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤} ، وكان الاقتران ق: أ ⟵ ب ، بحيث ق(س) = س − ١، أَجِدُ عناصر المدى.

٥ إذا كانت ح مجموعة الأعداد الحقيقيّة، وكان الاقتران ق: ح ⟵ ح ، بحيث ق(س) = س$^{٢}$ . أَجِدُ:

أ ق(-٢) ، ق(٥) ، ق($\frac{١}{٢}$) ، ق($\sqrt{٣}$) .

ب إذا كان ق(أ) = ٣٦، فما قيمة/قيم أ؟

## (٢ – ٥) أنواع الاقترانات

**نشاط تعاونيّ (١):** تنظّم وزارة الدّاخليّة الفِلَسطينيّة سِجِلّات المواطنين، بحيث يحمل كلّ مواطن رَقْماً يُسَمّى رَقْم البطاقة الشخصيّة (رَقْم الهُوِيَّة)، أَكْتُبُ وأفرادَ مجموعتي الاسمَ الرُّباعيَّ لكلِّ فردٍ فيها، وَرَقْم البطاقةِ الشخصيّة، وأعرضُها على شكل مجموعة.

لا يوجد مواطن له أكثر من بطاقة شخصيّة، السبب: _____ .

هل مجموعة الأزواج المرتّبة تُمَثِّلُ اقتراناً أم لا؟

هل يوجد مواطنان لهما رَقْم البطاقة الشخصيّة نفسه؟

**نشاط (١):** إذا كانت أ = {٠ ، ١ ، ٢} ، ب = {١ ، ٢ ، ٥}، وكان الاقتران:

ق: أ ⟵ ب، بحيث ق(س) = س$^{٢}$ + ١

ق(٠) = (٠)$^{٢}$ + ١ = ١

ق(١) = _____ =

ق(٢) = _____ =

المدى = { }

المجال المقابل _____ المدى . (يساوي، لا يساوي)

**تعريف (١):** يُسَمّى الاقتران ق: أ ⟵ ب اقتراناً شاملاً، إذا كان مداه = مجاله المقابل.

**نشاط (٢):** إذا كانت ط مجموعة الأعداد الطبيعية، وكان الاقتران ق: ط ⟵ ط، بحيث: ق(س) = ٣س

ق(١) = ٣ × ١ = ٣ ، ق(٢) = _____ = _____ ، ق(٣) = _____ = _____ ،

ق(٩) = _____ = _____، ق(١٠) = _____ = _____

المدى = { ٣ ، ، ، ، ، ..... }

هل ق اقتران شامل؟ أفسر إجابتي.

**نشاط (٣):** مُثِّلَ الاقتران ق ، هـ كالآتي:

ق = {(-٧ ، $\frac{١}{٢}$) ، (-٢ ، ١) ، (٠ ، -١) ، (١ ، ٥)}

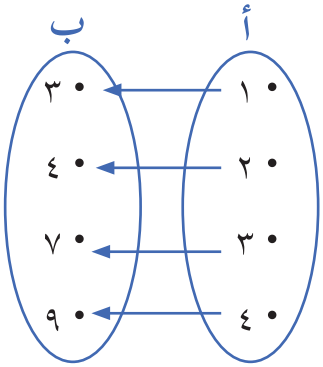
هـ = {(-٥ ، -١) ، (-٤ ، ٠) ، (-٢ ، ١) ، (١ ، ٢) ، (٢ ، ١)}

| في الاقتران ق | في الاقتران هـ |
|---|---|
| ق(-٧) = $\frac{١}{٢}$ ق(-٢) = ١ | هـ(-٥) = -١ هـ(-٤) = ٠ هـ(-٢) = _____ |
| ق(٠) = _____ ق(١) = _____ | هـ(١) = _____ هـ(٢) = _____ |
| هل يوجَدُ عنصران في مجال الاقتران ق لهما الصّورة نفسها في المدى؟ | هل يوجَدُ عنصران في مجال الاقتران هـ لهما الصّورة نفسها في المدى؟ |

**تعريف (٢):** يُسَمّى الاقتران ق: أ ⟵ ب اقتراناً واحداً لواحد، إذا كان كل عنصر في المدى صورة لعنصر واحد فقط في المجال؛ أي أنّه لكلّ س$_١$ ، س$_٢$ في المجال، إذا كان س$_١$ ≠ س$_٢$ ، فإنَّ: ق(س$_١$) ≠ ق(س$_٢$).

وإذا كان ق(س$_١$) = ق(س$_٢$) و س$_١$ ≠ س$_٢$ ، فإنَّ ق ليس واحداً لواحد.

**نشاط (٤):** لديك الاقتران ق: أ ⟵ ب الآتي:




- الاقتران ق اقتران واحد لواحد. لماذا؟
- هل الاقتران ق شامل؟

**تعريف(٣):** يُسَمّى الاقتران ق: أ ⟵ ب اقترانَ تناظر إذا حقَّق الشرطين الآتيين:

١) أن يكون الاقتران ق واحداً لواحد. ٢) أن يكون الاقتران ق شاملاً.

**نشاط (٥):** إذا كان الاقتران ق: ح ⟵ ح ، بحيث: ق(س) = س$^{٢}$ + ١ .

ق(٣) = (٣)$^{٢}$ + ١ = ١٠ ، ق(-٣) = _____ = ___

هل الاقتران ق واحد لواحد؟ لماذا؟

الاقتران ق ليس شاملاً. أُوضِّح ذلك.

هل الاقترانُ ق اقترانُ تناظر؟ لماذا؟

## تمارينُ ومسائِل

١ إذا كانت أ = { -٢ ، -١ ، ٠ ، ١} ، ب = {-٣ ، -١ ، ١ ، ٣ ، ٥ ، ٧ } ، وكان الاقتران ق: أ ⟵ ب ، بحيث: ق(س) = ٢س + ١ ، أُبَيِّنُ فيما إذا كان الاقتران ق اقتراناً شاملاً أم لا؟ مع ذكر السبب.

٢ إذا كانت ص هي مجموعة الأعداد الصَّحيحة، وكان الاقتران ق: ص ⟵ ص ، بحيث: ق(س) = س$^{٢}$ ، أُبَيِّنُ فيما إذا كان الاقتران ق اقتراناً شاملاً أم لا ؟ مع ذكر السبب.

٣ أيّ من الاقترانات الآتية هي اقتران واحد لواحد، مع ذكر السبب؟

أ ق= {(س ، ١) ، (ص ، ٢) ، (ع ، ٣) ، (ل ، ١)} .

ب هـ = {(٠ ، ٢) ، (١ ، ٣) ، (٢ ، ٤) ، (٣ ، ٥)}.

٤ إذا كان الاقتران ق: ح ⟵ ح ، بحيث: ق(س) = ٣س + ١ ، أُبَيِّنُ فيما إذا كان الاقتران ق اقتران تناظر أم لا، مع ذكر السبب؟

### مهمة تقويمية (٢):

١ إذا كان ق: ح ⟵ ح وكان ق(س) = أس -١٢، جد قيمة أ حيث: ق (٤) = صفر

٢ إذا كان أ = {١ ، ٢ ، ٣ } ، ب = {١ ، ٤ ، ٩ ، ١٦} ، وكان الاقتران:

ق: أ ⟵ ب ، بحيث: ق(س) = س$^{٢}$ :

أ أَكْتُبُ الاقتران ق على صورة أزواج مرتّبة. ب أكتب: المجال، والمجال المقابل، والمدى.

جـ هل الاقتران ق شامل، وواحد لواحد، وتناظر؟

٣ أُبَيِّنُ أنّ الاقتران ق(س) = س ، ق: ح ⟵ ح اقتران تناظر أم لا.

## (٢ – ٦) الاقتران الخطّيّ

**نشاط (١):** لتشجيع زراعة الأشجار المثمرة في فِلَسطين، قدّمت إحدى البلديّات الفِلَسطينيّة حوافز تشجيعيّة للمزارعين، بحيث تعطي ٢٥ شجرة مقابل كلِّ دونم يُزرَع.

زرع محمد ١٠ دونمات، فحصل على ٢٥٠ شجرة،

وزرع إلياس ١٢ دونماً، فحصل على _____ شجرة.

**تعريف (١):** كلّ اقتران على الصّورة ق(س) = أس + ب ، حيث أ ، ب أعداد حقيقيّة أ ≠ صفر ، يُسَمّى اقتراناً خطّيّاً .

**ملاحظة:** إذا لم يُعْطَ مجال الاقتران الخطّيّ، وأعطِيت القاعدة، فيكون مجاله، ومجاله المقابل الأعداد الحقيقيّة ح . (ق: ح ⟵ ح).

**نشاط (٢):** أُكْمِلُ الآتي:

ق(س) = ٣س + ١ : اقتران خطّيّ؛ لأنَّه على صورة ق(س) = أس + ب .

هـ(س) = ٦س$^{٢}$ : ليس اقتراناً خطّيّاً؛ لأنَّه ليس على الصّورة أس + ب .

ل(س) = ٤√س : _____

و(س) = ٢س : _____

م(س) = ٦ : _____

**مِثال:** أُمَثِّلُ ق(س) = ٣س + ١ في المستوى الدّيكارتِيّ:

**الحل:** لتمثيلِ الاقترانِ الخطّيّ في المستوى الدّيكارتِيّ، أُعَيِّنُ نقطتَيْنِ على الأقلّ تنتميان للاقتران في المستوى الدّيكارتِيّ، ثُمَّ أَصِلُ بينهما بخطّ مستقيم:

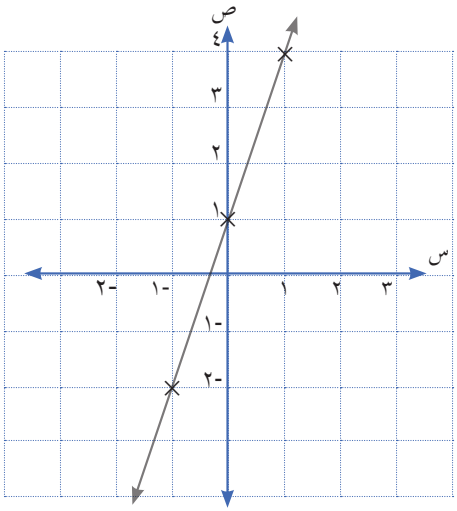
| س | -١ | ٠ | ١ |
|---|---|---|---|
| ص = ق(س) | -٢ | ١ | ٤ |

ق(-١) = ٣ × -١ + ١ = -٢ تُمَثَّلُ بالنُّقطة (-١ ، -٢).

ق(٠) = ٣ × ٠ + ١ = ١ تُمَثَّلُ بالنُّقطة (٠ ، ١).

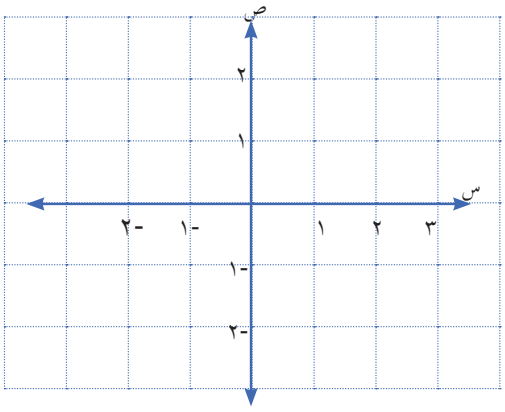
ق(١) = ٣ × ١ + ١ = ٤ تُمَثَّلُ بالنُّقطة (١ ، ٤).

أُعَيِّنُ النِّقاط في المستوى الدّيكارتيّ، وأَصِلُ بينها بخط مستقيم:




**نشاط (٣):** الاقتران ق(س) = س ، أُكْمِلُ الجدول الآتي، ثُمَّ أُمَثِّلُ الاقتران:

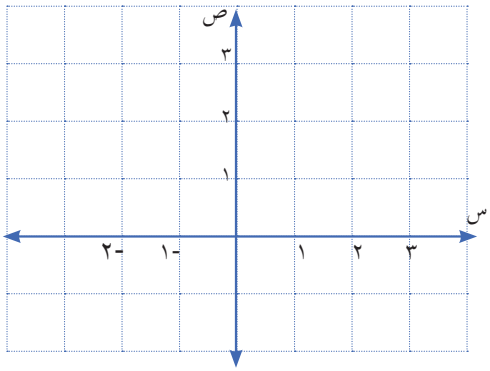
| س | -٢ | ١ | ٣ | ٠ |
|---|---|---|---|---|
| ص = ق(س) | -٢ | | | |




**تعريف (٢):** ق(س) = س يُسَمّى اقتراناً محايداً، وهو حالة خاصّة من الاقتران الخطّيّ.

**نشاط (٤):** الاقتران ق(س) = ٤ ، أُكْمِلُ الجدول الآتي ، ثُمَّ أُمَثِّلُ الاقتران:

| س | -٣ | ٢ | ٤ |
|---|---|---|---|
| ص = ق(س) | ٤ | | |




**أَتَعَلَّمُ** الاقتران ق(س) = ب، حيث ب ∋ ح يُسَمّى اقتراناً ثابتاً.

**أُفَكِّر وأُناقش** ماذا يمثل الاقتران ق(س) = صفر في المستوى الدّيكارتِيّ؟

## تمارينُ ومسائِل

١ أيّ من الاقترانات الآتية يُعَدّ اقتراناً خطّيّاً؟ ولماذا؟

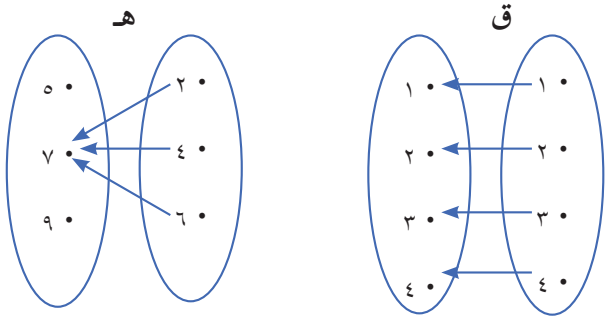
أ) ق(س) = ٢س$^{٣}$ − ١ ب) هـ (س) = ٥س جـ) و(س) = $\frac{٣}{س}$ + ١٠

٢ إذا كان ق(س) = ٥س + ٢ ، أَجِدُ كلّاً من: ق(٤) ، ق($\sqrt{٢}$) ، ق(٠) ، ق(-١) .

٣ أُمَثِّلُ الاقتران الآتي في المستوى الدّيكارتِيّ:

أ) ق(س) = ١ − ٢س

٤ تمّ تمثيل اقترانَيْنِ بمخطَّطَيْنِ سهميَّيْن، أُحَدِّدُ أيُّهما اقتران ثابت، وأيُّهما اقتران محايد.



# (٢ – ٧) تركيب الاقترانات

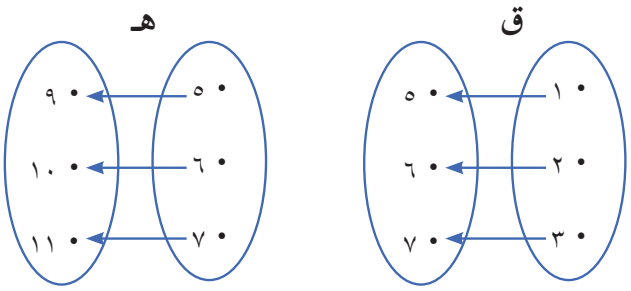
**نشاط (١):** تشرف سلطة النّقد الفِلَسطينيّة الّتي أنشئت عام ١٩٩٧م على سلامة العمل المصرفيّ، والحفاظ على الاستقرار النّقديّ، فتحويل ١٠٠ دولار يساوي ٧٠ ديناراً، وتحويل ٧٠ ديناراً يساوي ٣٧٠ ريالاً سعوديّاً. (هذه الأسعار عام ٢٠١٧م)

١٠٠ دولار تساوي ٧٠ ديناراً.

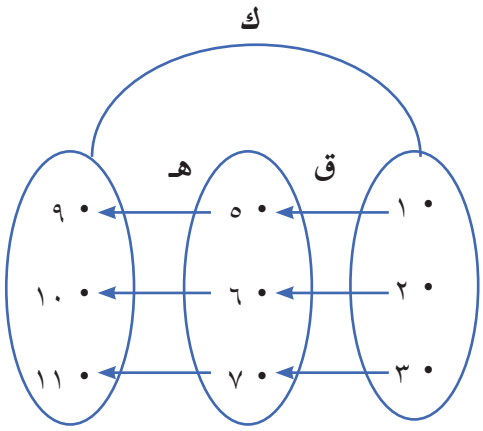
٧٠ ديناراً تساوي ٣٧٠ ريالاً سعوديّاً.

١٠٠ دولار تساوي _____ ريالاً سعوديّاً.

**نشاط (٢):** لديك الاقترانان ق ، هـ، كما في الشَّكْل:

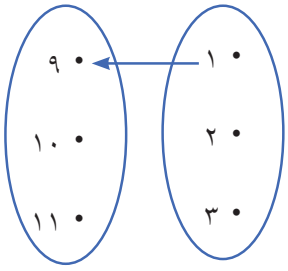



أُكَوِّنُ اقتراناً جديداً، مجاله هو مجال ق، ومداه هو مدى هـ، وليكن ك.




أُكْمِلُ تمثيل الاقتران ك بمخطط سهميّ:

ك = هـ o ق




يُعَدّ الاقتران ك النّاتج تركيباً للاقترانين ق ، هـ ، ويُرْمَزُ له بالرَّمْز (هـ o ق)، ويُقْرَأُ هـ بعد ق .

وبشكل عامّ: (هـ o ق)(س) = هـ(ق(س))

**مِثال:** إذا كان ق(س) = ٢س + ١ ، هـ (س) = ٤س − ٣، أجد (هـ o ق)(٢)

**الحل:** (هـ o ق) (٢) = هـ (ق(٢))

= هـ (٢ × ٢ + ١)

= هـ (٥)

= ٤ × ٥ − ٣ = ١٧

**نشاط (٣):** إذا كان ق(س) = ٣ + ٢س ، هـ(س) = ٥س − ١

(هـ o ق) (س) = هـ (ق(س))

= هـ (٣ + ٢س)

= ٥×( ) − ١

= _____ = ١٤ + ١٠س

(ق o هـ) (س) = ق (هـ(س))

= ق (٥س − ١)

= ٣ + ٢ × ( )

= _____ = ١ + ١٠س

هل (هـ o ق)(س) = (ق o هـ) (س)؟

**أتعلّم :** بشكل عام (هـ o ق)(س) ≠ (ق o هـ) (س)

## تمارينُ ومسائِل

١ إذا كان ق(س) = ٢س − ٥ هـ(س) = ٣س + ٤ ،

أَجِدُ: (ق o هـ) (٣) ، (هـ o ق) (٠) .

٢ إذا كان ق(س) = س$^{٢}$ + ٣ ، أَجِدُ: (ق o ق) (-٢) .

٣ إذا كان ق(س) = س$^{٢}$ ، هـ(س) = $\sqrt{س}$ + ٣ ، أَجِدُ: (هـ o ق) (٢) .

## (٢ – ٨) الاقتران النظير (العكسيّ)

**نشاط (١):** تُصدر وزارة السّياحة والآثار الفِلَسطينيّة كُتَيِّباتٍ إرشاديّةً تشرح فيها عن المعالم السّياحيّة، كان في إحدى صفحات الكُتَيِّبات بعضُ المدن الفِلَسطينيّة، والمعالم السياحية فيها، على النحو الآتي:

| المدينة | المعلم السياحي |
|---|---|
| القدس | قبّة الصخرة |
| بيت لحم | كنيسة المهد |
| الخليل | المسجد الإبراهيميّ |
| غزّة | الجامع العمريّ الكبير |
| عكّا | جامع الجزّار |

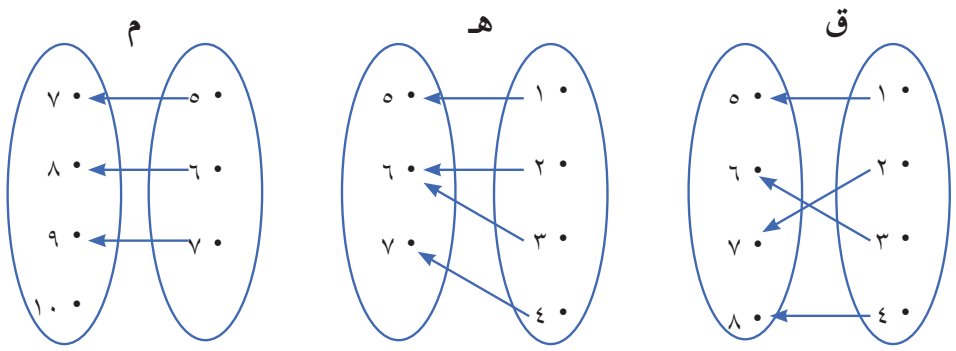
إذا اعتبرنا أنّ:

أ = {القدس، بيت لحم، الخليل، غزة، عكا}،

ب = {قبة الصخرة ، ، ، }

- العلاقة من أ ⟵ ب اقتران.
- هل العلاقة من ب ⟵ أ اقتران؟

**نشاط (٢):** لديك الاقترانات ق ، هـ ، م الآتية:




- الاقتران ق اقتران واحد لواحد.

هل الاقتران ق **شامل؟ تناظر**

هل يمكن تكوين اقتران جديد إذا عكسنا اتّجاه الأسهم؟

- الاقتران هـ: _____

هل الاقتران هـ **شامل؟ تناظر**

- هل يمكن تكوين اقتران جديد إذا عكسنا اتّجاه الأسهم؟

- الاقتران م: _____

هل الاقتران م **شامل؟ تناظر**

- هل يمكن تكوين اقتران جديد إذا عكسنا اتّجاه الأسهم؟

**أتعلّم:** إذا كان الاقتران ق اقتران تناظر، فإنّه يوجد له اقتران نظير نرمز له بالرمز $ق^{-1}$ ويقرأ نظير ق.

**نشاط (٣):** إذا كان ق = {(١ ، ٣) ، (٢ ، ١٥) ، (٣ ، ١٢) ، (٤ ، ٢٠)} اقتران تناظر

ق$^{-١}$ = {(٣ ، ١) ، (١٥ ، ٢) ، ( ، ) ، ( ، ) ، ( ، )} .

ق(١) = ٣

ق(٣) =

ق$^{-١}$(١٢) = ٣

ق$^{-١}$(٣) =

## تمارينُ ومسائِل

١ أَجِدُ الاقتران العكسيّ للاقترانات الآتية، إن وُجِد:

أ ق = {(١ ، ٥) ، (٢ ، ٤) ، (٣ ، ١)} .

ب هـ = {(-١ ، ١) ، (٣ ، ٢) ، (٤ ، ٢) ، (٥ ، ٣)}

جـ م = {(-٣ ، -٢) ، (-١ ، ٠) ، (٠ ، ١) ، (١ ، ٢) ، (٢ ، ٣)}

٢ إذا كان ق = {(١ ، ٢) ، (٤ ، ١٢) ، (٥ ، ١٧)} اقترانَ تناظر، أَجِدُ:

ق$^{-١}$ ، ق(١) ، ق(٤) ، ق$^{-١}$ (١٧) ، ق$^{-١}$ (٢) .

## مهمة تقويمية (٣):

١ إذا كان ق(س) = ٣ س٢+٤س+٢، وكان هـ(س)=٥س، فما قيمة (ق O هـ) (-٢)؟

٢ إذا كان ق = {(١، ٢)، (٥،٧)، (٩ ، ٣)} اقتران تناظر جد ق-١ (٧).

٣ أُمَثِّلُ الاقترانات الآتية في المستوى الدّيكارتِيّ:

أ ق(س) = ٢س + ٣

## (٢-٩) الجداول التَّكراريّة

### بناء الجدول التَّكراريّ:

**نشاط (١):** تتعرّض محافظة القدس إلى عُدوان مستمرّ من سلطات الاحتلال الإسرائيليّ على المقدّسات الدينيّة، وعلى سكّانها الفِلَسطينيّينَ، وما نتج عنه من خسائرَ في الممتلكاتِ والأرواح؛ فقد بلغ عدد الشهداء في محافظة القدس خلال الفترة ١٩٩٤-٢٠١٥م، حَسَبَ إحصائيّة الجهاز المركزيّ للإحصاءِ الفِلَسطينيّ ١٥٦ شهيداً، وكان عدد الشّهداء موزَّعاً حَسَبَ السّنوات كما يأتي:

| | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ١٥ | ٦ | ٨ | ٣ | ٤ | ٣ | ١٥ | ١٩ | ١٦ | ٥ | ٢ | | | | |
| ٢ | ٢ | ٩ | ٢ | ١ | ٠ | ٣ | ١ | ١ | ١٥ | ٢٤ | | | | |

ويمكن تمثيل البيانات بجدول تَكراريّ.

أُكْمِلُ الجدول التَّكراريّ:

| عدد الشّهداء | ٠ | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٨ | ٩ | ١٥ | ١٦ | ١٩ | ٢٤ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| عدد السّنوات | ١ | | | | ١ | | | | | ٣ | | | |

عدد السنوات الّتي لم يكن فيها شهداء خلال الفترة ١٩٩٤ – ٢٠١٥م هو سنة واحدة.

عدد السنوات الّتي كان فيها شهيدان في السنة هو..... .

ماذا لو كانت البيانات عددها كبير؟ هل يمكن الحصول على المعلومات المطلوبة بسهولة؟

**نشاط (٢):** تُمَثِّلُ البيانات الآتية علامات ٢٦ طالباً في الصف الحادي عشر في مادّة الرياضيّات:

| | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ٣٠ | ٢٤ | ٢٣ | ١١ | ١٢ | ٢٢ | ٢٥ | ١٢ | ١٤ | ١٣ | ١٤ | ٢٥ | ٣٠ | | |
| ٢٧ | ٢٨ | ٢٩ | ٣١ | ٢٠ | ٢٠ | ١٩ | ١٤ | ٢٥ | ١٢ | ١٦ | ١٧ | ١٨ | | |

مدى العلامات = أكبر قيمة – أصغر قيمة =..... .

عدد العلامات الّتي تبدأ من ١١ ، وتنتهي عند ١٧ هو..... .

عدد العلامات الّتي تبدأ من ١٨ ، وتنتهي عند ٢٤ هو..... .

عدد العلامات الّتي تبدأ من ٢٥ ، وتنتهي عند ٣١ هو..... .

**أتعلّم :** طول الفئة = $\frac{\text{المدى}}{\text{عدد الفئات}}$ .

**ملاحظة:** إذا كان النّاتج في طول الفئة عدداً عشريّاً، يفضّل أن يُقَرَّبُ إلى العدد الصحيح الذي يليه مباشرة.

**الفئة:** هي مجموعةٌ تحوي عدداً من القيم المتقاربة.

**نشاط (٣):** تُمَثِّلُ البيانات الآتية علامات (٣٠) طالباً في أحد امتحانات اللغة العربية:

| | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ١٤ | ١٦ | ٢٠ | ٢٣ | ١٠ | ١٣ | ١٧ | ٢١ | ٢٩ | ١٨ | ١٢ | ١٩ | ٢٠ | | |
| ٢٣ | ٢٧ | ٢٥ | ٢٢ | ٢١ | ٢٥ | ٢٩ | ١٨ | ٢٠ | ٢٨ | ٢٤ | ١٧ | ٢١ | | |
| ٢٥ | ٢٤ | ٢٢ | ١٨ | | | | | | | | | | | |

ويمكن تصنيف البيانات إلى خمس فئات:

مدى البيانات = ..... .

طول الفئة = $\frac{\text{المدى}}{\text{عدد الفئات}}$ = ..... .

أختارُ الحدّ الأدنى للفئة الأولى، وليكن أصغر قيمة في البيانات، وهي .....

الحد الأعلى للفئة الأولى = الحد الأدنى + طول الفئة – ١

= ..... + ..... – ١ =.....

أُكْمِلُ الجدول الآتي:

| الفئات | ١٠ – ١٣ | ١٤ – ... | ... – ... | ٢٢ – ٢٥ | ٢٦ – ٢٩ |
|---|---|---|---|---|---|
| الإشارة | /// | | ### ### | | //// |
| العدد | ٣ | | | ٩ | |

عدد الطلبة الّذين تتراوح علاماتهم بين ١٠ – ١٣ هو ..... .

الفئة الّتي عدد طَلَبَتِها ٤ هي ..... .

عدد الطلبة الّذين علاماتهم أكبر من ٢٢ هو ..... .

**نشاط (٤):** يعتبر العسل المنتج في فلسطين من أجود الأصناف العالمية، في إحدى مزارع العسل يعمل (٥٠) عاملاً يتقاضى كل منهم أجراً أسبوعياً ممثلاً بالبيانات الآتية:

| | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ٥٠ | ٦٠ | ٧٦ | ٨٤ | ١٠٢ | ٦٨ | ٨٤ | ١٠٨ | ٦٨ | ٨٤ | ٧٨ | ٨٠ | ١٠٠ | ٥٢ | ١٠٤ | ٧٦ | ٩٤ |
| ٧٠ | ١٠٦ | ٥٦ | ٦٨ | ٨٢ | ٧٠ | ٦٢ | ٨٢ | ٧٢ | ١٠٦ | ٨٢ | ٧٢ | ٦٤ | ٧٤ | ٨٨ | ٩٠ | ٧٤ |
| ٩٠ | ٩٢ | ٥٨ | ٩٢ | ٧٦ | ٩٦ | ٨٠ | ٦٦ | ٨٨ | ٩٠ | ٨٨ | ٨٠ | ٦٢ | ٩٤ | ٨٦ | ٥٤ | |

ويمكن تفريغ البيانات في جدول توزيع تَكراريّ، عدد فئاته ٦.

المدى = أكبر قيمة – أصغر قيمة = .....

طول الفئة = $\frac{\text{المدى}}{\text{عدد الفئات}}$ = —— ≈ .....

أُكْمِلُ الجدول الآتي:

| الفئات | ٥٠ – ٥٩ | | | ٨٠ – ٨٩ | | | المجموع |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| التّكرار | ٥ | | | | | | |

## تمارينُ ومسائِل

١ أُنظِّمُ البياناتِ الآتيةَ في جدولٍ تَكراريّ، عددُ فئاتِهِ (٥):

| | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ٣٤ | ٣٤ | ٣٨ | ٣٥ | ٤٣ | ٤٨ | ٤٦ | ٢٧ | ٣٠ | ٣١ | ٣٢ | ٣٧ | ٤٠ | | |
| ٣٩ | ٣٨ | ٢٦ | ٣١ | ٣٤ | ٣١ | ٣٦ | ٤١ | ٢٦ | ٣٢ | ٣٠ | ٣٣ | ٣٩ | | |
| ٣٤ | ٤٤ | ٣٣ | ٣٨ | ٣٥ | ٣٥ | ٣٧ | ٤٠ | ٢٨ | ٣١ | ٣٥ | ٣٧ | ٤٢ | | |
| ٤٩ | ٢٩ | ٣٠ | ٣٢ | ٣٩ | ٤٤ | | | | | | | | | |

## (٢-١٠) مقاييس النَّزْعة المركزيّة للجداول التَّكراريّة

**نشاط (١):** تتعدّد المؤسّسات الثّقافيّة في فِلَسطين، من مراكزَ ثقافيّة، ومَتاحِفَ، وغيرِها. قام الجهاز المركزيّ للإحصاء الفِلَسطينيّ في العام ٢٠١٥م برصد عدد المراكز الثّقافيّة العاملة في ١٦ محافظةً فِلَسطينيّة، فكانت كالآتي:

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ٦٧ | ١٢ | ٤٥ | ٨٧ | ٢٩ | ١٣ | ٣٢ | ١٢ | ٥٠ | |
| ٨١ | ٨٣ | ١٦ | ٣٠ | ١٧ | ٩ | ٩ | | | |

معدل عدد المراكز الثّقافيّة:

$\overline{س} = \frac{\sum س}{ن} =$ _____ = ..... مركز ثقافيّ.

ترتيب القيم تصاعديّاً: ٩، ٩، ، ، ، ، ، ، ، ، ، ، ، ، ، ، ٨٩،

الوسيط لعدد المراكز الثّقافيّة = ٢٩,٥ (لماذا؟)

المنوال لعدد المراكز الثّقافيّة هو ..... وَ .....

## أوّلاً- الوسط الحسابيّ للجداول التَّكراريّة:

**أتعلّم:** $\overline{س} = \frac{\sum (س \times ت)}{\sum ت}$ حيث: $\overline{س}$ : الوسط الحسابيّ، $\sum ت$: مجموع التّكرارات، س: مركز الفئة، $\sum$: رمز المجموع.

**نشاط (٢):** في فصل الربيع تم رصد سرعة الرياح (كم / س) لعشرين يوم متتالٍ، فكانت النتائج كالتالي، أُكْمِلُ الجدول:

| الفئات | التّكرار (ت) | مركز الفئة (س) | س× ت |
|---|---|---|---|
| ٥ – ٩ | ٥ | | ٣٥ |
| ١٠ – ١٤ | ٢ | ١٢ | |
| ١٥ – ١٩ | ٦ | | |
| ٢٠ – ٢٤ | ٣ | ٢٢ | |
| ٢٥ – ٢٩ | ٤ | | |
| المجموع | | | |

ويمكن إيجاد الوسط الحسابيّ لسرعة الرياح:

$\sum(س \times ت) = .....$

$\overline{س} = \frac{\sum(س \times ت)}{\sum ت} = .....$

## ثانياً- الوسيط للجداول التّكراريّة:

سبق وأن أوجدت الوسيط للبيانات غير مكتوبة في جدول تَكراريّ، وهو القيمة الّتي يسبقها من القيم يساوي ما يليها من القيم بعد ترتيبها تصاعدياً أو تنازلياً، ولإيجاد الوسيط للجداول التّكراريّة، فإنَّ الوسيط يساوي القيمة في الحدود الفعليّة العليا الّتي تَكرارها التراكميّ هو مجموع التّكرارات مقسوماً على ٢.

**أتعلّم:** رتبة الوسيط للجدول التّكراريّ هي مجموع التّكرارات مقسوماً على ٢. وبالرّموز:

رتبة الوسيط = $\frac{\sum ت}{٢}$ .

**نشاط (٣):** تنظم وزارة التّربية والتعليم مسابقاتِ ثقافيّةً، كانت إحدى تلك المسابقات عن إلقاء قصيدة للقدس، اختارت إحدى المديريّات ٢٨ طالباً من طلبة الصّفّ التّاسع؛ للمشاركة في المسابقة. يمكن إيجاد الوسيط لزمن إلقاء القصيدة؛ كي يترشّح الطّالب للمسابقة، وكانت نتائجهم في الجدول التّكراريّ الآتي:

| الفئات (الزّمن بالدّقائق) | ٢ – ٤ | ٥ – ٧ | ٨ – ١٠ | ١١ – ١٣ | ١٤– ١٦ |
|---|---|---|---|---|---|
| التّكرار | ٢ | ٥ | ٧ | ١٠ | ٤ |
| الحدود الفعليّة العليا | ٤,٥ | ٧,٥ | | | |
| التّكرار التّراكميّ | ٢ | | ١٤ | | |

أُكْمِلُ الجدول السّابق.

رتبة الوسيط = $\frac{\sum ت}{٢}$ = ١٤

الحدّ الفعليّ الأعلى الّتي يقابلها رتبة الوسيط هو..... .

الوسيط لزمن إلقاء القصيدة؛ كي يترشّح الطّالب للمسابقة هو ١٠,٥ دقائق.

**مِثال:** يُمَثِّلُ الجدول التّكراريّ الآتي عدد السّاعات الّتي يقضيها (١٠) أشخاص في المطالعة:

| الفئات | ١ – ٥ | ٦ – ١٠ | ١١ – ١٥ | ١٦ – ٢٠ |
|---|---|---|---|---|
| عدد الأشخاص | ٢ | ٤ | ٣ | ١ |

أَجِدُ الوسيط لعدد السّاعات الّتي يقضيها الشّخص في المطالعة.

**الحل:** ١) أَجِدُ الحدود الفعليّة العليا، والتّكرار التّراكميّ للجدول التّكراريّ.

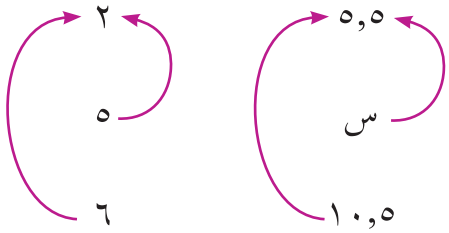
| الفئات | التكرار(ت) | الحدود الفعلية العليا | التكرار التراكمي |
|---|---|---|---|
| ١ – ٥ | ٢ | ٥,٥ | ٢ |
| ٦ – ١٠ | ٤ | ١٠,٥ | ٦ |
| ١١ – ١٥ | ٣ | ١٥,٥ | ٩ |
| ١٦ – ٢٠ | ١ | ٢٠,٥ | ١٠ |

٢) رتبة الوسيط = $\frac{\sum ت}{٢} = \frac{١٠}{٢} = ٥$

رتبة الوسيط تقع في التّكرار التّراكميّ بين ٢، ٦.

٣) أُعَيِّنُ الفئة الوسيطيّة؛ لأنّ الوسيط يقع ضمنها.

الفئة الوسيطيّة هي ٥,٥ ــ ١٠,٥




٤) $\frac{س - ٥,٥}{٥,٥ - ١٠,٥} = \frac{٥ - ٢}{٢ - ٦}$ (لماذا؟)

$\frac{س - ٥,٥}{٥} = \frac{٣}{٤}$

٥) بالضّرْب التّبادليّ: س ــ ٥,٥ = $\frac{١٥}{٤}$ ، ومنها: س = ٥,٥ + $\frac{١٥}{٤}$ = ٩,٢٥

ومنها: الوسيط = ٩,٢٥.

## ثالثاً- المنوال للجداول التَّكراريّة:

**نشاط (٤):** أُكْمِلُ الجدول التَّكراريّ الآتي:

| الفئات | ١ – ٥ | ٦ – ١٠ | ١١ – ١٥ | ١٦ – ٢٠ |
|---|---|---|---|---|
| ت | ٢ | ٤ | ٣ | ١ |
| مركز الفئة | ٣ | | | ١٨ |

الفئة الأكثر تَكراراً هي ..... . مركز الفئة الأكثر تكراراً هو..... .

**أتعلّم :** المنوال للجداول التَّكراريّة: هو مركز الفئة الأكثر تَكراراً.

**نشاط (٥):** أَجِدُ المنوال للجدول التَّكراريّ الآتي الّذي يُمَثِّلُ توزيع علامات (٣٢) طالباً في إحدى المباحث:

| الفئات | ٤٠ – ٤٤ | ٤٥ – ٤٩ | ٥٠ – ٥٤ | ٥٥ – ٥٩ | ٦٠ – ٦٤ | ٦٥ – ٦٩ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| التَّكرار | ٢ | ٦ | ٨ | ٧ | ٥ | ٤ |

المنوال: .....

## تمارينُ ومسائِل

١ يُمَثِّلُ الجدول الآتي كُتَلَ أمتعةِ مجموعةٍ من المسافرين بالكيلوغرام:

| الفئات | ١٠ – ١٥ | ١٦ – ٢١ | ٢٢ – ٢٧ | ٢٨ – ٣٣ | ٣٤ – ٣٩ | ٤٠ – ٤٥ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| عدد المسافرين | ١٢ | ١٥ | ٢٠ | ١٣ | ١٢ | ٨ |

أَحْسِبُ قيمة ما يأتي:

أ الوسط الحسابيّ. ب الوسيط. جـ المنوال.

## (٢-١١) الانحراف المعياريّ للجداول التّكراريّة

**نشاط (١):** قام الجهاز المركزيّ للإحصاء الفِلَسطينيّ برصد عدد حوادث الطُّرق في فِلَسطين حَسَبَ الشَّهر، للعام ٢٠١٤م، وكان عدد الحوادث كما يأتي:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| ٦٤٧ | ٥٩٣ | ٦١٨ | ٦٧٤ | ٧٤٦ | ٦٦٠ |
| ٦٤٩ | ٦٨٥ | ١١٧٩ | ٥٥٨ | ٥٧٤ | ٥٩٤ |

المعدل الشهري لعدد حوادث الطُّرق هو ..... .

أكثر القيم بُعْداً عن المعدّل هي ١١٧٩(لماذا؟)

أقرب قيمة على المعدّل هي ..... .

**:** الانحراف المعياريّ للجداول التّكراريّة: هو الجذر التّربيعيّ لمجموع حاصل ضرب التّكرارات في مربّع انحراف مراكز الفئات عن الوسط الحسابيّ مقسوماً على مجموع التّكرارات، ويُعَبَّرُ عنه بالعلاقة الآتية:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum ت \times (س - \overline{س})^2}{\sum ت}}$$ ، حيث:

ت: تَكرار الفئة، س: مركز الفئة، $\overline{س}$: الوسط الحسابيّ.

**نشاط (٢):** يمثل الجدول الآتي توزيع علامات الطّلبة للصّفّ التّاسع في مادّة الرّياضيّات:

أُكْمِلُ الجدول:

| الفئات | التّكرار (ت) | مركز الفئة (س) | س × ت | $(س - \overline{س})^2$ | $(س - \overline{س})^2 \times ت$ |
|---|---|---|---|---|---|
| ٢٧ – ٣٥ | ٣ | ٣١ | ٩٣ | | |
| ٣٦ – ٤٤ | ٥ | ٤٠ | | | |
| ٤٥ – ٥٣ | ٦ | | | | |
| ٥٤ – ٦٢ | ٨ | | | | |
| ٦٣ – ٧١ | ٧ | | | | |
| ٧٢ – ٨٠ | ٧ | | | | |
| ٨١ – ٨٩ | ٦ | ٨٥ | | | |
| المجموع | | | | | |

$\overline{س}$ = .....

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (س - \overline{س})^2 \times ت}{ن}} = .....$$

## تمارينُ ومسائِل

١ أَحْسِبُ الانحراف المعياري لجدول التّوزيع التّكراريّ الآتي، والّذي يُبَيِّنُ علامات ٣٠ طالباً في امتحان اللّغة العربيّة:

| الفئات | ١٢ – ١٤ | ١٥ – ١٧ | ١٨ – ٢٠ | ٢١ – ٢٣ | ٢٤ – ٢٦ | ٣٣ – ٣٥ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| التّكرار | ٣ | ٨ | ١٠ | ٧ | ١ | ١ |

### مهمة تقويمية (٤):

١ أَستخدمُ البياناتِ الواردةَ في الجدول التّكراريّ الآتي؛ للإجابة عن الأسئلة الّتي تليه:

| الفئات | ١ – ٥ | ٦ – ١٠ | ١١ – ١٥ | ١٦ – ٢٠ |
|---|---|---|---|---|
| التّكرار | ٢ | ٤ | ٣ | ١ |

أ أَحْسِبُ الوسط الحسابيّ للبيانات.

ب أَحْسِبُ الوسيط للبيانات.

جـ أَحْسِبُ المنوال للبيانات.

د أَحْسِبُ الانحراف المعياريّ للبيانات.

# ورقة عمل الوحدة الثانية

**١** أضعُ دائرة حوّل رمز الإجابة الصَّحيحة في كلٍّ ممّا يأتي:

**١** عدد عناصر المجموعة أ هو ٧ عناصر، وعدد عناصر المجموعة ب هو ٦ عناصر، فما عدد عناصر حاصل الضّرْب الدّيكارتِيّ لهما؟

أ) ٤٢ ب) ١٣ جـ) ١٤ د) ٤٩

**٢** إذا كان الاقتران ق: ط ⟵ ط ، بحيث ق(س) = ٤س + ١ ، أيّ النِّقاط الآتية تحقّق قاعدة الاقتران ق؟

أ) (-١، ٣) ب) (٢ ، ١٠) جـ) (٣ ، ١٣) د) (٠ ، ٥)

**٣** إذا كان ق = {(٢ ، ١) ، (٥ ، ٣) ، (٧ ، ٩) } ، فما قيمة ق$^{-١}$(٩)؟

أ) ١ ب) ٩ جـ) ٥ د) ٧

**٤** ما الاقتران الخطّيّ من الاقترانات الآتية؟

أ) ق(س) = س$^{٢}$ ب) ق(س) = ٣س جـ) ق(س) = $\frac{١}{س}$ د) ق(س) = $\sqrt{س}$

**٥** أحد المقاييس الآتية ليس من مقاييس النَّزْعة المركزيّة:

أ) المنوال. ب) الوسط الحسابيّ. جـ) الوسيط. د) الانحراف المعياريّ.

**٦** إذا كان $\sum$(س×ت)= ٥٠٠، وكان $\overline{س}$ = ١٠ ، فما مجموع التّكرارات؟

أ) ٥٠٠ ب) ١٠ جـ) ٥٠ د) ١٠٠

**٢** أَجِدُ قيمة س ، ص ، إذا كان: (٧ ، ٢ص + ١) = (٢س + ٣ ، ٨).

**٣** إذا كانت أ = {٠ ، ١ ، ٢} ، ب = {٢ ، ٧ } ، فأَجِدُ: أ × ب ، أ × أ .

**٤** لتكن أ = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ } ، وكانت العلاقة ع معرّفة على أ ، حيث:

ع = {(س ، ص) ∈ أ × أ : س – ص = ٢ } :

أ) أَكْتُبُ العلاقة ع على شكل مجموعة من الأزواج المرتّبة. ب) أَجِدُ المجال، والمدى للعلاقة

جـ) أُمَثِّلُ العلاقة ع بمخطّط سهميّ، وفي المستوى الدّيكارتِيّ . د) هل تُمَثِّلُ العلاقة ع اقتراناً، مع ذكر السبب.

**٥** يُمَثِّلُ الجدولُ الآتي التّوزيعَ التّكراريّ لعلامات (٢٠) طالباً:

| الفئات | ٤ – ٨ | ٩ – ١٣ | ١٤ – ١٨ | ١٩ – ٢٣ | ٢٤ – ٢٨ |
|---|---|---|---|---|---|
| عدد الطَّلبة | ٢ | ٤ | ٨ | ٥ | ١ |

أ) أَحْسِبُ الوسط الحسابيّ للبيانات. ب) أَحْسِبُ الوسيط للبيانات.

جـ) أَحْسِبُ المنوال للبيانات. د) أَحْسِبُ الانحراف المعياريّ للبيانات.

## اختبار الوحدة الثانية

**س١: ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة فيما يأتي:**

**١) الاقتران الخطي من الاقترانات الآتية هو :**

أ) ق(س) = س$^{٣}$ ب) ق(س) = ٣س ج) ق(س) = $\frac{١}{س}$ د) ق(س) = $\sqrt{س}$

**٢) إذا كان ق(س) = $\frac{١}{س}$ ، فما قيمة (ق ◦ ق) (٢)؟**

أ) ٢ ب) ٤ ج) $\frac{١}{٢}$ د) $\frac{١}{٤}$

**٣) ما مركز الفئة ٢٠ - ٢٤؟**

أ) ٤ ب) ٢٢ ج) ٤٤ د) ٢

**٤) إذا كان $\sum$ ت × (س - $\overline{س}$)$^{٢}$ = ٣٢، وكانت ن = ٤ فما قيمة $\delta$؟**

أ) ٢ $\sqrt{٢}$ ب) ٨ ج) ٦٤ د) $\sqrt{٣٢٠}$

**٥) إذا كان (٣$^{س}$،ص) = (٢٧، س + ١) ما قيمة س، ص على الترتيب؟**

أ) ٩، ١٠ ب) ٩، ٨ ج) ٣، ٤ د) ٨، ٧

**٦) إذا كان ق: ح ⟵ ح، وكان ق (س) = أ س - ٣، حيث ق (-٢) = -٥، ما قيمة أ؟**

أ) -١ ب) -٢ ج) ١ د) -٥

**٧) إذا كان الاقتران ق = {(٢، ١)، (٥، ٦)، (١، ٢)، (س، ص)} واحداً لواحد فإن (س، ص) هو:**

أ) (٣، ٢) ب) (٢، ١) ج) (٥، ٢) د) (٦، ٥)

**س٢: إذا كان: ق: ص ⟵ ص، حيث ق(س) = ٣س - ٥ أكمل ما يأتي:**

**حدد نوع الاقتران ق (شامل، واحد لواحد، تناظر) مع ذكر السبب؟**

**س٣: أ) إذا كان: ق(س) = ٢ س - أ، هـ(س) = س - ١، وكان: هـ ◦ ق(٣) = ٢ احسب قيمة أ.**

**س٤: يمثل الجدول الآتي توزيع علامات (٤٠) طالبة في مبحث الرياضيات: أجيب عمّا يأتي:**

| فئات العلامات | ٣ - ٧ | ٨ - ١٢ | ١٣ - ١٧ | ١٨ - ٢٢ | ٢٣ - ٢٧ |
|---|---|---|---|---|---|
| عدد الطالبات | ٣ | ٥ | ١٢ | ١٨ | ٢ |

**احسب الانحراف المعياري لعلامات الطالبات.**

**س٥: لتكن: أ = {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦}، وكانت العلاقة ع معرّفه على أ، حيث:**

**ع = {(س ، ص) ∋ أ × أ: س + ص = ٥} أجب عمّا يأتي:**

هل ع علاقة تكافؤ على أ ؟ .....