١٢

بسم الله الرحمن الرحيم

دولـــة فلسطين
وزارة التربية والتعليم

الرياضيات

الأدبي والشرعي

الفترة الثالثة

الطبعة الثانية
٢٠٢٠ م / ١٤٤١ هـ

دولـــة فلسطين
وزارة التربية والتعليم

مركز المناهج

mohe.ps | mohe.pna.ps | moehe.gov.ps
.com/MinistryOfEducationWzartAltrbytWaltlym
فاكس +970-2-2983250 | هاتف +970-2-2983280

حي الماصيون، شارع المعاهد
ص. ب 719 – رام الله – فلسطين
pcdc.edu.ps | pcdc.mohe@gmail.com

الوحـــــدةالمتمازجة للفترة الثالثة

المعادلات والمتسلسلات والإحصاء

Equations, Series and Statisitics

يتوقع من الطلبة بعد دراسة هذه الوحدة المتمازجة والتفاعل مع أنشطتها أن يكونوا قادرين على توظيف المعادلات والمتسلسلات في الحياة العمليّة من خلال الآتي:

١. حلّ معادلات أسية.
٢. حلّ معادلات لوغاريتماتية.
٣. التّعرف إلى مفهوم المتسلسلة.
٤. التّعرف إلى المتسلسلة الحسابية وإيجاد مجموعها.
٥. التّعرف إلى المتسلسلة الهندسية وإيجاد مجموعها.
٦. التعرف إلى العلامة المعيارية.
٧. التعرف إلى منحنى التوزيع الطبيعي المعياري.
٨. توظيف خواص منحنى التوزيع الطبيعي المعياري في حل مشكلات حياتية.

المحتويات

المعادلات والمتسلسلات والاحصاء

المعادلات الأُسية

أتذكّر:

لتكن أ ، م، ن ∈ ح ، أ ≠ ١ ، أ ≠ صفر فإن:

١) $(أ)^{م} \times (أ)^{ن} = أ^{م+ن}$

٢) $\frac{(أ)^{م}}{(أ)^{ن}} = أ^{م-ن}$

٣) $((أ)^{م})^{ن} = أ^{م\times ن}$

٤) $(أ)^{٠} = ١$

مثال (١)

أَحل المعادلة $(٢٧)^{٢س-١} = (٩)^{١-س}$

الحلّ: $(٢٧) = (٣)^{٣}$ كذلك $٩ = (٣)^{٢}$

ومنها: $(٣)^{٦س-٣} = (٣)^{٢-٢س}$ (لماذا؟)

بما أَن الأَساسات متشابهة فتكون الأُسس متساوية:

أي أن: $٦س - ٣ = ٢ - ٢س$

$٨س = ٥$ ومنها مجموعة الحل: $\{\frac{٥}{٨}\}$

تمارين ومسائل (٣ - ١)

١ أجدُ مجموعة حلّ كل من المعادلات الأسية الآتية:

أ) $(٨)^{٥س-٣} = (٤)^{٦-٣س}$ ب) $(٧)^{س-٢} = (٤٩)^{٥-٤س}$ جـ) $(٢٧)^{س-٢} = (٨١)^{٢-س}$

٢ ما مجموعة حلّ كل من المعادلات الأسية الآتية؟

أ) $(\frac{١}{٩})^{٣س-٥} = ٢٧$ ب) $(١٢٥)^{٢-س} = (٥)^{٢س-٩}$ جـ) $(٦)^{٢س-١} = ٢١٦$

المعادلات اللوغاريتمية

أتذكّر:

إذا كانت ٩، س، ص > صفر، ٩ $\neq$ ١ فإن:

١) لـو$_{٩}$ ١ = صفر　　　　٢) لـو$_{٩}$٩ = ١

٣) لـو$_{٩}$ س = جـ　تكافئ　٩^{جـ} = س　　٤) لـو$_{٩}$ (س × ص) = لـو$_{٩}$س + لـو$_{٩}$ص

٥) لـو$_{٩}$ $\left(\frac{س}{ص}\right)$ = لـو$_{٩}$(س) − لـو$_{٩}$(ص)　　٦) لـو$_{٩}$س^{ن} = ن × لـو$_{٩}$س ، س > ٠

مثال (١)

أحلّ المعادلة لـو$_{٢}$س = ٣.

الحلّ: لحلّ المعادلة اللوغاريتمية نحولها أولاً للصورة الأُسية.

لـو$_{٢}$س = ٣ تكافئ (٢)^{٣} = س

ومنها: س = ٨

مثال (٢)

أحلُّ المعادلة اللوغاريتمية الآتية: لـو$_{٢}$(س^{٢} − ٢س + ٥) = ٣

الحلّ: لحلّ المعادلة اللوغاريتمية نحولها أولاً للصورة الأُسية.

لـو$_{٢}$(س^{٢} − ٢س + ٥) = ٣ تكافئ : س^{٢} − ٢س + ٥ = (٢)^{٣}

س^{٢}−٢س − ٣ =٠　　ومنها: (س − ٣)(س + ١) =٠　　مجموعة الحلّ: {-١ ، ٣}

تمارين ومسائل (٣ - ٢)

١ أجدُ مجموعة حلّ كل من المعادلات الآتية:

أ) لـو$_{٢}$(٥س − ٤) = ٤　　ب) لـو$_{٧}$ (٣٤٣) = ٢س − ١　　جـ) لـو$_{٣}$(٦ − س) = ٣

د) لـو$_{٥}$(س^{٢} + ٣س − ٣) =٠　　هـ) لـو$_{١٠}$ (١٠)^{٦} = ٢س + ٤

٢ أجدُ مجموعة حلّ المعادلة لو$_{٣}$(س^{٢}−٣) = ٠

٣ أحل المعادلة اللوغاريتمية الآتية: لـو$_{٣}$(س − ١) − لـو$_{٣}$(٢س − ٥) = ١

المتسلسلة الحسابية ومجموعها

أولاً: المتسلسلات: (Series)

أتذكّر:

المتتالية الحسابية: هي المتتالية التي يكون الفرق بين أي حدين متتاليين فيها يساوي مقداراً ثابتاً دائماً.

وحدها العام $ح_ن = ٲ + (ن - ١) د$، حيث ٲ: الحد الأول، د: الأساس، ن: رتبة الحد النوني.

تعريف

المتسلسلة $\left(\sum_{ر=١}^{ن} ح_ر\right)$ تمثّل مجموع حدود المتتالية $(ح_ر)$ المقابلة لها، ويكون حدها العام $\left(\sum_{ر=١}^{ن} ح_ر\right)$ ،

ويعبر $جـ_ن$ عن مجموع حدودها.

مثال (١)

أكتب المتسلسلة المقابلة للمتتالية $ف_ن = \{٣ ، -١ ، ٤ ، ٩ ، -٥\}$، ثم أجد مجموعها

الحلّ: $\sum_{ر=١}^{٥} ف_ر = ٣ + -١ + ٤ + ٩ + -٥$. لاحظ أن: $\sum_{ر=١}^{٥} ف_ر = جـ_٥$ ومنها: $جـ_٥ = ١٠$

أتعلم

تعرف المتسلسلة الحسابية بأنها مجموع حدود المتتالية الحسابية المرتبطة بها.

مثال (٣)

أُميّز المتسلسلة الحسابية من غيرها فيما يأتي:

١) ٧ +١٠ + ١٣ + ١٦ + ١٩   ٢) ٨ + ٦ + ٥ + ٣ + ٢

الحلّ: ١) المتسلسلة حسابية ، لأن: ١٠ − ٧ = ١٣ − ١٠ = ١٦ − ١٣= ١٩ − ١٦= ٣

٢) المتسلسلة ليست حسابية ، لأن ٦ − ٨= −٢ ، بينما ٥ − ٦= - ٦ − ٨≠ ٥ − ٦.

أتعلـــم

مجموع أول ن حداً من حدود متسلسلة حسابية حدها الأول ا وأساسها د ، يعطي بالقانون:

$$جـ_ن = \frac{ن}{٢} \left(٢ا + (ن - ١) \times د\right) \quad أو \quad جـ_ن = \frac{ن}{٢} (ا + ل)$$

مثـال (٣)

أَجدُ مجموع أول ٤٠ حدّاً من المتسلسلة الحسابية ١٢+١٠+٨+٦+...

الحلّ: ا =١٢ ، د=-٢ ، ن=٤٠

$$جـ_ن = \frac{ن}{٢} \left(٢ا + (ن - ١) \times د\right)$$

$$جـ_{٤٠} = \frac{٤٠}{٢} \left(٢ \times ١٢ + (٤٠ - ١) \times -٢\right) = ٢٠ \left(٢٤ + ٣٩ \times -٢\right) = ٢٠ (٢٤ - ٧٨) = -١٠٨٠$$

نشاط (١)

أَجدُ $\sum_{ر=١}^{٦٠} (١٢ - ر)$

الحلّ: ألاحظ أن المتسلسلة حسابية (لماذا)؟

$ح_١ = ١٢ - ١ = ١١ = ا$

$ح_{٦٠} = ١٢ - ٦٠ = -٤٨$ إذن المتسلسلة حسابية، فيها ا =١١ ، ل = -٤٨، ن =٦٠

$جـ_ن = \frac{ن}{٢} (ا + ل)$ ومنها $جـ_{٦٠} =$ ....

مثال (٤)

أجدُ الحد الخامس عشر في المتسلسلة الحسابية التي يعطى مجموعها بالعلاقة: $جـ_{ن} = ٤ن - ن^{٢}$

الحلّ: ألاحظ أن الحد الأول أ = $جـ_{١}$.

$جـ_{١} = ٤(١) - (١)^{٢} = ٣$ ومنها: أ = ٣

مجموع أول حدين = $جـ_{٢} = ح_{١} + ح_{٢}$

$= ٤(٢) - (٢)^{٢} = ٨ - ٤ = ٤$ ومنها: $ح_{٢} = (جـ_{٢} - جـ_{١})$

$ح_{٢} = ٤ - ٣ = ١$ كما أن أساس المتسلسلة $= ح_{٢} - ح_{١}$ (لماذا)؟

$= ١ - ٣ = -٢$ إذن د $= -٢$ ومنها: $ح_{ن} = ٣ + (ن - ١) \times -٢$

$ح_{١٥} = ٣ + (١٥ - ١) \times -٢ = -٢٥$ (هل هناك حلول إخرى؟).

تمارين ومسائل (٣ - ٤)

١ أكتبُ الحدود الأربعة الأولى من مفكوك كلّ من المتسلسلات الآتية:

أ) $\sum_{ر=١}^{٧} (٢ر + ١)$ ب) $\sum_{ر=١}^{١٧} (٢ر)$

٢ متسلسلة حسابية حدها الأول ١٤، وأساسها يساوي ٥ أجدُ مجموع أول ٢٠ حداً منها.

٣ أجدُ الحد الأول في المتسلسلة الحسابيّة التي أساسها ٢ ومجموع أول ٦٠ حداً فيها يساوي ١٢٠

٤ كم حداً يجب أخذه من متسلسلة حسابية حدها الأول ٣ وأساسها ٦ ليكون مجموع تلك الحدود = ٢٧؟

٥ متسلسلة حسابية حدها الأول ٣ وحدها الستون = ٨٧ ، أجد $جـ_{٦٠}$.

المتسلسلة الهندسية ومجموعها

أَتذكّر:

المتتالية الهندسية: هي المتتالية التي تكون النسبة بين أي حدين متتاليين فيها يساوي مقداراً ثابتاً دائماً.
وحدها العام $ح_{ن} = ٲ\, ر^{(ن-١)}$ ، حيث ٲ: الحد الأول، ر: الأساس، ن: رتبة الحد النوني

أتعلــم

تعرف المتسلسلة الهندسية بأنها مجموع المتتالية الهندسية المرتبطة بها.

مثـال (١)

أُميِّزُ المتسلسلات الهندسية مما يأتي: أ) ٨١ + ٢٧ + ٩ + ٣ + ١. ب) ٦ + ٩ + ١٢ + ١٥ + ١٨.

الحلّ: أ) متسلسلة هندسية ، لأن $\frac{٢٧}{٨١} = \frac{٩}{٢٧} = \frac{٣}{٩} = \frac{١}{٣}$

ب) ليست هندسية، لأَن $\frac{٩}{٦} \neq \frac{١٢}{٩}$

أتعلــم

مجموع أَول ن حد من حدود متسلسلة هندسية حدها الأَول ٲ وأَساسها ر ،

يعطي بالقانون $جـ_{ن} = ٲ \left(\frac{١ - ر^{ن}}{١ - ر}\right)$ ، $ر \neq ١$

مثـال (٣)

$$\sum_{ن=١}^{٨} (٢^{ن}) = ٢^{١} + ٢^{٢} + ٢^{٣} + ٢^{٤} + ... + ٢^{٨}$$

أَلاحظ أن المتسلسلة هندسية لماذا؟ : وفيها: ٲ = ٢ ، ر = ٢ ، ن = ٨

إذن: $جـ_{٨} = ٢ \left(\frac{١ - ٢^{٨}}{١ - ٢}\right) = ٢ \left(\frac{١ - ٢٥٦}{-١}\right) = ٥١٠$

تمارين ومسائل (٣ - ٥)

١ أَجدُ مجموع المتسلسلات الهندسية الآتية:

أ) $\sum_{ن=1}^{4} (٢ \times ٣^{ن})$.

ب) ١ + ٥ + ٢٥ + ١٢٥ + ٦٢٥.

ج) $٤ - ١ + \frac{١}{٤} - \frac{١}{١٦}$

٢ متسلسلة هندسية حدها الأَول ٧ و أَساسها -١ ، أَجدُ مجموع أَول عشر حدود منها.

٣ أَجدُ الحد الأَول في المتسلسلة الهندسية التي أَساسها ٢ ومجموع أَول أَربعة حدود يساوي ٦٠.

٤ كم حداً يلزم أَخذه من متسلسلة هندسية حدها الأَول ٤ وأَساسها ٣ ليكون مجموعها ١٦٠ ؟

ورقة عمل

السؤال الأَول: أضعُ دائرة حول رمز الإِجابة الصحيحة:

١) ما قيمة $\sum^{٥}$ (-١)^{ر}؟ أ) -٥ ب) -١ ج) ١ د) ٥

٢) ما عدد الحدود اللازم أَخذها ليصبح مجموع المتسلسلة ٥+١٠+٢٠ +.. يساوي ٦٣٥؟

أ) ٧ ب) ٦ ج) ٥ د) ٤

٣) متسلسلة حسابية مجموع أَول ستة عشر حداً فيها ٣٢، وأَساسها -٢، ما حدها الأَول؟

أ) ٣٤ ب) ١٧ ج) ١٦ د) -١٣

٤) ما قيمة: **لــو**$_{٣}$ (٢٤٣ × ٨١)؟

أ) ٥ ب) ٢٠ ج) ٩ د) ٤

٥) ما مجموعة حلّ المعادلة: **لــو**$_{٢٧}$(٣)$^{٣س-١}$ = ٥

أ) ٧ ب) ٣ ج) $\frac{١٦}{٣}$ د) -

السؤال الثاني: أَكتب أَول ٥ حدود لمتسلسلة حسابية مجموع حديها الثاني والتاسع = ٢٥، ومجموع حديها الثالث والسابع =٢٠.

السؤال الثالث: كم حداً يلزم أَخذه من المتسلسلة الهندسية ١ + ٣ + ٩ .... ليكون المجموع مساوياً ٣٦٤.

السؤال الرابع: إِذا كان مجموع أول ن حداً من متسلسلة حسابية يعطى بالعلاقة جـ$_{ن}$=ن(٢ن+١) أَجدُ الحد الأَول والأَساس لتلك المتسلسلة.

السؤال الخامس: ما مجموعة حلّ كل من المعادلة اللوغاريتمية الآتية؟ **لــو**$_{٥}$(٢٥)$^{٢س-٣}$ = **لــو**$_{٨}$(٦٤)^{س}

العلامة المعيارية

تعريف

العلامـة المعياريـة: إذا كان الوسـط الحسـابي لمجموعة مـن البيانـات يسـاوي (μ) وانحرافهـا المعيـاري σ، فـإن العلامـة المعياريـة (ع) المقابلـة للقيمـة (س) تمثِّل عـدد الانحرافات المعياريـة التـي تنحرفهـا القيمـة س عـن الوسـط الحسـابي للبيانـات. وبالرمـوز فـإنّ: $ع = \frac{س - \mu}{\sigma}$

مثـال (١)

إذا كان الوسـط الحسـابي لعلامـات (٣٠) طالبا فـي الصـف الثاني عشـر الأَدبـي فـي اختبـار الجغرافيا يسـاوي (١٣) وانحرافهـا المعيـاري (٢). فـإذا حصـل ثلاثـة طـلاب علـى العـلامات: ١١، ١٣، ٢٣، فمـا هـي القيـم المعيارية المناظـرة لـكل منهـم؟

الحلّ:

$$ع = \frac{س - \mu}{\sigma}$$

العلامة المعيارية (ع) المقابلة للعلامة (س =١١) هي $ع = \frac{١١ - ١٣}{٢} \leftarrow ع = -١$

العلامة المعيارية (ع) المقابلة للعلامة (س =١٣) هي $ع = \frac{١٣ - ١٣}{٢} \leftarrow ع = ٠$

العلامة المعيارية (ع) المقابلة للعلامة (س =٢٣) هي $ع = \frac{٢٣ - ١٣}{٢} \leftarrow ع = ٥$

مثــال (٢)

إذا كان الوسط الحسابي لأعمار مجموعة من الآباء يساوي (٤٣) سنة وانحرافها المعياري (٥) سنة وكانت العلامة المعيارية المقابلة للعمر(س) تساوي (٤) ما العمر س؟

الحلّ: $ع = \frac{س - \mu}{\sigma}$ ومنها $٤ = \frac{س - ٤٣}{٥}$

$٢٠ = س - ٤٣$ إذن $س = ٦٣$

تمارين ومسائل (٤ - ١)

١ إذا كان $\mu = ٢٠$ ، $\sigma = ٤$، ما العلامة المعيارية (ع) التي تقابل العلامة س = ٢٨.

٢ إذا كان مجموع علامات ٥٠ طالباً في امتحان التاريخ يساوي ١٠٠٠، وانحرافها المعياري $\frac{٥}{٢}$ ، ما العلامة المعيارية المناظرة للعلامة ١٥؟

٣ إذا كان الوسط الحسابي لأطوال ٢٠ طالباً يساوي١٥٠سم وانحرافها المعياري ٢ سم، ما الطول الذي علامته المعيارية = ٣؟

٤ إذا كان الوسط الحسابي لكتلة مجموعة من الأشخاص يساوي ٥٠كغم، وانحرافها المعياري σ كغم، وكانت العلامتان المعياريتان المقابلتان للكتلتين: س، ٦٠ هما -٢ و ٤ على الترتيب:

أ) فما قيمة كل من س و σ؟

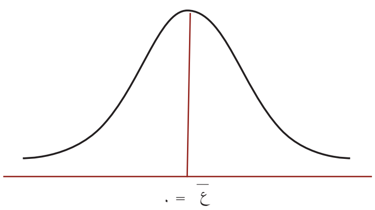
ب) مالعلامة المعيارية المقابلة للكتلة ٥٨كغم؟

التّوزيع الطبيعي المعياري

تعريف

منحنى التوزيع الطبيعي المعياري هو منحنى تكراري لتوزيع العلامات المعيارية مقابل تكراراتها، بوسط حسابي يساوي صفر، وانحراف معياري يساوي واحد. ويسمى هذا المنحنى شكل الجرس.

وأهم خصائصه:



١. متماثل حول ع̄ = ٠.

٢. يُقسّم المحور الأُفقي فيه بمقدار انحراف معياري واحد بكل وحدة.

٣. المساحة المحصورة بين المنحنى والمحور الأُفقي تساوي وحدة مربعة واحدة.

ومن الجدير بالإشارة أن المساحة المحصورة بين قيمتين معياريتين يمكن حسابها من خلال جداول منظمة ودقيقة أُعدّت لهذا الغرض. لاحظ الملحق (١).

نشاط (١)

أَستخدم الجداول في حساب المساحة المحصورة بمنحنى التوزيع الطبيعي المعياري والواقعة تحت (ع= ٠,٢٣)

ع	٠,٠٠	٠,٠١	٠,٠٢	٠,٠٣	٠,٠٤
٠,٠					
٠,١					
٠,٢				٠.٠٥٩١	
٠,٣					
٠,٤					

أجد من الجدول أن: المساحة تحت (ع= ٠,٢٣) = ٠,٥٩١٠

مثـال (١)

أَستخدم الجداول في حساب المساحة المحصورة بمنحنى التوزيع الطبيعي المعياري والواقعة:

١. تحت (ع = ١)　　٢. تحت (ع = ١,٤٢)　　٣. فوق(ع = ٢)

الحلّ: ١. المساحة تحت (ع = ١) تساوي ٠,٨٤١٣　٢. المساحة تحت ع = (١,٤٢) تساوي ٠,٩٢٢٢

٣. المساحة فوق (ع = ٢)=١- المساحة تحت (ع = ٢) = ١- ٠,٩٧٧٢ = ٠,٠٢٢٨

أتعلـــم

نسبة المساحة المحصورة تحت منحنى التوزيع الطبيعي عندما (ع > ع١) إلى المساحة الكلية تحت المنحنى تساوي المساحة تحت (ع = ع١)

مثــال (٢)

استخدم جدول التوزيع الطبيعي المعياري في إيجاد نسبة المساحة في كل مما يأتي :

١) عندما (ع ≥ -٢,٦٤) ٢) عندما (٢≤ ع ≥ ٣) ٣) عندما (ع ≤ -٢,٥٢)

الحلّ: ١) عندما (ع ≥ -٢,٦٤) فإن نسبة المساحة تحت (ع = -٢,٦٤) = ____________________

٢) عندما (٢≤ ع ≥ ٣) فإن نسبة المساحة بين (ع = ٢ ، ع = ٣)

المساحة تحت (ع = ٣) − المساحة تحت (ع = ٢) = ٠,٩٩٨٧ − ٠,٩٧٧٢ = ٠,٠٢١٥

ألاحظ أن المساحة المحصورة بين ع = ٢ و ع = ٣ تمثل ما نسبته ٢,١٥٪ من المساحة الكلية تحت المنحنى.

٣) عندما (ع ≤ -٢,٥٢) = نسبة المساحة فوق (ع = -٢,٥٢) = ١ − نسبة المساحة تحت ع = -٢,٥٢

= ١ − ٠,٠٥٩ = ٠,٩٩٤١

تطبيقات على التوزيع الطبيعي المعياري:

تقدّم ١٠٠٠ طالب لامتحان ما في جامعة النجاح الوطنية. فإذا كانت علامات الطلبة تتبع التوزيع الطبيعي وسطه الحسابي ٦٠ وانحرافه المعياري ١٠ . أَجِـدُ:

أ) النسبة المئوية للطلبة الذين تنحصر علاماتهم بين ٥٠، و٩٠. **ب)** عدد الطلبة الذين علاماتهم تزيد عن ٨٠

الحلّ: أ) أفرض أَن س تمثِّل علامات الطلبة، حيث μ = ٦٠ ، σ = ١٠

عندما س = ٥٠ فإن: ع = $\frac{\text{٥٠ − ٦٠}}{\text{١٠}}$ = -١ ، وعندما س = ٩٠ فإن: ع = $\frac{\text{٩٠ − ٦٠}}{\text{١٠}}$ = ٣

إذن النسبة التي تمثل (٥٠ ≤ س ≥ ٩٠) = نسبة المساحة عندما (-١ ≤ ع ≥ ٣)

= (المساحة تحت ع = ٣) − (المساحة تحت ع = ١)

= ٠,٩٩٨٧ − ٠,١٥٨٧ = ٠,٨٤٠، إذن النسبة المئوية = ٠,٨٤٠ × ١٠٠٪ = ٨٤٪

ب) عندما س = ٨٠ فإن: ع = $\frac{٨٠ - ٦٠}{١٠}$ = ٢ إذن النسبة التي تمثل (س ≥ ٨٠) = نسبة المساحة فوق (ع=٢)

= ١ – المساحة تحت (ع = ٢) = ١ – ٠,٩٧٧٢ = ٠,٠٢٢٨

النسبة المئوية = ٠,٠٢٢٨ × ١٠٠٪ = ٢,٢٨٪ إذن عدد الطلبة = ٠,٠٢٢٨ × ١٠٠٠ ≈ ٢٣ طالباً.

تمارين ومسائل (٤ - ٢)

١ استخدم جدول التوزيع الطبيعي المعياري في إيجاد نسبة المساحة لكل من الآتية:

أ) عندما (ع ≤ ٠,٣٤) ب) عندما (ع ≥ -١,٦٤) ج) عندما (-٢ ≤ ع ≤ ١,٦٧)

٢ إذا كان عمر التشغيل لبطارية سيارة من إنتاج مصنع فلسطيني يتبع التوزيع الطبيعي، بوسط حسابي ٢٠٠٠ ساعة، وانحراف المعياري ١٢٠ ساعة، ما النسبة المئوية للبطاريات التي يكون عمر التشغيل لها أكثر من ١٨٢٠ ساعة؟

٣ خطّ إنتاج في مصنع ينتج ٤٠٠ كيس من السكر تتبع توزيعاً طبيعياً بوسط حسابي يساوي ١,٠١ كغم وانحراف معياري يساوي ٠,٠٢ كغم . أجـــــــــدُ:

أ) النسبة المئوية للأكياس التي كتلتها أقل من ١,٠٣ كغم من إنتاج هذا الخط.

ب) عدد الأكياس التي كتلتها أكثر من ١,٠٢ كغم.

ج) النسبة المئوية للأكياس التي تتراوح كتلتها بين ١ كغم و ١,٠٥ كغم.

٤ تقدم ١٠٠٠ طالب في إحدى الجامعات الفلسطينية لامتحان عام في المهارات التقنية. وكانت علاماتهم تتبع التوزيع الطبيعي بوسط حسابي يساوي ٦٨ وانحراف معياري σ، فإذا كان عدد الطلبة الذين حصلوا على علامة ٦٠ على الأقل هو ٧١٩ طالب.

أ) ما قيمة σ؟

ب) ما النسبة المئوية للطلبة الذين حصلوا على علامة ٤٠ على الأقل؟

جـ) ما عدد الطلبة الذين حصلوا على علامة ٧٠ على الأكثر؟

تمـــــارين عـــــامـــــة

السؤال الأَول: أضعُ دائرة حول رمز الإِجابة الصحيحة:

١) متسلسلة حسابية حدها الأَول ٣ وحدها العاشر ٢١، ما مجموع أَول عشرة حدود منها؟

أ) ٢٠ ب) ٤٠ ج) ٥٠ د) ١٢٠

٢) متسلسلة هندسية حدها الأَول -١ ، أَساسها $\frac{١}{٣}$ ، ما مجموع أَول ثلاثة حدود منها؟

أ) $\frac{-١٣}{٩}$ ب) $\frac{٩}{١٣}$ ج) $\frac{٤}{٣}$ د) $\frac{٥٢}{٨١}$

٣) ما قيمة: $لو_{٣}$ (٢٤٣ × ٨١)؟

أ) ٥ ب) ٢٠ ج) ٩ د) ٤

٤) ما قيمة س التي تحقق المعادلة ٦٤ = $\left(\frac{١}{٣٢}\right)^{١-س}$ ؟

أ) -٥ ب) $\frac{-١}{٥}$ ج) ٥ د) $\frac{١١}{٥}$

٥) إذا كان الوسط الحسابي لمجموعة من العلامات يساوي ٥٦ والانحراف المعياري يساوي ٤ فما العلامة التي تنحرف انحرافين معياريين تحت الوسط؟

أ) ٥٧ ب) ٤٨ جـ) ١٢ د) -١٢

٦) إذا كان الفرق بين طولي شخصين يساوي ١٥سم، والفرق بين العلامتين المعياريتين المناظرتين لطوليهما يساوي ١,٥، فما الانحراف المعياري σ ؟

أ) ١٥ ب) ١,٥ ج) ١٠ د) ٧٠,٧٥

٧) إذا كانت كتلتا شخصين ٨٥كغم ، ٨٠ كغم، وكانت العلامتان المعياريتان المناظرتان لهما ١، -٢ على الترتيب فما الانحراف المعياري؟

أ) ١ ب) $\frac{٣}{٥}$ ج) $\frac{٥}{٣}$ د) ١٠

٨) إذا كانت ع تتبع التوزيع الطبيعي وكانت المساحة عندما (ع < ٢,٢٣) = **ك**

ما نسبة المساحة عندما (ع < -٢,٢٣)؟

أ) **ك** ب) ١ − **ك** ج) **ك** − ١ د) **ك** + ١

٩) إذا كان الفرق بين طولي شخصين يساوي ١٥سم، والفرق بين العلامتين المعياريتين المناظرتين لطوليهما يساوي ١,٥، فما الانحراف المعياري σ ؟

أ) ١٥ ب) ١,٥ ج) ١٠ د) ٠,٧٥

١٠) إذا كانت س تتبع التوزيع الطبيعي بوسط الحسابي μ وانحراف معياري σ ، ما قيمة المساحة الممكنة عندما (س $<\mu$) ؟

أ) ٠,٠٥ ب) ٠,٥٠ ج) ١ د) صفر

السؤال الثاني: إذا كان ع يتبع التوزيع الطبيعي، أَجد نسبة المساحة في كل مما يأتي:

أ) عندما (ع $\leq$ ١,١٣) ب) عندما (ع $\geq$ ١,٤٢)

جـ) عندما (-١,٣٥ $\geq$ ع $\geq$ ٢,٠١) د) عندما (-١,٤١ $\geq$ ع $\geq$ ٢,٤٥)

السؤال الثالث: ما مجموعة حلّ كل من المعادلة الأُسية $(٩)^{س+٤} = (٢٧)^{٤س}$ ؟

السؤال الرابع: ما مجموعة حلّ كل من المعادلة اللوغاريتمية الآتية؟ $\frac{س \text{ لـو}_{١٠}(٠,٠٠٠١)}{\text{لـو}_{١٠٠}(١٠٠٠٠٠٠)} = -١$

السؤال الخامس: ما مجموعة حلّ المعادلة: $\frac{١}{٢}$ $س^{٢}$ $\text{لـو}_{٨}(٦٤)$ + س $\text{لـو}_{٣}(٢٤٣)$ + ٢ $\text{لـو}_{٥}(١٢٥)$ = ٠

السؤال السادس: إذا كان الوسط الحسابي لمجموعة من المفردات يساوي ٥٠ والانحراف المعياري لها ١٠ أَجد:

أ) العلامة المعيارية المناظرة للمفردة ٦٠

ب) المفردة المناظرة للعلامة المعيارية -١,٥

السؤال السابع: إذا كانت س تمثل علامات طلبة صف ما بحيث س تتبع التوزيع الطبيعي حيث أَن الوسط الحسابي يساوي ٢٠ والانحراف المعياري يساوي ٤، أَجد كلاً مما يأتي:

أ) نسبة المساحة عندما (س $\leq$ ١٦) ب) نسبة المساحة عندما (س $\geq$ ٩)

السؤال الثامن: إذا كانت العلامتان المعياريتان المناظرتان للعلامتين ١٧ ، ٣٥ هما -١،٣ على الترتيب، فما الوسط الحسابي والانحراف المعياري للعلامات الخام؟

السؤال التاسع: صَفّ مكون من ٤٠ طالباً، إذا كانت علامات الطلاب رامي، محمد ، رائد هي ٨٠، ٩٠، س على الترتيب، وعلاماتهم المعيارية المناظرة هي: ٢، ٣، -١ على الترتيب، فما قيمة س؟

إختبار ذاتي

السؤال الأول: اختر رمز الإجابة الصحيحة لكل فقرة من الفقرات الاتية:

١) اذا كانت العلامة المعيارية لاحمد في اختبار الرياضيات تساوي ع = -٣,٥ فيما كانت العلامة المعيارية لناصر هي -١، فاي منهما كانت علامته الخام أفضل؟

أ.ناصر　　ب . أحمد　　ج. نفس مستوى الأداء　　د. لا يمكن ان نقرر

٢) إذا كان الوسط الحسابي لأطوال ٥١ طالبا تساوي ١٣٠ سم ،وكانت العلامة المعيارية المقابلة للطول ١٣٢ سم هي ٠,٥ ، فما لانحراف المعياري لتلك الاطوال ؟

أ. ٢　　ب. ١　　ج. ٤　　د. ٨

٣) اذا كانت مجموع $\sum_{\text{ر}=١}^{\text{ن}} \text{ح}_{\text{ن}} = \sum_{\text{ر}=١}^{\text{ن}} (٤\text{ر} - ٥)$ ، فما مجموع أول ٧٢ حدأ فيها؟

أ. ٢٦٨٢　　ب.١٣٤١　　ج. ٨٥٤١　　د. -١٠١٥٢

٤) ما عدد حدود المتسلسلة الهندسية مجموع $\sum_{\text{ر}=١}^{\text{ن}} \text{ح}_{\text{ن}} = \sum ٤(٢)^{\text{ر}}$ اللازم جمعها ليصبح ج ن =٦٠ ؟

أ. ٥　　ب. ٤　　ج. ٠٦　　د. ٦

ما مجموعة حل المعادلة : $\text{لو}_{٤}$ (٢س-١) - $\text{لو}_{٤}$ (٣-س) = ٠ ؟

أ. $\{\frac{٤}{٣}\}$　　ب.$\{\frac{٣}{٤}\}$　　ج. {٠}　　د. {-٢}

السؤال الثاني: حل كل من المعادلات الاتية:

١) $(٦٤)^{-٢س} = \frac{١}{٦٤}$　　٢) $\text{لو}_{٥}$ (س+٣) - $\text{لو}_{٥}$ (س-١) = ١

السؤال الثالث: متسلسلة حسابية يعطى مجموع أول ن حدأ منها $\text{جـ}_{\text{ن}} = ٥\text{ن}^{٢} - ٣\text{ن}$ جد الحد العام لهذه المتسلسلة .

السؤال الرابع: تتبع كتل الأطفال الخدَج منحنى التوزيع الطبيعي ،بوسط حسابي ١,٢٤ كغم وانحراف معياري =٠,٢، اذا كان عدد الأطفال الحدج عام ٢٠١٨ يساوي ١٢٠٠ طفلا .

أ) ما عدد الأطفال الذين يقل وزنهم عن ١ كغم؟

ب) ما نسبة الأطفال الذين تنحصر أوزانهم من ١ أو ١,٣ كغم؟