٨

دولــة فلسطين
وزارة التربية والتعليم

الرياضيات

الصف الثامن

الفترة الرابعة

مركز المناهج

mohe.ps | mohe.pna.ps | moehe.gov.ps
.com/MinistryOfEducationWzartAltrbytWaltlym
+970-2-2983280 هاتف | +970-2-2983250 فاكس

حي الماصيون، شارع المعاهد
ص. ب 719 – رام الله – فلسطين
pcdc.mohe@gmail.com | pcdc.edu.ps

المحتويات

النتاجات

يتوقع من الطلبة بعد الإنتهاء من دراسة هذه الوحدة المتمازجة والتفاعل مع أنشطتها أن يكونوا قادرين على توظيف النسب المثلثية وقوانين الإحتمالات في الحياة العمليّة من خلال الآتي:

١- تَعَرُّف النِّسَبِ المُثَلَّثِيّة الأساسيّة للزّاوية الحادّة.

٢- إيجاد النِّسَب المُثَلَّثِيّة الأَساسيّة لأيّ زاوية حادّة .

٣- استخدام الآلة الحاسبة في إيجاد النِّسَب المُثَلَّثِيّة لزاوية حادّة.

٤- تَعَرُّف العَلاقة بين جيب الزّاوية وجيب تمام متمِّمتها.

٥- استنتاج النِّسَب المُثَلَّثِيّة لزوايا خاصّة.

٦- تعريف زاويتَي الارتفاع والانخفاض.

٧- توظيف النِّسَب المُثَلَّثِيّة وزوايا الارتفاع والانخفاض في حلّ مسائلَ حياتيّة.

٨- إيجاد احتمال حادث في تجربة عشوائية.

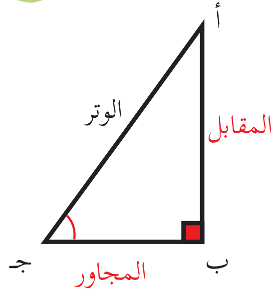
٩- إيجاد احتمال الاتحاد لأي حادثين.

١٠- إيجاد احتمال متممة حادث.

١١- إيجاد احتمال الفرق بين حادثين.

١٢- توظيف الاحتمالات في حل مسائل حياتية.

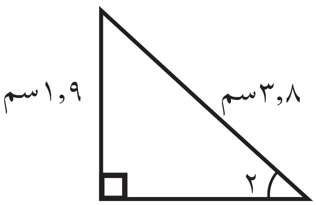
٤-١ النِّسَب المُثَلَّثِيّة للزوايا الحادّة (١)

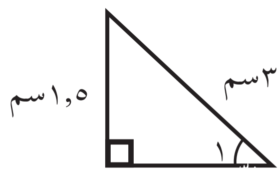


تعريف١: في المثلثِ أ ب جـ القائم الزاوية في ب، يُسَمّى الضِّلعُ أ جـ وَتَرَ المثلث، فيما يُسمّى الضلع أ ب المقابل للزاوية جـ، بينما يُسمى الضلع ب جـ المجاور للزاوية جـ.

نشاط ١:

أتأمّلُ المثلّثاتِ القائمةَ الآتيةَ الّتي فيها ∡ ١ = ∡ ٢ ، ثُمَّ أُكْمِل:

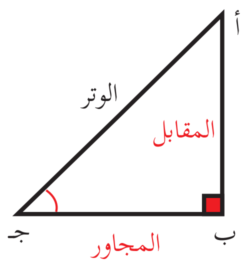




(للزّاوية ١): $\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \quad = \ldots$

(للزّاوية ٢): $\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \ldots\frac{١,٥}{٣}\ldots = \ldots$

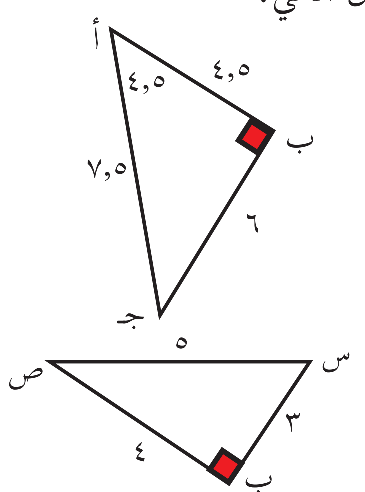
ماذا تُلاحِظ؟



تعريف٢: في المثلثِ القائمِ الزّاويةِ في ب، يُعرَّفُ جيبُ الزّاويةِ الحادّةِ جـ (جاجـ) بأنَّهُ نسبةُ طولِ الضِّلعِ المقابل للزّاويةِ جـ إلى طولِ الوَتَرِ في المُثلث؛ أي أن جاجـ = $\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$

نشاط ٢:

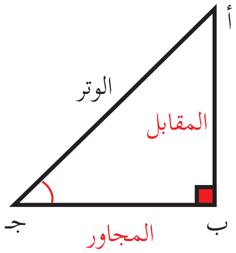
أتأمَّلُ المُثلّثاتِ القائمةَ الآتيةَ، وأُكْمِلُ الجدولَ الآتي:



الزّاوية	طولُ مقابلِها	طولُ الوَتَر	جيبُ الزّاوية
أ	٦	٧,٥	
جـ			
ص		٥	
س			$\frac{٦}{\ldots}$

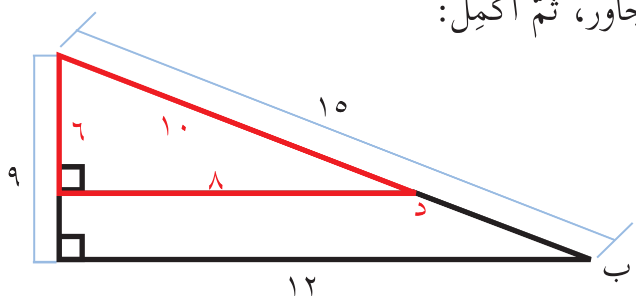
أُفكِّرُ، وأُناقِش: هل يمكنُ أن يزيدَ جيبُ الزّاويةِ الحادّةِ عن ١؟

تعريف٣: في المثلث القائم الزاوية في ب، يُعرفُ جيبُ تمام الزاوية جـ (جتاجـ): بأنه نسبةُ طول الضِّلع المجاور للزّاوية جـ الى طول الوَتَر؛ أي أنّ جتاجـ = $\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$



نشاط ٣:

أتأمَّلُ الشَّكْلَ المجاور، ثُمَّ أُكْمِل:

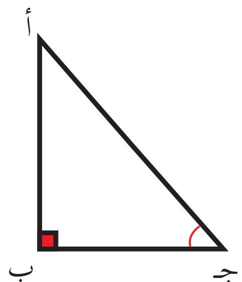


∡ ب = ∡ د (لماذا ؟)

جتاد = $\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$ = $\frac{...}{١٠}$

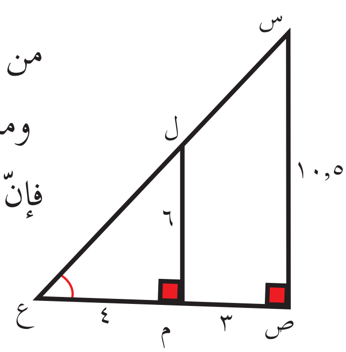
جتاب = $\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$ = $\frac{...}{...}$ ماذا تُلاحِظ؟

تعريف٤: في المثلث القائم الزاوية في ب، يُعرفُ ظِلُّ الزّاوية الحادة جـ (ظاجـ): بأنه نسبةُ طولِ الضِّلع المقابل للزّاوية جـ الى طول الضلع المجاور لها؛ أي أنّ ظاجـ = $\frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$



نشاط ٤:

أتأمَّلُ الشَّكْلَ المجاور، وَأَحْسِبُ ظِلَّ الزّاويةِ ع بطريقتين:



من المثلّث ل م ع فإنّ ظاع = $\frac{\text{م ل}}{\text{ع م}}$ = $\frac{...}{...}$

ومن المثلّث س ص ع

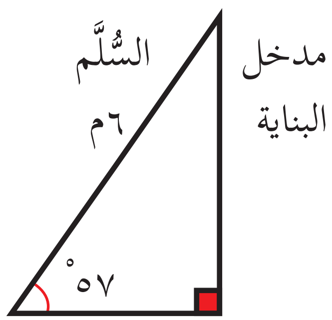
فإنّ ظاع = ... = ... (ماذا تلاحظ؟)

أَتَعَلَّم: لأي زاوية حادة جـ تسمى النسبُ: جاجـ، جتاجـ، ظاجـ، بالنسب المثلثية الأساسية للزاوية جـ حيث ظاجـ = $\frac{\text{جاجـ}}{\text{جتاجـ}}$

نشاط ٥:

تريدُ لمى تركيزَ سُلَّمٍ طولُه ٦م على حائطٍ قائمٍ ، فإذا كانت الزّاوية المحصورة بين حافّة السُّلَّمِ وسطحِ الأرض ٥٧°، فما بُعْدُ أسفلِ السُّلَّمِ عن مدخلِ البناية (أعتبرُ جتا٥٧° = ٠,٥٤).

أَرْسُمُ رسماً توضيحيّاً، كما في الشّكل المجاور:

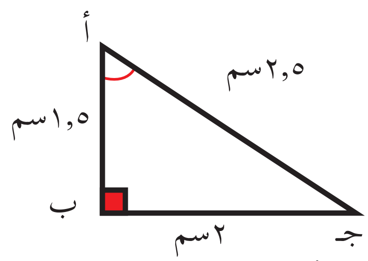


جتا٥٧°= $\frac{\text{بُعْدُ أسفلِ السُّلَّم عن حافّةِ البناية}}{\text{طولُ السُّلَّم}}$ (لماذا؟)

ومنها: ٠,٥٤= $\frac{\text{بُعْدُ أسفلِ السُّلَّم عن حافّةِ البناية}}{\text{... م}}$

ومنها: بُعْدُ أسفلِ السُّلَّم عن حافّةِ البناية = ...

تَمارينُ وَمَسائِل:



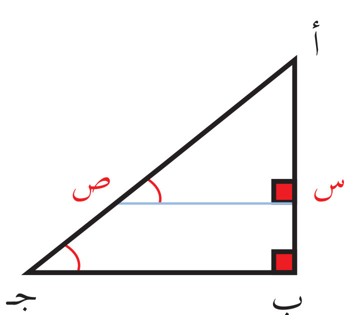
١) أَجِدُ النِّسَبَ المُثَلَّثِيّةَ الأَساسيّة للزّاوية أ، معتمداً على الشّكلِ الآتي:

٢) أ ب جـ مثلّثٌ قائمُ الزّاويةِ في ب، فيه: أ ب = ٨سم، ب جـ = ٦سم، أ جـ = ١٠سم، أَجِدُ كُلّاً من: جاأ، جاجـ، جتاأ.

٣) أ ب جـ مثلّثٌ قائمُ الزّاوية في ب، فيه أ ب = ٦سم، ب جـ = ٨سم. رُسم من النقطة هـ الواقعة على ب جـ عمود على أجـ في النقطة د، فإذا كان هـ د = ٣سم، دجـ = ٤سم،

أجد كلاً من: أ) جاأ ب) ظاهـ جـ) ظاجـ

مهمة تعليمية :



أتأمّل الشّكْلَ الآتيَ الّذي فيه أ س = ٦سم، س ص = ٨سم، أ ب = ٩سم، ثم أَجِدُ طولَ الضِّلْعِ ب جـ.

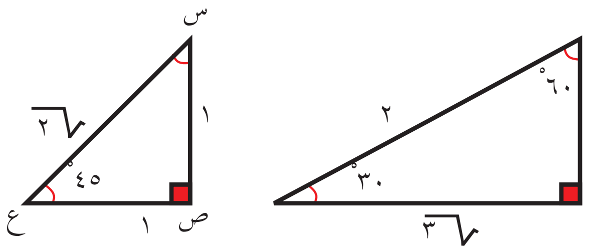
٤-٢ النِّسَبُ المُثَلَّثِيّة للزاوايا الحادة (٢)

نشاط ١:

للعربِ والمسلمينَ إنجازاتٌ مهمّةٌ في عِلْمِ المثلّثات، فكان البَتّانيُّ أوَّلَ مَنِ استخدمَ مصطلحَي الجيبِ وجيبِ التّمام، فيما يُعَدُّ البَيْرونيُّ من أهمِّ الَّذين أَرْسَوا أُسُسَ عِلْمِ المُثَلَّثاتِ الحديث. فكيفَ يمكنُ إيجادُ النِّسَبِ المُثَلَّثِيّةِ للزّوايا الخاصّة ٣٠°، ٤٥°، ٦٠°؟

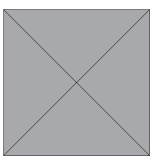
أتأمَّلُ المثلّثاتِ الآتيةَ، وأَتعاوَنُ مَعَ مجموعتي؛ لإكمالِ الجدولِ الآتي:

الزّاوية أ	جاأ	جتاأ	ظاأ
٣٠°			
٦٠°	$\frac{١}{٢}$		
٤٥°		$\frac{١}{...}$	



نشاط ٢:

مَعَ تَطوُّرِ الزَّمنِ، اخترعَ (بليز باسكال) الآلَةَ الحاسبة، فكيفَ يُمكنُ استخدامَ الآلَةِ الحاسبةِ في إيجادِ النِّسَبِ المُثَلَّثِيّةِ للزّاوية الحادّة؟



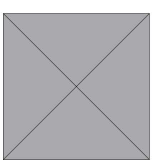
- يُكْتَبُ جيبُ الزّاوية س بالرّموز جاس، ويُكْتَبُ في الآلَةِ الحاسبةِ (sinx).
- ويُكْتَبُ جيبُ تمامِ الزّاوية س بالرّموزِ جتاس ، وَيُكتَبُ في الآلَةِ الحاسبةِ (cosx).
- كما يُكْتَبُ ظِلُّ الزّاويةِ س بالرّموزِ ظاس، وَيُكْتَبُ في الآلَةِ الحاسبةِ (tanx).

أَجِدُ النِّسَبَ المُثَلَّثِيّةَ الآتيةَ لأقربِ منزلتَيْنِ عشريَّتَيْنِ كُلّاً من: جا٢٥°، جتا٦٥°، ظا٤٥°.

أَضْغَطُ (sin)، ثُمَّ أُحَدِّدُ الزّاوية ٢٥°، فيظهرُ أنّ جا٢٥° = ٠,٤٢.

أَضْغَطُ (cos)، ثُمَّ أُحَدِّدُ الزّاوية ٦٥°، فيظهرُ أنّ جتا٦٥° = ...

اضغط tan ثم أُحدّد الزّاوية ٤٥° فيظهر أن ظا٤٥° = ...



نشاط ٣:

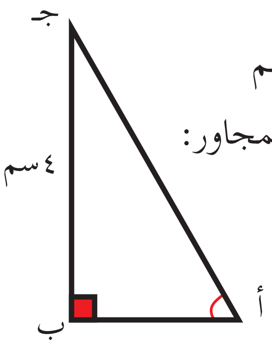
أستخدمُ الآلَةَ الحاسبةَ لإيجادِ كُلٍّ من الآتية:

أ) جا٢٠° = ... ب) جتا٧٠° = ... جـ) جا٦٥° = ... د) جتا٢٥° = ...

أَتَعَلَّم: جيبُ الزّاوية = جيبُ تمامِ الزّاوية المُتمِّمة لها، والعكسُ صحيح، وبالرّموز:
جاس = جتا(٩٠° - س)، جتاس = جا(٩٠° - س).

نشاط ٤:

أب جـ مثلّثٌ قائمُ الزّاويةِ في ب، فيه ب جـ = ٤سم



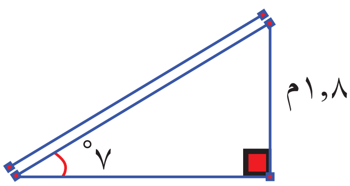
إذا كانَ جاأ = ٠,٨، فما قيمة أ جـ؟ أَرْسُمُ رسماً توضيحيّاً، كما في الشّكْلِ المجاور:

جاأ = ٠,٨ ، وأيضاً: جاأ = $\frac{\text{ب جـ}}{\text{أ جـ}}$ ومنها: ٠,٨ = $\frac{٤}{\text{أ جـ}}$

٠,٨ أ جـ = ٤ ، ومنها: أجـ = ... سم

نشاط ٥:

صُمِّمَ مَمَرٌّ لذوي الإعاقة، بحيثُ يميلُ بزاويةٍ



مقدارها ٧° عن المستوى الأُفُقيّ، فإذا كانَ ارتفاعُ نقطةِ نهايةِ المَمَرّ ١,٨م، فما طولُ هذا المَمَرّ؟ أَرْسُمُ شكْلاً توضيحيّاً، ومن الشّكْلِ أُلاحِظُ أنَّ:

جا٧° = $\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$ ، ومنها: طولُ المَمَرّ × ... = ١,٨ (لماذا؟) طولُ المَمَرّ = ...م

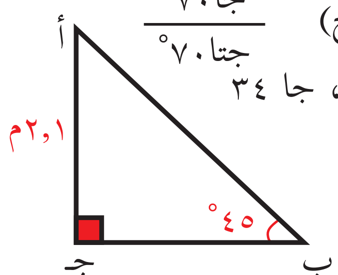
تَمارينُ وَمَسائِل:

١) أستخدمُ الآلَةَ الحاسبةَ لإيجادِ كُلٍّ من: جا٣٣° ، جتا٧٠° ، ظا١٠°

٢) أَجِدُ القيمةَ العدديّةَ للمقدار:

أ) جا٣٠° + ٢جا٦٠° ب) ٢(جا٤٥°)(جتا٤٥°) ج) $\frac{\text{جا٧٠°}}{\text{جتا٧٠°}}$

٣) إذا كان جا٤٣° = ٠,٦٨ ، جتا٥٦° = ٠,٥٦،اجد كل من: جتا٤٧، جا ٣٤



٤) يُوَضِّحُ الشَّكْلُ المُجاورُ مُثَلّثاً قائمَ الزّاويةِ في جـ، فإذا كانَ أ جـ = ٢,١ م ، ∡ ب = ٤٥°، فما محيطُ هذا المُثَلَّث؟

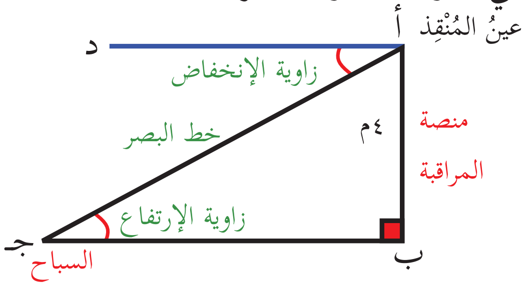
مهمة تعليمية :

يرتفعُ عمودٌ عن سطحِ الأرض ٤م، فما طولُ ظِلِّ ذلكَ العمود، عندما تميلُ أشعَّةُ الشَّمسِ بزاويةٍ مقدارُها ٣٠° عن المستوى الأُفُقيّ.

٣-٤ زوايا الارتفاع وزوايا الانخفاض

نشاط ١:

يبلغُ طولُ السّاحلِ الفِلَسْطينيِّ على البَحْرِ المُتوسِّطِ من رأسِ النّاقورةِ شمالاً إلى رَفَحَ جنوباً ٢٢٤ كم، فإذا نظرَ مراقبُ إنقاذٍ يقفُ على مِنَصَّةٍ ارتفاعُها عن الشّاطئِ ٤م إلى سبّاحٍ أمامَهُ، يَبْعُدُ ٢٥م عن أسفلِ المِنَصّة، فماذا تُسَمّى الزّاويةُ الّتي نَظَرَ بها المراقب، وبماذا تختلفُ هذه الزّاويةُ عن تلكَ الّتي يَنظرُ بها السَّبّاحُ إلى المُراقب؟

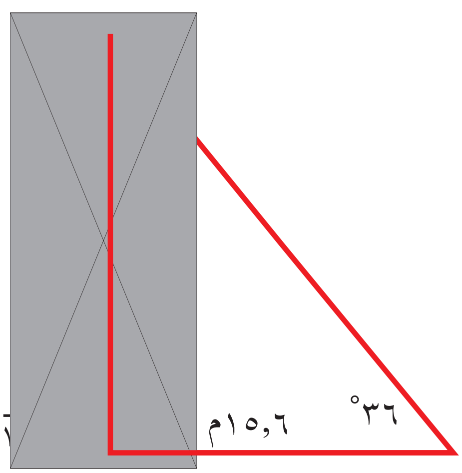


أَرْسُمُ رسماً توضيحيّاً، كما في الشّكْلِ المجاور، بحيثُ تُمَثِّلُ القِطْعَةَ المستقيمةُ أ جـ خَطَّ البصر، ومن الشّكْلِ المجاور يتّضحُ أنّ: ∡ د أ جـ = ∡ ب جـ أ (لماذا ؟)

تُسَمّى ∡ د أ جـ **زاويةَ الانخفاض**، وهي الزّاويةُ المحصورةُ بين المستوى الأُفُقيِّ للنَّظر، وَخَطِّ البصر تحت المستوى الأفقي، بينما تُسَمّى ∡ ب جـ أ **زاوية الارتفاع**، وهي الزّاويةُ المحصورةُ .... و........

نشاط ٢:

من نقطةٍ تَبْعُدُ مسافةَ ١٥,٦ متراً من قاعدةِ شجرة، وُجِدَ أنّ زاويةَ ارتفاعِ قِمَّةِ الشَّجرةِ ٣٦°، فما ارتفاعُ هذه الشّجرة؟ أَرْسُمُ شكْلاً توضيحيّاً، وأعتبرُ ارتفاعَ الشّجرةِ س

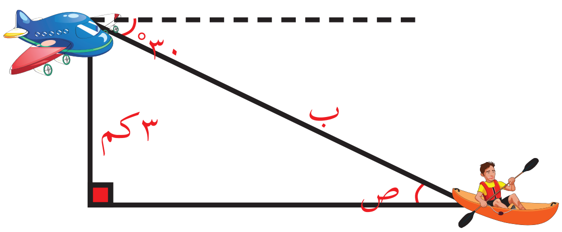


ظا٣٦° = ومنها: س = ١٥,٦ × ٠,٧٣ س = ... م

نشاط ٣:

رصدَ طيّارٌ قارباً بزاويةِ انخفاضٍ مقدارُها ٣٠°، أَجِدُ البُعْدَ بينَ القاربِ والطّائرة، علماً أنّ الطائرةَ تُحَلِّقُ على ارتفاعِ ٣ كم فوق مستوى سطحِ البَحْرِ؟ أَرْسُمُ شكْلّاً توضيحيّاً، كما في الشّكْلِ المجاور: أعتبرُ ب: بُعْد الطّائرة عن القارب. ومنها: ص = ٣٠° (لماذا؟) جا٣٠° = $\frac{٣}{ب}$ ومنها:

ب × .... = ٣ ب = ... كم



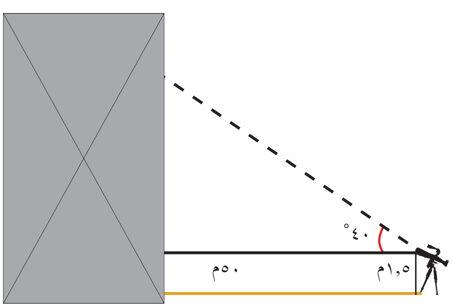
تَمارينُ وَمَسائِل :

١) تطيرُ طائرةٌ أُفُقيّاً على ارتفاعِ ٦ كم، فإذا رَصَدَتِ الطّائرةُ هدفاً على الأرضِ بزاويةِ انخفاضٍ مقدارُها ٦٠°، فما بُعْدُ الطّائرةِ عَنِ الهدفِ في تلكَ اللّحظة؟

٢) قاسَ أحمدُ زاويةَ ارتفاعِ شجرةٍ، فكانت ٧٠°، ثُمَّ تحرّكَ إلى الخلف مسافة ١٠م، وقاسَ زاويةَ ارتفاعِها، فكانتْ ٢٦°، فما ارتفاعُ هذه الشَّجرة؟

مهمة تعليمية :

رَصَدَتْ كاميرا مُثَبَّتَةٌ على ارتفاعِ ١,٥م عن سطحِ الأرض قِمَّةَ شجرة، بزاويةِ ارتفاعٍ مقدارُها ٤٠°، فإذا كانتِ الكاميرا تَبْعُدُ ٥٠متراً عن ساقِ الشّجرةِ، كما في الشّكل.



أجد كلاً من:

١) إرتفاع هذه الشّجرة.

٢) بُعْدُ الكاميرا عن قِمَّةِ الشَّجرةِ؟ وهلْ يُمكنُ إيجادُ هذا البُعْدِ بطريقةٍ مختلفة؟

٤-٤ احتمال الحادث

أتذكر: إذا كان ح حادثاً في فضاءٍ عينيّ Ω، فإنّ احتمال الحادث ح $= \frac{\text{عدد عناصر ح}}{\text{عدد عناصر } \Omega}$

وبالرموز ل(ح) $= \frac{\text{ع(ح)}}{\text{ع}(\Omega)}$

نشاط١: لَدى رمي حجرِ النّردِ المنتظَمِ مرةً واحدةً، وملاحظة الرّقم الظّاهر على الوجه العلوي، أكتبُ Ω ، ثم أحسبُ احتمال الحوادث $ح_1$، $ح_2$، $ح_3$، $ح_4$: Ω = { ١ ، ٢ ، ٣، ٤، ٥، ٦ }

١) $ح_1$: ظهور عددٍ زوجيّ

$ح_1$ = { ٢، ٤ ، ٦ }

ومنها ل($ح_1$) $= \frac{\text{ع}(ح_1)}{\text{ع}(\Omega)}$

= .... ، وهو عدد موجب

٢) $ح_2$: ظهور عددٍ أقلّ من ٢

$ح_2$ = {١} ومنها ل($ح_2$) $= \frac{\text{ع}(ح_2)}{\text{ع}(\Omega)}$ = ... ، وهو عدد ....

٣) $ح_3$: ظهور عددٍ أقلّ من ١

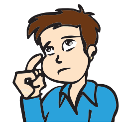
$ح_3$ = Ø (لماذا؟)

ومنها: ل($ح_3$) = $\frac{٠}{٦}$ = ...

٤) $ح_4$: ظهور عددٍ أكبر من صفر

$ح_4$ = Ω (لماذا؟)

ومنها: ل($ح_4$) = ١ (لماذا؟)



أتذكّر: لأيّ حادث ح، فإنّ: صفر ≤ ل(ح) ≤ ١

نشاط٢:

صندوقان يضمُّ الأوّلُ ٣ بطاقاتٍ مرقّمةً بالأرقام ٢، ٤ ،٥ ويضمُّ الثّاني بطاقتين مرقّمةً بالأرقام ٤، ٦، تريدُ لمى سحبَ بطاقةٍ من الصّندوق الأوّل، ثمّ سحبَ بطاقةٍ من الصندوق الثاني. أُكملُ إيجادَ احتمالاتِ الحوادث الآتية: ح$_{١}$: ظهور عددَيْن مجموعهما ٨،ح$_{٢}$: ظهور عددَيْن زوجيّيْن

Ω = { (٢ ، ٤) ، (٢ ، ٦) ، (٤ ، ٤) ، (٤ ، ٦) ، (٥ ، ٤) ، (٥ ، ٦)}

ح$_{١}$= { (٢ ، ٦) ، .... } ومنها: ل(ح$_{١}$) = $\frac{٢}{٦}$ (لماذا؟)

ح$_{٢}$= { (٢ ، ٤) ، (٢ ، ٦) ، (٤ ، ٤) ، (٤ ، ٦) } ومنها: ل(ح$_{٢}$) = ...

نشاط٣:

لَدى تسجيلِ المواليد للأُسرِ ذات الأطفال الثلاثة، حسب الجنس وتسلسُل الولادة. فإذا تمّ اختيارُ أسرةٍ عشوائيّاً، أجد احتمال الحوادث الآتية:

ح$_{١}$: أنْ يكون لدى الأسرة ولدان فقط.

ح$_{٢}$: أنْ يكون لدى الأسرة ولدان على الأقل.

Ω = { و و و، و و ب، و ب و، ب و و، و ب ب، ب وب، ب ب و، ب ب ب }ومنها: ع(Ω) =

ح$_{١}$= { و و ب، و ب و، ب و و} ، ومنها: ل(ح$_{١}$) = $\frac{...}{٨}$

ح$_{٢}$= { و و ب، وب و ، ب و و، و و و} ، ومنها: ل(ح$_{٢}$) = $\frac{...}{٨}$

نشاط٤:

مجموعة علب عصير تضمُّ ٣ علب عصير ليمون، و٥ علب عصير تفاح، و٢ علبة عصير عنب، غُمرت في حوض ماء فأُزيلَ عنها اللاصقُ الخارجي الذي يغلّفها، فإذا اختيرت علبةٌ عشوائيّاً، فما احتمال أنْ تكونَ العلبة المختارة:

١) تحتوي عصير تفاح. ٢) تحتوي عصير عنب.

١) ل (العلبة تحتوي عصير تفاح) = $\frac{\text{عدد علب التفاح}}{\text{عدد العلب الكلي}} = \frac{\cdots}{١٠}$

٢) ل (العلبة تحتوي عصير عنب) = $\frac{\text{عدد علب العنب}}{\text{عدد العلب الكلي}} = \cdots\cdots$

تمارين ومسائل:

١) يريد أحمدُ اختيارَ مِظلّةٍ عشوائيّاً من صُندوقٍ يضمُّ ٣ مِظلّاتٍ ملوّنة برسومٍ للأطفال، و ٧ منها ملوّنةٌ بالأزرق، و ٣ منها ملوّنةٌ بالأصفر، ما احتمال:

أ) أنْ تكونَ المِظلّة المختارة ملوّنةً برسوم الأطفال؟

ب) أنْ تكون المِظلّة المختارة ملوّنةً بالازرق؟

جـ) أنْ تكون المِظلّة المختارة غيرَ ملوّنةٍ برسوم الأطفال؟

٢) لدى رمي قطعةِ نقدٍ ثلاثَ مرّاتٍ وملاحظة النتائج الظاهرة على الوجه العلوي في الرميات الثلاث، أجد احتمال الحوادث الآتية:

أ) $ح_١$: ظهور صورة وكتابتيْن.

ب) $ح_٢$: ظهور صورتين على الأقلّ.

جـ) $ح_٣$: أنْ تكون النتائج على الأوجه الثلاثة متشابهة.

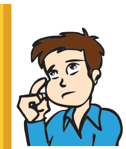
٣) لدى إلقاء قطعةِ نقدٍ، ثمّ رمي حجرِ نرد، أجدُ احتمال الحوادث الآتية:

أ) $ح_١$: ظهور صورةٍ، وعددٍ زوجيّ.

ب) $ح_٢$: ظهور كتابةٍ، وعددٍ أقلّ من ٣ .

٤) إذا كان $ح_١$، $ح_٢$ حادثين في فضاءٍ عينيّ، وكان ل ($ح_١$) = ٠,٦ وكان ع($ح_١$) = ٣، ع($ح_٢$) = ٤، فما قيمة ل($ح_٢$)؟

٤-٥ قوانين الاحتمالات



أتذكّر: إذا كان ح$_1$، ح$_2$ حادثين في فضاءٍ عينيّ، فإنّ ل(ح$_1$ $\cap$ ح$_2$) هو احتمال حدوث الحادثيْن ح$_1$، ح$_2$ معاً، أمّا ل(ح$_1$ $\cup$ ح$_2$)، فهو احتمال حدوث أحد الحادثين ح$_1$ أو ح$_2$ على الأقلّ وأنّ: ل(ح$_1$ $\cup$ ح$_2$) = ل(ح$_1$) + ل(ح$_2$) − ل(ح$_1$ $\cap$ ح$_2$)

نشاط ١:

أكملُ إيجادَ ل(ح$_1$ $\cup$ ح$_2$) في كلٍّ ممّا يأتي:

١) إذا كان ل(ح$_1$) = ٠,٤ ، ل(ح$_2$) = ٠,٧، ل(ح$_1$ $\cap$ ح$_2$) = ٠,٢

ل(ح$_1$ $\cup$ ح$_2$) = ل(ح$_1$) + ل(ح$_2$) − ل(ح$_1$ $\cap$ ح$_2$)

= ٠,٤ + ... − ...

= ١,١ − ... = ٠,٩

٢) إذا كان ل(ح$_1$) = ٠,٧ ، ل(ح$_1$) = ٢ل(ح$_2$) ، ل(ح$_1$ $\cap$ ح$_2$) = ٠,٣

ل(ح$_1$) = ٢ل(ح$_2$) ومنها: ٠,٧ = ٢ل(ح$_2$)

ومنها: ل(ح$_2$) = ٠,٣٥ (لماذا؟)

ل(ح$_1$ $\cup$ ح$_2$) = ل(ح$_1$) + ل(ح$_2$) − ل(ح$_1$ $\cap$ ح$_2$)

= ٠,٧ + ٠,٣٥ − ٠,٣

= ...

نشاط٢:

إذا كان احتمالُ نجاحِ رجاء في امتحان الرياضيات ٠,٧، واحتمالُ نجاحها في امتحان اللغة العربية ٠,٨، واحتمال نجاحها في الإمتحانين معاً ٠,٦، فما احتمالُ نجاحِ رجاء في أحد هذين الإمتحانين؟

أفرض أنّ: ل($ح_١$) = احتمال نجاح رجاء في الرياضيات، ومنها: ل($ح_١$) = ٠,٧

وأنّ: ل($ح_٢$) = احتمال نجاح رجاء في اللغة العربية، ومنها: ل($ح_٢$) = ...

أستنتج أنّ: ل($ح_١ \cap ح_٢$) = ٠,٦ (لماذا؟)، وأنّ المطلوب هو: ل($ح_١ \cup ح_٢$) (لماذا؟)

ل($ح_١ \cup ح_٢$) = ل($ح_١$) + ل($ح_٢$) − ل($ح_١ \cap ح_٢$)

= ... + ٠,٨ − ٠,٦

= ١,٥ − ٠,٦

= ....

أتعلّمُ: إذا كان $ح_١$، $ح_٢$ حادثين منفصلين ($ح_١ \cap ح_٢ = \emptyset$)، فإنّ:
ل($ح_١ \cap ح_٢$) = صفر،
وعندها يكون ل($ح_١ \cup ح_٢$) = ل($ح_١$) + ل($ح_٢$).

أناقش: الحادثان المنفصلان، هما حادثان لايمكن أن يحدثا في الوقت ذاته.

نشاط٣:

إذا كان $ح_{١}$، $ح_{٢}$ حادثيْن في فضاءٍ عينيّ، وكان ل($ح_{١}$) = ٠,٤، ل($ح_{٢}$) = ٠,٥،

ل($ح_{١} \cup ح_{٢}$) = ٠,٨ ، فهل $ح_{١}$، $ح_{٢}$ منفصلان؟

ل($ح_{١} \cup ح_{٢}$) = ل($ح_{١}$) + ل($ح_{٢}$) − ل($ح_{١} \cap ح_{٢}$)

٠,٨ = ... + ... − ل($ح_{١} \cap ح_{٢}$)

٠,٨ = ٠,٩ − ل($ح_{١} \cap ح_{٢}$)

-٠,١ = -ل($ح_{١} \cap ح_{٢}$)   (لماذا؟)

ومنها: ل($ح_{١} \cap ح_{٢}$) = ٠,١

وعليه فإنّ: $ح_{١}$، $ح_{٢}$ غير منفصلين.

نشاط٤:

أتأمّلُ التمثيل المجاور بأشكال فن للفضاء العيني(Ω)،

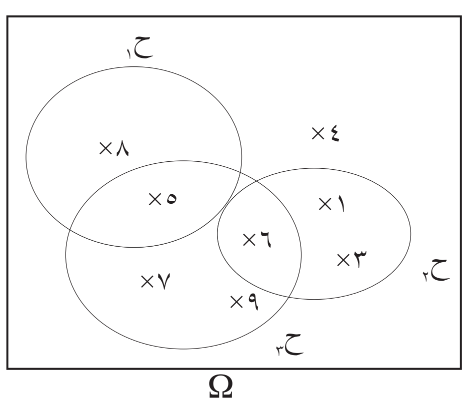
لتجربة عشوائيّة والحوادث $ح_{١}$، $ح_{٢}$، $ح_{٣}$، ثمّ أكمل:

Ω = { ١، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨، ٩ }

$ح_{١}$ = {٥، ٨} ومنها: ل($ح_{١}$) = $\frac{٢}{٨}$

$ح_{٢}$ = { ١، ٣، ٦ } ومنها: ل($ح_{٢}$) = ...

$ح_{٣}$ = { ٥، ٦، ٧، ٩ } ومنها: ل($ح_{٣}$) = ...



$ح_١ \cap ح_٢ = \cdots$

ومنها: $ل(ح_١ \cup ح_٢) = ل(ح_١) + ل(ح_٢)$ (لماذا؟)

$$= \frac{٢}{٨} + \frac{٣}{٨} = \cdots\cdot$$

$ح_٢ \cap ح_٣ = \{٦\}$ ومنها $ل(ح_٢ \cap ح_٣) = \cdots$

$ل(ح_٢ \cup ح_٣) = ل(ح_٢) + ل(ح_٣) - ل(ح_٢ \cap ح_٣)$

$$= \frac{٣}{٨} + \frac{٤}{٨} - \frac{١}{٨}$$

$= \cdots\cdot$ (لماذا؟)

$ح_١ \cap ح_٣ = \{٥\}$ ومنها: $ل(ح_١ \cap ح_٣) = \cdots$

$ل(ح_١ \cup ح_٣) = ل(ح_١) + ل(ح_٣) - ل(ح_١ \cap ح_٣)$

$$= \frac{٢}{٨} + \frac{٤}{٨} - \frac{١}{٨}$$

$= \cdots\cdot$ (لماذا؟)

تمارين ومسائل

١) يضمُّ صفٌّ ٣٠ طالباً، فإذا كان ١٤ منهم يتابعون مبارياتِ كرةِ القدم، ١٠ منهم يتابعون مبارياتِ كرة السّلة، ٨ يتابعون مباريات اللعبتيْن. فإذا تمّ اختيارُ أحدِ طلاب الصفّ عشوائيّاً، فما احتمال أنْ يكون هذا الطالب من متابعي:

أ) مباريات كرة السلة وكرة القدم. ب) مباريات كرة السلة أو كرة القدم.

٢) إذا كان احتمالُ نجاحِ يمنى في الرياضيات ٠,٧٥، واحتمال نجاحها في الفيزياء ٠,٨، واحتمال نجاحها في الرياضيّات، أو الفيزياء = ٠,٨٨، فما احتمال نجاحها في المبحثين معاً؟

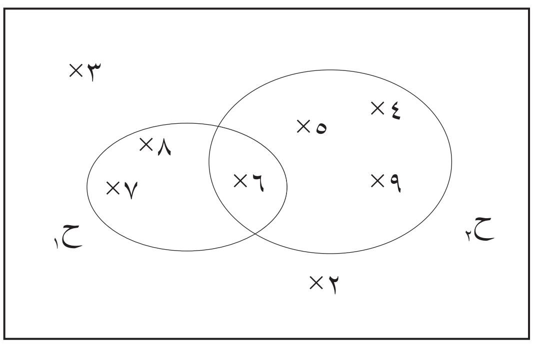
٣) إذا كان ل(ح$_1$) = ٢ل(ح$_2$) وكان ل(ح$_1$ $\cup$ ح$_2$) = ٠,٧، ل(ح$_1$ $\cap$ ح$_2$) = ٠,٣،
أجد: ل(ح$_1$) ، ل(ح$_2$).

٤) سُحِبَتْ بطاقةٌ عشوائيّاً من صندوق يضمُّ ٨ بطاقاتٍ مرقّمة بالأرقام: ١ إلى ٨، فإذا كان
ح$_1$: يمثّلُ ظهورَ عددٍ أوّلي.
ح$_2$: يمثّلُ ظهورَ مربعِ عددٍ طبيعيّ.
ح$_3$: يمثّل ظهورَ عددٍ أكبر من ٣.
أجدُ كلًّا من: ل(ح$_1$ $\cup$ ح$_2$)، ل(ح$_2$ $\cup$ ح$_3$)، ل(ح$_1$ $\cup$ ح$_3$).

٥) معتمداً على التمثيل المجاور،
أجد الآتي:

أ) ل(ح$_1$ $\cap$ ح$_2$)

ب) ل(ح$_1$ $\cup$ ح$_2$)



Ω

مهمة تعليمية :

يُرادُ اختيارُ حرفٍ عشوائيّاً من مجموعة بطاقاتٍ كُتبتْ عليها الحروف:
س، ل، ق، د، ت، ف، ط، ي، ن، و، ب، ر، ا.أجد ح$_1$ $\cap$ ح$_2$، ح$_1$ $\cup$ ح$_2$:

٤-٦ احتمال المتمّمة لحادث والفرق بين حادثيْن

أتعلّم: إذا كان ح حادثاً في فضاءٍ عينيّ، فإنّ ل($\overline{ح}$) هو احتمال متمّمة الحادث ح، والذي يعني أيضاً احتمال عدم حدوث الحادث ح، وأنّ: ل(ح) + ل($\overline{ح}$) = ١
أي أنّ: ل($\overline{ح}$) = ١ − ل(ح)

نشاط ١:

لدى إلقاءِ قطعةِ نقدٍ منتظمة ثلاث مرات، ما احتمال ظهور الصورة مرة واحدة على الأقل؟

أفرضُ ح : حادث ظهور الصورة مرة واحدة على الأقل.

ومنها $\overline{ح}$: عدم ظهور أيّ صورة

ومنها $\overline{ح}$ = { ك ك ك }

ع(Ω) = ٨ (لماذا؟)

ومنها: ل($\overline{ح}$) = $\frac{١}{٨}$

ل(ح) = ١ − ل ($\overline{ح}$)

= ١ − $\frac{١}{٨}$ = ...

نشاط ٢:

إذا كان ل (ح$_١$) = ٠,٤ ، ل (ح$_٢$) = ٠,٦ ، ل(ح$_١$ ∩ ح$_٢$) = ٠,٣، أجد:

أ) احتمال حدوث ح$_١$

ب) احتمال عدم حدوث ح$_٢$.

جـ) احتمال عدم حدوث الحادثين ح$_١$، ح$_٢$ معاً .

أ) احتمال حدوث ح$_١$ = ١ − ل(ح$_١$) = ١ − ... = ٠,٦

ب) احتمال عدم حدوث ح$_٢$ = ل(ح$_٢$)

= ١ − ل (ح$_٢$) = ١ − ... = ...

جـ) احتمال عدم حدوث الحادثين ح$_١$، ح$_٢$ معاً = ل(ح$_١$ ∩ ح$_٢$) (لماذا؟)

= ١ − ل(ح$_١$ ∩ ح$_٢$)

= ١ − ... = ٠,٧

أتعلَّمُ: إذا كان $ح_١$، $ح_٢$، حادثين في فضاء عيني، فإنّ احتمال حدوث $ح_١$ وعدم حدوث $ح_٢$ التي تُكتب على الصورة ل$(ح_١ - ح_٢)$، يمكن أنْ تُحسب من القاعدة:

ل$(ح_١ - ح_٢)$ = ل $(ح_١)$ − ل $(ح_١ \cap ح_٢)$

وبالمثل فإنّ: ل$(ح_٢ - ح_١)$ = ل $(ح_٢)$ − ل $(ح_١ \cap ح_٢)$.

نشاط٣:

إذا كانت Ω = { ١، ٢، ٤، ٥، ٦، ٨، ٩ }، وكان $ح_١$ = { ١، ٢، ٤، ٥، ٨ }، $ح_٢$ = { ٢، ٥، ٦، ٩ }، أجد $ح_١ - ح_٢$ ، ثم أكمل:

$ح_١ - ح_٢$ يعني حدوث $ح_١$ وعدم حدوث $ح_٢$ ؛ أي العناصر الموجودة في $ح_١$ وغير موجودة في $ح_٢$ ومنها: $ح_١ - ح_٢$ = { ١، ٤، ٨ } (لماذا؟)

ل $(ح_١ - ح_٢) = \frac{٣}{٧}$

$ح_١ \cap ح_٢$ = { ٢، ٥ } ومنها: ل $(ح_١ \cap ح_٢)$ = ...

ل $(ح_١)$ − ل $(ح_١ \cap ح_٢) = \frac{...}{٧} - \frac{٢}{٧}$

$= \frac{٣}{٧}$

ألاحظ أنّ: ل $(ح_١ - ح_٢)$ = ل $(ح_١)$ − ل $(ح_١ \cap ح_٢)$

نشاط٤:

يحتوي صندوق على سبع كراتٍ مرقّمةٍ بالأرقام ٢، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨، ٩، يريد حمزة سحب كرةٍ من الصندوق عشوائياًّ، فإذا كان الحادث ح$_{١}$ يمثل ظهور رقمٍ يقبل القسمة على ٢، وكان الحادث ح$_{٢}$ يمثل ظهور رقمٍ أكبر من ٤، أجد: ل(ح$_{١}$ − ح$_{٢}$)، ل(ح$_{٢}$ − ح$_{١}$).

ح$_{١}$ = { ٢، ٤، ....، ٨ }، ومنها: ل(ح$_{١}$) = $\frac{٤}{٧}$

ح$_{٢}$ = { ٥، ٦، ٧، ٨، ٩ } ، ومنها: ل(ح$_{٢}$) = $\frac{...}{٧}$

ح$_{١}$ $\cap$ ح$_{٢}$ = { ٦، ٨ } ، ومنها: ل(ح$_{١}$ $\cap$ ح$_{٢}$) = $\frac{...}{٧}$

ل(ح$_{١}$ − ح$_{٢}$) = ل (ح$_{١}$) − ل (ح$_{١}$ $\cap$ ح$_{٢}$)

= $\frac{٤}{٧}$ − $\frac{٢}{٧}$

= ...

ل(ح$_{٢}$ − ح$_{١}$) = ل (ح$_{٢}$) − ل (ح$_{١}$ $\cap$ ح$_{٢}$)

= $\frac{٥}{٧}$ − $\frac{...}{٧}$

= $\frac{٣}{٧}$

تمارين ومسائل:

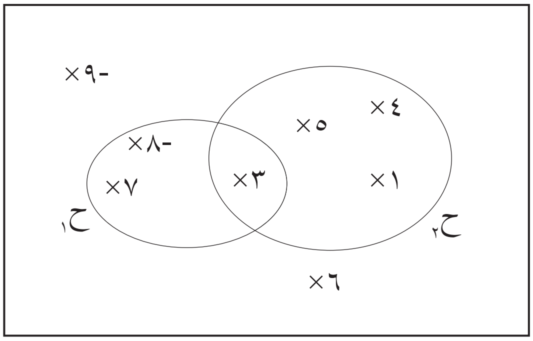
١) معتمداً على الشكل المجاور، أجد كلًّا ممّا يأتي :

أ) ل($\overline{ح_{١}}$)

ب) ل($\overline{ح_{٢}}$)

جـ) ل($ح_{١} - ح_{٢}$)

د) ل($ح_{٢} - ح_{١}$)



Ω

٢) إذا كان احتمالُ نجاحِ رؤى في امتحان الرياضيّات ٠,٩، واحتمالُ نجاحِها في امتحان اللغة العربيّة ٠,٨٥، واحتمالُ نجاحِها في المبحثين معاً ٠,٨، أجد كلًّا ممّا يأتي:

أ) احتمال عدم نجاح رؤى في الرياضيات.

ب) احتمال نجاحها في الرياضيات، وعدم نجاحها في اللغة العربية.

جـ) احتمال عدم نجاحها في المبحثين معاً.

٣) إذا كان ل ($ح_{١}$) = ٠,٥ ، ل ($ح_{٢}$) = ٠,٦، ل($ح_{١} \cap ح_{٢}$) = ٠,٣، أجد:

أ) احتمال عدم حدوث $ح_{١}$.

ب) احتمال حدوث $ح_{٢}$.

جـ) احتمال عدم حدوث الحادثين $ح_{١}$، $ح_{٢}$ معاً.

مهمة تعليمية :

استطلع المعلم آراء ٣٦ طالباً من طلاب الصف الثامن حول طبيعة الألعاب الرياضيّة التي يفضلون ممارستها، فوجد أنّ: ٢٠ طالباً يفضّلون الألعاب الجماعيّة، و١٠ طلاب يفضّلون ممارسة الألعاب الفرديّة، و ٦ طلاب يفضلون ممارسة النوعيْن من الألعاب. إذا تمّ اختيار طالب عشوائيّاً، فما احتمال أن يكون هذا الطالب:

أ) لا يفضّلُ ممارسة الألعاب الجماعيّة؟

ب) يفضّلُ ممارسة الألعاب الفردية، ولا يفضل ممارسة الألعاب الجماعيّة؟

جـ) يفضلُ ممارسة الألعاب الجماعيّة، ولا يفضل ممارسة الألعاب الفردية؟

ورقة عمل

س١ أضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة في الفقرات (١-٤):

١) ما قياس زاوية الارتفاع لسلم طوله (١٤) م، وُضع بشكل مائل على حائط طوله (٧) م؟

أ) ٣٠°   ب) ٦٠°   جـ) ٤٥°   د) ٧٠°

٢) إذا كان احتمال نجاح طالب في امتحان علوم يساوي 3 أمثال رسوبه فيه، واحتمال نجاحه في امتحان رياضيات يساوي $\frac{١}{٤}$ ، واحتمال نجاحه في الامتحانين معاً يساوي $\frac{١}{٨}$ ، ما احتمال نجاحه في أحد الامتحانين؟

أ) $\frac{٣}{٨}$.   ب) $\frac{١}{٤}$ جـ) $\frac{١}{٢}$ د) $\frac{٣}{٤}$

٣) في تجربة رمي حجري نرد منتظمين، وملاحظة العدد الظاهر على الوجه العلوي، ما احتمال أن يكون العددان الظاهران مختلفين؟

أ) $\frac{١}{٣٦}$.   ب) $\frac{٦}{٣٦}$.   جـ) $\frac{١٨}{٣٦}$.   د) $\frac{٣٠}{٣٦}$

٤) أي الآتي تساوي جا ٢٥°؟

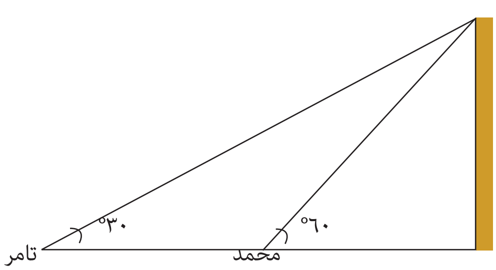
أ) جتا ٢٥°   ب) جتا ٦٥°   جـ) جا ٦٥°   د) ظا ٦٥°

س٢: في تجربة إلقاء قطعة نقد، ثم رمي حجر نرد مرة واحدة وملاحظة الوجهين الظاهرين ، وكان $ح_{١}$: حادث ظهور صورة مع عدد زوجي. $ح_{٢}$: حادث ظهور صورة مع عدد أولي. أجد: ل $(ح_{٢} - ح_{1})$.

س٣: يقف محمد وتامر أمام البرج، كما هو موضح في الشكل المجاور، حيث يبعد محمد عن قاعدة البرج (٣٠) متراً، انظر الشكل ثم جد ما يأتي:

١ - ارتفاع البرج.

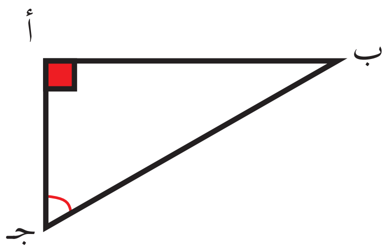
٢ - المسافة بين محمد و تامر.



اختبار ذاتي

١) أضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة:

١) أ ب جـ مثلّثٌ قائمُ الزّاويةِ في أ، أَيُّ الآتيةِ تُمَثِّلُ جاجـ؟



أ) $\frac{\text{أب}}{\text{أجـ}}$ ب) $\frac{\text{أجـ}}{\text{أب}}$

جـ) $\frac{\text{أب}}{\text{ب جـ}}$ د) $\frac{\text{أجـ}}{\text{ب جـ}}$

٢) أيُّ الآتيةِ يُمكنُ أنْ يُمَثِّلَ جيبَ تمامِ زاويةٍ حادّة؟

أ) صفر ب) ٠,٨٩ جـ) ١ د) ٢

٣) أيُّ الآتيةِ تساوي جا٤٠°؟

أ) جتا٤٠° ب) جا٥٠° جـ) جتا٥٠° د) ظا٥٠°

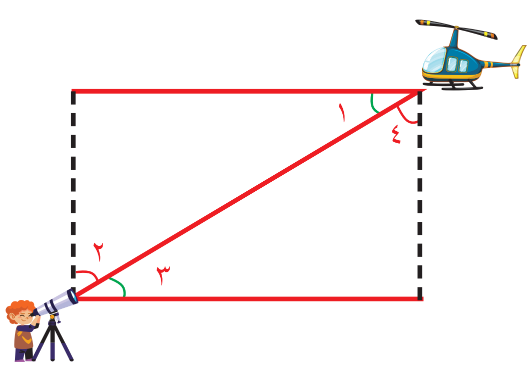
٤) ما قيمةُ حا^{٢}٤٥° ؟

أ) ٠,٢٥ ب) ٠,٥ جـ) ٠,٧٥ د) ١

٥) في الشّكْلِ الآتي، ما الزّاويةُ الّتي تُمَثِّلُ زاوية ارتفاعَ المروحيّة؟

أ) ∡ ١ ب) ∡ ٢

جـ) ∡ ٣ د) ∡ ٤



٦) لدى إلقاء قطعة نقد منتظمة مرتين، ما احتمال ظهور الصورة في رمية واحدة فقط من هاتين الرميتين؟

أ) ٠,٢٥ ب) ٠,٥ جـ) ٠,٧٥ د) ١

٧) إذا كانت ع(Ω) = ١٠، وكان ح = { ٣ ، ٤ ، ٥ }، فما قيمة ع ($\overline{\text{ح}}$)؟

أ) ٠,٣ ب) ٠,٧ جـ) ٣ د) ٧

٨) إذا كان ل(ح$_١$) = ل(ح$_٢$)، فأيّ العبارات الآتية دائماً صحيحة؟

أ) ح$_١$ = ح$_٢$ ب) ح$_١$، ح$_٢$ منفصلين

جـ) ح$_١$ − ح$_٢$ ≠ Ø د) ل($\overline{\text{ح}_١}$) = ل($\overline{\text{ح}_٢}$)

٩) عائلة مكونة من أربعة أطفال، ما احتمال أن يكون لديها ٤ أطفال ذكور؟

أ) $\frac{١}{٢}$ ب) $\frac{١}{٤}$ جـ) $\frac{١}{٨}$ د) $\frac{١}{١٦}$

١٠) إذا كان ل(ح$_١$) = ٠,٣، ل(ح$_٢$) = ٠,٤، وكان ح$_١$ ، ح$_٢$ منفصلين، فأي العبارات الآتية خاطئة؟

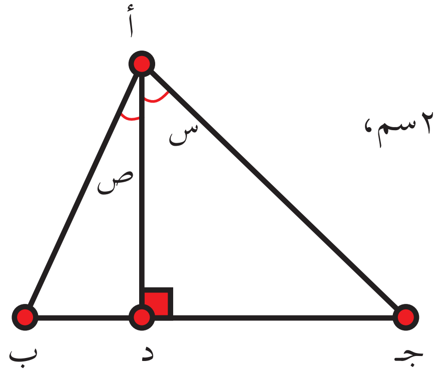
أ) ل(ح$_١$ − ح$_٢$) = ٠,٣ ب) ل(ح$_٢$ − ح$_١$) = ٠,٤

جـ) ل(ح$_١$ ∪ ح$_٢$) = ٠,٧ د) ل ($\overline{\text{ح}_١ \cap \text{ح}_٢}$) = صفر

٢) المثلّثُ أ ب جـ، فيه أ د عموديٌّ على ب جـ، حيثُ إنّ:

أ جـ = ٢٠سم، أ ب = ١٥ سم، أ د = ١٢سم ، ب جـ = ٢٥سم،

ب د = ٩ سم ، أَجِدُ:



أ) جاس

ب) ظاص

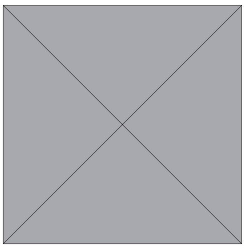
جـ) جاب

د) جتاجـ

٣) أَجِدُ قيمةَ كُلٍّ من الآتية، دونَ استخدامِ الآلَةِ الحاسبة:

أ) ظا٤٥° + جا٣٠°

ب) جتا٣٣° - جا٥٧°

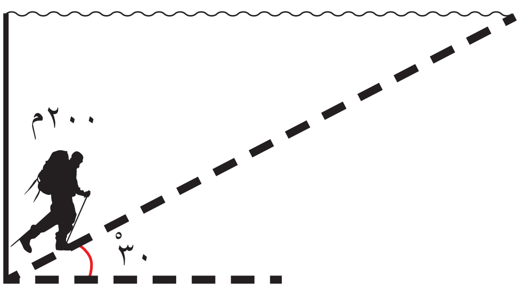


٤) أَجِدُ كُلّاً من الآتية:

أ) جتا٦٣°

ب) جا٢٤°

جـ) ظا٨٠°



٥) يريدُ رياضِيٌّ تَسَلُّقَ منحدرٍ، ارتفاعُ قِمَّتِه ٢٠٠م عن نقطة انطلاقه، حيثُ يمشي في مسارٍ مائلٍ بزاويةٍ مقدارُها ٣٠°، كما في الشّكْلِ المجاور، فما طولُ المسارِ الَّذي سيسلكُهُ الرّياضِيُّ حتّى يَصِلَ إلى قِمَّةِ المَنْحَدَرِ؟

٦) في تجربة رمي حجر نرد منتظم مرة واحدة، إذا كان ح$_{١}$: حادث ظهور عدد أقل من ٤، ح$_{٢}$: حادث ظهور عدد زوجي، فما احتمال ظهور عدد أقل من ٤، أو ظهور عدد زوجي؟

٧) إذا كان ح$_{١}$، ح$_{٢}$ حادثين منفصلين، وكان ل(ح$_{١}$) = ٠,٧، ل(ح$_{٢}$) = ٠,٢، أجد:

أ) ل(ح$_{١}$ $\cup$ ح$_{٢}$)

ب) ل$\overline{(\text{ح}_{١} \cup \text{ح}_{٢})}$.

٨) إذا كان ل($ح_١$) = ٤ل($ح_٢$)، وكان ل($ح_١ \cup ح_٢$) = ٠,٧٥، أجد ل($ح_١$)، ل($ح_٢$)، علماً بأنّ $ح_١$، $ح_٢$، حادثان منفصلان.

٩) إذا كان $ح_١$، $ح_٢$ حادثين في فضاء عيني، وكان ل($ح_١$) = ٠,٦٥، ل($ح_٢$) = ٠,٥٥، ل($ح_١ \cap ح_٢$) = ٠,٢، أجد:

أ) ل($ح_٢$) ب) ل($\overline{ح_١}$ − $ح_٢$) جـ) ل($ح_١ \cup ح_٢$).

١٠) أقيّم ذاتي: أكمل الجدول الآتي:

المهارة	مرتفع	متوسط	دون المتوسط
إيجاد النِّسَب المُثَلَّثِيّة الأَساسيّة لأيّ زاوية حادّة.			
استخدام الآلة الحاسبة في إيجاد النِّسَب المُثَلَّثِيّة لزاوية حادّة.			
تَعَرُّف العَلاقة بين جيب الزّاوية وجيب تمام متمِّمتها.			
استنتاج النِّسَب المُثَلَّثِيّة لزوايا خاصّة.			
توظيف النِّسَب المُثَلَّثِيّة وزوايا الارتفاع والانخفاض في حلّ مسائلَ حياتيّة.			
إيجاد احتمال حادث في تجربة عشوائية.			
إيجاد احتمال الاتحاد لأي حادثين.			
إيجاد احتمال متممة حادث.			
إيجاد احتمال الفرق بين حادثين.			
توظيف الاحتمالات في حل مسائل حياتية.			