| | | |
|---|---|---|
| دولة فلسطين<br>وزارة التربية والتعليم<br>المركز الوطني للامتحانات والقياس والتقويم التربوي<br>الإدارة العامة للامتحانات العامة<br>الفرع العلمي<br>المبحث: الرياضيات<br>الورقة: --<br>الجلسة: -- | بسم الله الرحمن الرحيم<br><br>امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة<br>الدورة الاستكمالية - لعام ٢٠٢٣م | State Of Palestine<br>Ministry of Education<br>N. C. of Exam. Assess & Edu Evaluation<br>D. G. of General Examinations<br>اليوم: السبت<br>التاريخ: ٠٩/ ١٢/ ٢٠٢٣م<br>مدة الامتحان: ثلاثة ساعات<br>مجموع العلامات: (٢٠٠) علامة |

**ملاحظة: عدد أسئلة الورقة (سبعة) أسئلة، أجب عن (خمسة) منها فقط، على أن يكون السؤال الأول إجبارياً.**

**السؤال الأول: (٤٠ علامة)**

يتكون هذا السؤال من (١٠) فقرات من نوع اختيار من متعدد، من أربعة بدائل، اختر البديل الصحيح، ثم انقله إلى دفتر الإجابة:

١) ما قيمة جـ التي تعينها نظرية القيمة المتوسطة للاقتران $ن(س) = س^٢ - ٥س$ ، في الفترة $[٠ ، ٤]$؟

| | |
|---|---|
| ٢ | ٣ |
| ٦ | ٨ |

٢) إذا كان $ن(س) = \sqrt{٤ - س^٢}$ ، $س \in [-١ ، ٢]$ ، فما قيمة س التي يكون للاقتران ن(س) عندها قيمة عظمى مطلقة؟

| | |
|---|---|
| −١ | صفر |
| ١ | ٢ |

٣) إذا كان $ن(س) = س^٤ + أ س^٣ - ٢$ ، وكان $ن^{(٣)}(١) = ١٢$ ، فما قيمة الثابت أ؟

| | |
|---|---|
| −٢ | ٢ |
| ٤ | ٦ |

٤) إذا علمت أن $ص = هـ^س - لـو س$ ، $س > ٠$ ، ما ميل المماس عندما $س = ١$ ؟

| | |
|---|---|
| (هـ) | (هـ − ١) |
| ١ | (صفر) |

٥) إذا كان $ص = ن^٢ + ٥ن$ وكان $\left.\frac{دن}{دس}\right|$ = ٢، فما قيمة $\left.\frac{دص}{دس}\right|$ ؟

| | |
|---|---|
| ١٤ | ١٢ |
| −١٢ | −١٤ |

٦) إذا كانت $أ = \begin{bmatrix} ٢ & -١ \\ س & ٣ \end{bmatrix}$ بحيث $|٣أ| = ١٨$ ، فما قيمة س ؟

| | |
|---|---|
| −٤ | ٤ |
| ١٢ | صفر |

٧) إذا كانت $ب = \begin{bmatrix} ٣ & ٥ \\ ١ & ٢ \end{bmatrix}$ ، فما قيمة $ب^{-١}_{٢١}$ ؟

| | |
|---|---|
| −٣ | $\frac{٣}{٢}$ |
| −٢ | ٢ |

٨) إذا كان ق(س) إقتراناً أصلياً للاقتران ن(س) المتصل على مجاله، حيث ق(س) = $\frac{٢}{٣}$ س + اس + ٥ ،وكان ن(١) = ٣،فما قيمة الثابت ا؟

| | |
|---|---|
| -٣ | -١ |
| ١ | ٢ |

٩) إذا كان ∫ (ن(س) + ٥)دس = ٧ ، فما قيمة ∫ ن(س)دس ؟

| | |
|---|---|
| -٨ | -٢٢ |
| ٨ | ٢٢ |

١٠) ما قيمة ∫ |س − ٣|دس ؟

| | |
|---|---|
| $\frac{١٣}{٢}$ | $\frac{١٥}{٢}$ |
| ١٣ | ١٥ |

<u>السؤال الثاني: (٤٠ علامة)</u>

أ) استخدم طريقة كريمر لحل نظام المعادلات الآتي: (١٣ علامة)

٧س + ٤ص = ٨

− ٥س + ص = ٢

ب) إذا كان ن(س) = { ٣س² + ١ ، ٠ ≤ س < ١ ؛ ٦س − ٢ ، ١ ≤ س ≤ ٣ } جد الاقتران المكامل ت(س)؟ (١٣ علامة)

ج) إذا كان ن(س) = اس + ب ، ا،ب ∈ ح ، بحيث ن(٣) = ٢ن(١) وكان متوسط تغير الاقتران ن(س) في الفترة [١، ٣] يساوي ٤، جد قيمة كل من الثابتين ا،ب (١٤ علامة)

<u>السؤال الثالث: (٤٠ علامة)</u>

أ) جد ∫ جا √(٥س + ١) دس ؟ (١٤ علامة)

ب) بين ان الاقتران ن(س) = |س² + س| يحقق شروط نظرية رول على الفترة [−١، ٠] ثم جد قيم/ة جـ التي تعينها النظرية. (١٤ علامة)

ج) إذا كان ن(س) = س³ − ٣س² − ٩س + ١٧ ، س ∈ [−١، ٥] جد القيم القصوى المطلقة للاقتران ن(س). (١٢ علامة)

<u>السؤال الرابع: (٤٠ علامة)</u>

أ) ق(س) = هـ^س + $\frac{س^٢ + ن(س)}{ع(س)}$ وكان ن(١) = ٣ ، ن′(١) = ٥ ، ع(١) = ٦ ، ع′(١) = ٢ ، ع″(١) = −٣ فما قيمة ق′(١) ؟ (٢٠ علامة)

ب) ما مساحة أكبر مستطيل يمكن احاطته بسياج طوله ١٦ م؟ (٢٠ علامة)

**السؤال الخامس: (٤٠ علامة)**

أ) إذا كان عدد عناصر التجزئة المنتظمة $\sigma$ للفترة [أ، ب] هو (١٣) وكانت الفترة الجزئية السادسة $\left[\frac{١٧}{٢} ، \frac{٢٠}{٢}\right]$ جد كلا من الثابتين أ، ب؟ (٢٠ علامة)

ب) من نقطة على سطح الأرض قذف جسم رأسيا الى اعلى، فإذا كان ارتفاعه بالأمتار بعد ن من الثواني يعطى بالعلاقة ف = ٦٠ن − ١٠ن٢ فجد: (٢٠ علامة)

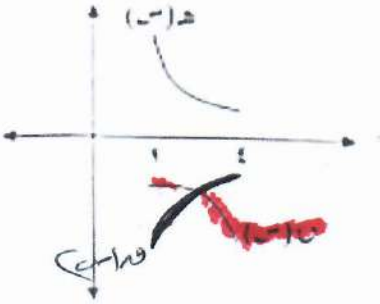
١. اقصى ارتفاع يصل اليه الجسم

٢. سرعة الجسم وهو نازل عندما يكون على ارتفاع ٥٠ م

**السؤال السادس: (٤٠ علامة)**

أ) إذا كان ق(س) إقترانا أصلياً للاقتران ن(س)، وكان منحنى ق(س)، (بحيث ق(س) > صفر) يمر بالنقطة (٠، هـ) بحيث س ن(س) = ٢س ق(س) − ن(س) ق(س) أبين أن ق(٤) − ق(٣) = ٧هـ (٢٠ علامة)

ب) الشكل أدناه يمثل منحنيي الاقترانين ن(س)، هـ(س) في الفترة [١، ٤]. إذا كان ك(س) = هـ(س) ن(س)، بين أن ك(س) مقعر للأسفل في ]١، ٤[ . (٢٠ علامة)




**السؤال السابع: (٤٠ علامة)**

أ) عند تعويض جاس = س في $\int \frac{س^{٢}}{\sqrt{١ - س^{٢}}}$ دس، بين أن قيمة التكامل هي $\frac{\pi}{٦} + \int$ جتا٢ س دس؟ (٢٠ علامة)

ب) اذا كانت $\lim\limits_{س \to ٠} \frac{هـ^{س} - ١}{جاس}$ = ك، وكانت $\lim\limits_{س \to ١} \frac{ن(٣س - ٥) + ٢}{٣جتا\left(\frac{\pi}{٢}س\right)}$ = ل ، جد قيمة ك×ل علما بأن

ن(−٢) = −٢ ، ن′(−٢) = −٩. (٢٠ علامة)

انتهت الأسئلة

اجابة امتحان الدورة الاستكمالية ٢٠٢٢

س١ : ١) حد اساس الحد الثاني $ص = \frac{٠+٤}{٢} = ٢$

$ح = ٢$

٢) $ق(س) = \frac{-٢س}{٣\sqrt[٣]{(٤-س^٢)^٢}}$ ، $-٢س = ٠$ ، $س = ٠$

اصفار المجال $-٢ ، ٠ ، ٢$

$ق(-١) = \sqrt[٣]{٤-١} = \sqrt[٣]{٣}$

$ق(٠) = \sqrt[٣]{٤-٠} = \sqrt[٣]{٤}$ ← عظمى مطلقة $س = ٠$

$ق(٢) = \sqrt[٣]{٤-٤} = ٠$

٣) $ق(س) = ٤س^٣ + ٣أس^٢$

$ق'(س) = ١٢س^٢ + ٦أس$

$ق''(س) = ٢٤س + ٦أ$

$ق''(١) = ٢٤ + ٦أ = ١٢$ ← $٦أ = -١٢$ ← $أ = -٢$

٤) $ص = هـ^س - لو س$ ← $\frac{دص}{دس} = هـ^س - \frac{١}{س}$

$\left.\frac{دص}{دس}\right|_{س=١} = هـ - \frac{١}{١} = هـ - ١$

٥) $ص = ع^٢ + ٥ع$ ، $\frac{دع}{دس} = ٢$ ، $\frac{دص}{دع} = ٢ع + ٥$

$\frac{دص}{دس} = \frac{دص}{دع} \times \frac{دع}{دس}$

$= (٢ع + ٥) \times ٢$ عند $ع = ١$

$= (٢(١) + ٥) \times ٢ = ١٤$

٦) $|٣أ| = ١٨$ ← $٣^٢|أ| = ١٨$ ← $|أ| = ٢$

$|أ| = ٦ + س$ ← $٦ + س = ٢$ ← $س = -٤$

٧) $|ب| = ٦ - ٥ = ١$ ← $ب^{-١} = \begin{bmatrix} -٥ & ٢ \\ ٣ & -١ \end{bmatrix}$ ⇐ $ب_{٢٢}^{-١} = ٣$

(٨) $ق(س) = م'(س) = ٢س^{٤} + جـ$

$ق(١) = ٣ \leftarrow ٣ = ٢ + جـ \leftarrow جـ = ١$

(٩) $\int_{-1}^{2} (ق(س) + ٥)\, دس = ٧ \Leftarrow \int_{-1}^{2} ق(س)\, دس + ٥(٢+١) = ٧$

$\therefore \int_{-1}^{2} ق(س)\, دس = ٧ - ١٥ = -٨$

$\Leftarrow \int_{2}^{-1} ق(س)\, دس = ٨$

(١٠) $\int_{-1}^{2} |س - ٣|\, دس = \int_{-1}^{2} (-س + ٣)\, دس$

$-س + ٣ \quad ٣ \quad س - ٣$

$= \left. \frac{-س^{2}}{٢} + ٣س \right|_{-1}^{2} = \left(\frac{-٤}{٢} + ٦\right) - \left(\frac{-١}{٢} - ٣\right) = ٤ + \frac{٧}{٢} = \frac{١٥}{٢}$

س٤ : (أ) $٧س + ٤ص = ٨$

$-٥س + ص = ٢$

$$\begin{bmatrix} ٧ & ٤ \\ -٥ & ١ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٨ \\ ٢ \end{bmatrix}$$

$← |أ| = ٧ + ٢٠ = ٢٧$

$$|أس| = \begin{vmatrix} ٨ & ٤ \\ ٢ & ١ \end{vmatrix} = ٨ - ٨ = ٠$$

$$|أص| = \begin{vmatrix} ٧ & ٨ \\ -٥ & ٢ \end{vmatrix} = ١٤ + ٤٠ = ٥٤$$

$$\therefore س = \frac{|أس|}{|أ|} = \frac{٠}{٢٧} = ٠$$

$$ص = \frac{|أص|}{|أ|} = \frac{٥٤}{٢٧} = ٢$$

(ب) $$ق'(س) = \begin{cases} ٣س^٢ + ١ & ، ٠ \le س < ١ \\ س - ٢ & ، ١ \le س \le ٣ \end{cases}$$

$$ق(س) = \begin{cases} \int (٣س^٢ + ١) \, دس & ، ٠ \le س < ١ \\ \int (س - ٢) \, دس & ، ١ \le س \le ٣ \end{cases}$$

$$ق(س) = \begin{cases} س^٣ + س + جـ & ، ٠ \le س < ١ \\ \frac{س^٢}{٢} - ٢س + د & ، ١ \le س \le ٣ \end{cases}$$

$ق(٠) = ٠ ← جـ = ٠$

ق(س) متصل $← ق(١)^- = ق(١)^+$

$← ١ + ١ = ٢ - ٢ + د ← د = ١$

$$ق(س) = \begin{cases} س^٣ + س & ، ٠ \le س < ١ \\ \frac{س^٢}{٢} - ٢س + ١ & ، ١ \le س \le ٣ \end{cases}$$

س

(ج) ∵ ن(س) = أس + ب ، ن(٣) = ٢ن(١)

م.ت ن(س) = Δن / Δس = ٤ ⟸ (ن(٣) − ن(١)) / (٣ − ١)

٨ = ٢ن(١) − ن(١) ⟸ ن(١) = ٨

∴ ن(٣) = ١٦

ن(١) = أ + ب ⟸ أ + ب = ٨ ——— ①

ن(٣) = ٣أ + ب ⟸ ٣أ + ب = ١٦ ——— ②

② − ① ⟸ ٢أ = ٨ ⟸ أ = ٤

① ⟸ ٤ + ب = ٨ ⟸ ب = ٤

أو بما أن متوسط التغير = ٤ ⟸ أ = ٤

لأن معامل س هو الميل

⟸ ن(س) = ٤س + ب

ن(٣) = ٢ن(١)

١٢ + ب = ٢(٤ + ب) ⟸ ١٢ + ب = ٨ + ٢ب

ب = ٤

س٣ (أ) ∫ جا √(٥س + ١) دس

ص = √(٥س + ١)
ص٢ = ٥س + ١
٢ص دص = ٥ دس
$\boxed{\text{دس} = \tfrac{٢}{٥}\ \text{ص دص}}$

= ∫ جا ص × ٢/٥ ص دص

= ٢/٥ ∫ ص جا ص دص

ع = ص ، دع = دص
دهـ = جا ص دص ، هـ = − جتا ص

= ٢/٥ (− ص جتا ص + ∫ جتا ص دص)

= ٢/٥ (− ص جتا ص + جا ص) + جـ

= ٢/٥ (− √(٥س+١) جتا √(٥س+١) + جا √(٥س+١)) + جـ

(ب) ق(س) = |س٢ + س| ، س ∈ [−١، ٠]

نعيد تعريف |س٢ + س| ، س ∈ [−١، ٠]

س٢ + س = س(س + ١) = ٠

س = ٠ ، س = −١

س٢ + س ، −س٢ − س ، س٢ + س
+ ، −١ ، − ، ٠ ، +

∴ ق(س) = −س٢ − س

١) ق(س) متصل على الفترة المغلقة [−١، ٠]

٢) قَ(س) = −٢س − ١ قابل للاشتقاق على ]−١، ٠[

٣) ق(−١) = ٠

ق(٠) = ٠

∴ تتحقق شروط رول ∃ جـ ∈ ]−١، ٠[

حيث قَ(جـ) = ٠ ∴ −٢جـ − ١ = ٠

−٢جـ = ١ ∴ جـ = ½ ∈ ]−١، ٠[

س٢ (ج) ق(س) = س³ − ٣س² − ٩س + ١٧ متصل كثير حدود

قَ(س) = ٣س² − ٦س − ٩

= ٣(س² − ٢س − ٣)

= (س − ٣)(س + ١) ⟸ س = ٣ ∈ [−١، ٥]

س = −١ ∉ ]−١، ٥[

قَ غ.م عند س = −١، ٥

∴ قيم س الحرجة −١، ٣، ٥

ق(−١) = (−١)³ − ٣(−١)² − ٩(−١) + ١٧

= −١ − ٣ + ٩ + ١٧ = ٢٢ عظمى مطلقة

ق(٣) = ٢٧ − ٢٧ − ٢٧ + ١٧ = −١٠ صغرى مطلقة

ق(٥) = ١٢٥ − ٧٥ − ٤٥ + ١٧ = ٢٢ ← عظمى مطلقة

س٤ (أ) م(س) = هـ^٢س + (س² + ق(س)) / ع(س)

مَ(س) = ٢هـ^٢س + [ع(س)(٢س + قَ(س)) − (س² + ق(س)) × عَ(س)] / (ع(س))²

مَ(١) = ٢هـ² + [ع(١)(٢ + قَ(١)) − (١ + ق(١)) عَ(١)] / (ع(١))²

= ٢هـ² + [٢(٢ + ٥) − (١ + ٣) × −٣] / ٢

= ٢هـ² + (١٤ − −١٢) / ٢

= ٢هـ² + ١٣

س٤ (ب) طول السياج = ١٦

الطول = س

العرض = ص

٢س + ٢ص = ١٦

س + ص = ٨

ص = ٨ - س

م المستطيل = س × ص

= س (٨ - س)

م = ٨س - س² ⟸ م' (س) = ٨ - ٢س

٠ = ٨ - ٢س ⟸ س = ٤

م'' (س) = -٢ ⟸ م'' (٤) = -٢ < ٠

∴ عند س = ٤ توجد عظمى مطلقة لأنها وحيدة

ص = ٤

م المستطيل = ٤ × ٤ = ١٦ م²

س ④ عدد عناصر التجزئة ن + ١ = ١٣ ← ن = ١٢

[س٥ ، س٦] = [١٧/٢ ، ٢٠/٢] ⇐ س٥ = ١٧/٢ ، س٦ = ٢٠/٢

طول الفترة الجزئية = ٢٠/٢ − ١٧/٢ = ٣/٢

س٥ = أ + ٥ه ← ١٧/٢ = أ + ٣/٢ × ٥ ← أ = ١٧/٢ − ١٥/٢ = أ

∴ أ = ٢/٢ = ① ← أ = ١

ه = (ب − أ)/ن ⇐ ٣/٢ = (ب − ١)/١٢ ⇐ ١٨ = ب − ١

ب = ١٩

⑤ ف = ٦٠ن − ١٠ن²

① ع = ٦٠ − ٢٠ن

٠ = ٦٠ − ٢٠ن ← ن = ٣

ف(٣) = ٦٠ × ٣ − ~~١٠~~(٣)²

= ~~١٨٠~~ − ٩٠ = ٩٠م

② ف = ٥٠ ← ٥٠ = ٦٠ن − ١٠ن²

٠ = ١٠ن² − ٦٠ن + ٥٠ ÷/١٠

٠ = ن² − ٦ن + ٥

٠ = (ن − ٥)(ن − ١) ← ن = ٥ / ن = ١

الجسم يكون عندما ن = ٥ هابط (نازل)

ع = ٦٠ − ٢٠(٥)

= ٦٠ − ١٠٠

= −٤٠ م/ث

س٦ : (أ) س٢ ق(س) = ٢س م(س) - ق(س)

س٢ ق(س) + ق(س) = ٢س م(س)

ق(س) (س٢ + ١) = ٢س م(س)

$\frac{ق(س)}{م(س)} = \frac{٢س}{س^٢ + ١}$ بتكامل الطرفين

$\int \frac{ق(س)}{م(س)} \, دس = \int \frac{٢س}{س^٢ + ١} \, دس$

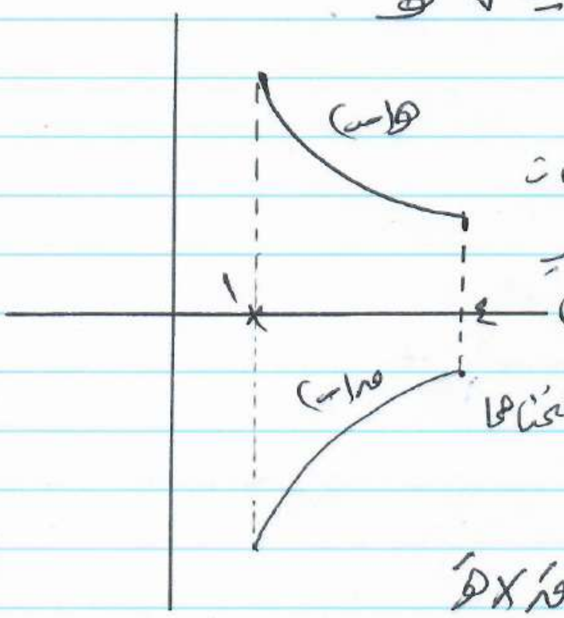
$لو_{هـ} م(س) = لو_{هـ} (س^٢ + ١) + جـ$ بالتعويض س = ٠

$لو_{هـ} م(٠) = لو_{هـ} ١ + جـ \Leftarrow لو_{هـ} هـ = لو_{هـ} ١ + جـ \Leftarrow$ (جـ = ١)

$\Leftarrow لو_{هـ} م(س) = لو_{هـ} (س^٢ + ١) + ١ \Leftarrow لو_{هـ} م(س) = لو_{هـ} (س^٢ + ١) + لو_{هـ} هـ$

$لو_{هـ} (س^٢ + ١) هـ = لو_{هـ} م(س) \Leftarrow م(س) = هـ (س^٢ + ١)$

م(٤) - م(٣) = هـ(١٧) - هـ(١٠) = ٧هـ




(ب) من الرسم نلاحظ أن

هـ(س) > ٠ فوق محور السينات | ق < ٠ تحت محور السينات

هـَ(س) < ٠ هـ متناقص | قَ > ٠ ق متزايد

هـً > ٠ هـ مقعر للأعلى | قً < ٠ ق مقعر للأسفل

ك(س) متصل حاصل ضرب اقترانين متصلين
مشتق

كَ(س) = ق × هـَ + هـ × قَ

كً(س) = ق × هـً + قَ × هـَ + هـ × قً + قَ × هـَ

$= (-)\times(+) + (-)\times(+) + (+)\times(-) + (+)\times(-)$

$= (-) + (-) + (-) + (-) = (-)$

كً(س) < ٠ ⇐ ك(س) مقعر للأسفل ]١، ٤[

س٧ (أ) $\int_{0}^{\frac{1}{2}} \frac{س^2}{\sqrt{1-س^2}}\, دس$

$س = جاص \quad دس = جتاص\, دص$ | $س = 0 \leftarrow ص = 0$ ، $س = \frac{1}{2} \leftarrow ص = \frac{\pi}{6}$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{6}} \frac{جا^2ص}{\sqrt{1-جا^2ص}} \times جتاص\, دص$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{6}} \frac{جا^2ص}{\sqrt{جتا^2ص}} \times جتاص\, دص$

$\sqrt{جتا^2ص} = |جتاص|$

لما $ص \in [0, \frac{\pi}{6}]$ تكون جتاص > ٠

$\therefore |جتاص| = جتاص$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{6}} \frac{جا^2ص}{\cancel{جتاص}} \times \cancel{جتاص}\, دص$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{6}} 1 - جتا^2ص\, دص = \int_{0}^{\frac{\pi}{6}} 1\, دص - \int_{0}^{\frac{\pi}{6}} جتا^2ص\, دص$

$= \frac{\pi}{6} + \int_{0}^{\frac{\pi}{6}} جتا^2ص\, دص$

(ب) $\lim_{س \to 0} \frac{هـ^{٤س} - 1}{جا٢س} = ك$ ، حسب لوبيتال $\leftarrow \lim_{س \to 0} \frac{٤هـ^{٤س}}{جتا٢س} = ك$

$\leftarrow \frac{٤هـ}{1} = ك \leftarrow \boxed{ك = ٤}$

$\lim_{س \to 1} \frac{(ظا^3(\frac{\pi}{4}س) - ٥) + ٢}{٣\, جتا(\frac{\pi}{2}س)} = ل \leftarrow$ حسب لوبيتال تكون لها؟

$= \lim_{س \to 1} \frac{٣\, ظا^2(\frac{\pi}{4}س)\, قا^2(\frac{\pi}{4}س)}{-٣\, جا(\frac{\pi}{2}س) \times \frac{\pi}{2}} \times \frac{\pi}{4} = \frac{-\,ق(-٢)}{جا\frac{\pi}{2}} \times \frac{2}{\pi}$

$ل = \frac{-(-٩)}{1} \times \frac{2}{\pi}$

$ل = \frac{18}{\pi}$

$\therefore ك \times ل = ٤ \times \frac{18}{\pi} = \frac{72}{\pi}$