كنوز الرياضيات

للصف الثاني الثانوي العلمي

الوحدة الثانية

تطبيقات التفاضل

أسئلة الثانوية العامة

حسب المنهاجين الفلسطيني والاردني

تصنيف وطباعة: أ. صالح قاروط.

وطنية : ٠٥٦٩٨٣٠١٩٥

جوال : ٠٥٩٩٨٣٠١٩٥

الدرس الاول : نظرية رول

(١٩٨٣) إذا كان الاقتران ق(س) = $\begin{cases} \text{س}^{٣} - ٣\text{س} &، ٠ \le \text{س} < ١ \\ \text{أس}^{٢} + \text{ب س} + \text{جـ} &، ١ \le \text{س} \le ٢ \end{cases}$ يحقق شروط نظرية رول على الفترة [٠،٢] فعين الثوابت أ،ب،جـ .

(١٩٨٤) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} ٤ - ٢\text{س} &، -١ \le \text{س} \le ١ \\ \text{س}^{٢} - ٥\text{س} + ٦ &، ١ < \text{س} \le ٥ \end{cases}$ ، فابحث في تحقق شروط نظرية رول على هذا الاقتران في الفترة [−١،٥] وهل توجد جذور للمعادلة ق $^{/}$(س) = صفر في الفترة المذكورة ، وضح ذلك .

(١٩٨٥) ليكن ق(س) = $\begin{cases} ٥ - \text{س}^{٢} &، -٣ \le \text{س} \le ١ \\ ٦ - ٢\text{س} &، ١ < \text{س} \le ٥ \end{cases}$ ابحث في تحقق شروط نظرية رول على هذا الاقتران في الفترة [−٣،٥] ثم عين قيمة / قيم جـ التي تعينها النظرية (ان وجدت) .

(١٩٨٧) ق(س) اقتران يحقق شروط نظرية رول على الفترة [أ،ب] بحيث أن ق(أ) = ق(ب) = صفر ، فإذا كان الاقتران هـ(س) = ٢س فاثبت أن الاقتران ق × هـ يحقق أيضا شروط نظرية رول على الفترة [أ،ب]

(١٩٩٠) إذا كان الاقتران ق(س) = $\begin{cases} \text{س}^{٣} - ٣\text{س} &، ٠ \le \text{س} < ١ \\ ٢\text{س}^{٢} - ٤\text{س} &، ١ \le \text{س} \le ٢ \end{cases}$ فابحث في تحقق شروط نظرية رول على هذا الاقتران في الفترة [٠،٢] ثم عين قيمة / قيم جـ التي تعينها النظرية (إن وجدت)

(١٩٩١) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} \text{س}^{٢} + ٤\text{س} + ٥ &، \text{س} < ١ \\ \frac{١٠}{\text{س}} &، \text{س} \ge ١ \end{cases}$ ، فابحث في تحقق شروط نظرية رول على هذا الاقتران في الفترة [−٤،٢] .ثم عين قيمة / قيم جـ في الفترة]−٤،٢[(إن وجدت) بحيث ق $^{/}$(جـ) = صفر

(١٩٩٢) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} ١ + ٧\text{س} - ٥\text{س}^{٢} &، ٠ \le \text{س} < ١ \\ \frac{٣}{\text{س}} &، ١ \le \text{س} \le ٣ \end{cases}$ هل يحقق ق(س) شروط نظرية رول على الفترة [٠،٣] ؟ وان كان كذلك : اوجد قيمة جـ التي تحددها النظرية

(١٩٩٣) ق،ك اقترانان كل منهما يحقق شروط نظرية رول على الفترة [أ،ب] ابحث : هل يحقق اقتران حاصل الضرب ق×ك شروط النظرية على الفترة [أ،ب].

(١٩٩٥) ق،هـ اقترانان كثيرا حدود معرفان على [أ،ب] بحيث أن ق(أ) = هـ(أ) ، ق(ب) = هـ(ب) اثبت باستخدام نظرية رول مطبقة على الاقتران (ق − هـ) وجود عدد واحد على الأقل جـ في الفترة]أ،ب[بحيث أن ق$^{/}$(جـ) = هـ$^{/}$(جـ)

(١٩٩٦) إذا كان الاقتران ق(س) = س^{٣} + ب س + ١ حيث ب ثابت ، ب > صفر ، برهن باستخدام رول انه لا يوجد أكثر من صفر حقيقي واحد للاقتران ق(س)

(١٩٩٧) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} \text{أ س}^{٢} - ٣\text{س} ، & -١ \le \text{س} < ٠ \\ \text{س}^{٣} - ٣\text{س} ، & ٠ \le \text{س} \le ٢ \end{cases}$ يحقق شروط نظرية رول على الفترة [−١،٢]

فأوجد قيمة الثابت أ ؟ ثم اوجد ق(جـ) حيث جـ القيمة / القيم التي تحققها النظرية

(٢٠٠١) ابحث في إمكانية تطبيق نظرية رول على الاقتران : ق:[−١،١] ← ح حيث

ق(س) = $\sqrt[٥]{(\text{س}^{٢} - ٤)^{٢}}$ ثم اوجد قيمة س$_{١}$ التي تعينها النظرية إن أمكن ذلك

(٢٠٠٤) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} \text{أ س}^{٢} + \text{ب س} + ٢ ، & ٠ \le \text{س} < ٢ \\ ٢\text{س} + \text{د} ، & ٢ \le \text{س} \le ٤ \end{cases}$ يحقق شروط نظرية رول في [٠،٤] فجد قيم الثوابت أ،ب،د .

(٢٠٠٥) إذا كان ق(س) = ٤ − س^{٢} باستخدام رول اثبت وجود جـ∈]−أ،أ[، أ∈ح ، بحيث يكون المماس عندها أفقيا ، ثم جد قيم جـ التي تعينها النظرية

(٢٠٠٦ الاردن) (١) قيم س$_{١}$ الناتجة من تطبيق نظرية رول على الاقتران ق(س) = س$\sqrt{\text{س} + ٦}$ في الفترة [−٦،٠] هي

(أ) −٥ (ب) −٤ (ج) −٣ (د) −٢

(٢) اثبت انه يوجد صفر حقيقي واحد فقط للاقتران ق(س) = س^{٥} + ٩س + ٧.

(٢٠٠٧) قيمة جـ التي تحددها نظرية رول على الاقتران ق(س) =جاس+جتاس في الفترة $\left[٠، \frac{\pi}{٢}\right]$ هي :

(أ) صفر (ب) $\frac{\pi}{٦}$ (ج) $\frac{\pi}{٤}$ (د) $\frac{\pi}{٣}$

(٢٠٠٧ اكمال) ليكن ق(س) اقتران كثير حدود من الدرجة الثانية وكان ق(أ) = ق(−أ) فانه يوجد على الأقل جـ∈]−أ،أ[بحيث :

(أ) ق$^{/}$(جـ) = صفر (ب) جـ نقطة انعطاف (ج) ق(جـ) = صفر (د) غير ذلك

(٢٠٠٧ الاردن) (١) إذا كانت قيمة $س_{١}$ التي تعينها نظرية رول للاقتران $ق(س) = س^{٣} + أس^{٢} + بس$ في الفترة $[٠،٣]$ تساوي ١ ، فجد قيمة كل من أ،ب .

(٢) جد قيمة $س_{١}$ الناتجة من تطبيق نظرية رول على الاقتران $ق(س) = (١٠ - س)^{٢}(س - ٥)^{٣}$ في الفترة $[٥،١٠]$

(٢٠٠٨) باستخدام نظرية رول ، اثبت انه لا يمكن أن يكون للمعادلة $٣س^{٣} + ٣س - ٩ =$ صفر أكثر من جذر حقيقي واحد .

(٢٠٠٨ اكمال) بين أن للاقتران $هـ(س) = س^{٢} + \frac{١}{س^{٢}}$ يحقق شروط نظرية رول على الفترة $\left[\frac{١}{٢}،٢\right]$ ، ثم جد قيمة / قيم جـ التي تعينها النظرية

(٢٠٠٨ سجون) إحدى قيم جـ التي تعينها نظرية رول على الاقتران $ق(س) =$ جاس+جتاس في الفترة $[٠،٢\pi]$ هي

(أ) $\frac{\pi}{٤}$ (ب) $\frac{\pi}{٦}$ (جـ) صفر (د) $\frac{\pi}{٣}$

(٢٠١١ اكمال) ق،ك اقترانان كل منهما يحقق شروط نظرية رول على $[أ،ب]$ ابحث هل يحقق حاصل الضرب $(ق \times ك)$ شروط هذه النظرية على الفترة $[أ،ب]$

(٢٠١٢) مجموعة جميع قيم جـ التي يمكن الحصول عليها من تطبيق نظرية رول على الاقتران $ق(س) = ٨$ ، $س \in [٠،١]$ هي:

(أ) { } (ب) { صفر } (جـ) $]٠،١[$ (د) $[٠،١]$

(٢٠١٢ اكمال) إذا كان الاقتران $ق(س) = \begin{cases} س^{٣} - أس & ، ٠ \le س < ١ \\ بس^{٢} - ٤س & ، ١ \le س \le ٢ \end{cases}$ يحقق شروط نظرية رول للاقتران $ق(س)$ على $[٠،٢]$ فجد قيمتي أ،ب ثم اوجد قيمة جـ التي تعينها النظرية .

(٢٠١٣ اكمال) إذا كان الاقتران $ق(س) = \begin{cases} س^{٢} + س + ١ & ، س \le ١ \\ ٣س & ، س > ١ \end{cases}$ متصلا على $\left[-٣،\frac{٧}{٣}\right]$ بين ان $ق(س)$ يحقق باقي شروط نظرية رول على الفترة $\left[-٣،\frac{٧}{٣}\right]$ ثم اوجد قيمة / قيم جـ التي تعينها النظرية

(٢٠١٤) إذا كان الاقتران $ق(س) = \begin{cases} \left[\!\left[\frac{١}{٣}س\right]\!\right] + جـ & ، ١ \le س < ٣ \\ س^{٢} - أس & ، ٣ \le س \le ب \end{cases}$ ، يحقق شروط نظرية رول جد الثوابت أ،ب،جـ .

(٢٠١٤ اكمال الضفة) بين أن الاقتران ق(س) = $\frac{\text{س}^{٦}+١}{\text{س}^{٣}}$ يحقق شروط نظرية رول في $\left[\frac{١}{٢}،٢\right]$ ثم اوجد قيمة / قيم جـ التي تعينها النظرية .

(٢٠١٥) إذا كان ق(س) = س^{٢} − ٣س − أ يحقق شروط نظرية رول على الفترة [−١،أ] فان قيمة الثابت أ تساوي

أ) ١   ب) ٢   ج) ٣   د) ٤

(٢٠١٥ اكمال) إذا كان ق(س) يحقق شروط نظرية رول في الفترة [أ،ب] فان العبارة الصحيحة دائما هي

(أ) ق(أ)×ق(ب) > صفر

(ب) يوجد على الأقل جـ∈]أ،ب[بحيث ق(جـ) = صفر

(ج) يوجد على الأقل جـ∈]أ،ب[بحيث يكون مماس ق عندها أفقيا

(د) ق(س) يحقق شروط نظرية رول على أي فترة جزئية من [أ،ب]

(٢٠١٦) إذا كان ق(س) = ٣$\sqrt{\text{س}}$ − س يحقق شوط نظرية رول على [١،٤] فان قيمة جـ التي تعينها النظرية هي:

(أ) $\frac{٣}{٢}$ (ب) $\frac{٧}{٤}$ (جـ) $\frac{٩}{٤}$ (د) ٢

(٢٠١٧) قيمة التي تحددها نظرية رول على الاقتران ق(س) = ١٢س^{٢} − ٢س^{٣} في الفترة [٢،٦] هي :

أ) صفر   ب) ٤   ج) ٣   د) ٥

(٢٠١٧ دور ثاني) قيمة التي تحددها نظرية رول على الاقتران ق(س) = |س^{٢} − ٢س + ١| في الفترة [٠،٢] هي

أ) $\frac{١}{٢}$ ب) ١   ج) $\frac{٣}{٢}$ د) $\frac{٥}{٤}$

(٢٠١٨) قيمة جـ التي تحددها نظرية رول على ق(س) =جاس+جتاس في الفترة $\left[٠،\frac{\pi}{٢}\right]$ هي :

(أ) $\frac{\pi}{٦}$ (ب) $\frac{\pi}{٤}$ (جـ) $\frac{\pi}{٣}$ (د) صفر

(٢٠١٨ دور ثاني) قيمة جـ التي تعينها نظرية رول على الاقتران ق(س) = س^{٢} + س − ٦ في الفترة [−٣،٢] هي :

أ) $\frac{٣}{٢}$ ب) $\frac{١}{٢}$ (ج) $\frac{-١}{٢}$ (د) $\frac{-٣}{٢}$

(٢٠١٩) ما مجموعة قيم جـ التي تحددها نظرية رول على الاقتران ق(س) = ٩ في [٠ ، ٢]

(أ) ϕ (ب) { صفر }   (جـ)]٠ ، ٢[(د) [٠ ، ٢]

(٢٠١٩ دور ثاني) اذا كان $\text{ق}(\text{س}) = \begin{cases} \text{س}^{٢}+١ \text{ ، } & -٣ \le \text{س} < ١ \\ ٢\text{س} \text{ ، } & ١ \le \text{س} \le ٥ \end{cases}$ ،

(١) بين ان ق(س) يحقق شروط نظرية رول في $[-٣ ، ٥]$

(٢) اوجد قيمة / قيم جـ التي تعينها النظرية .

(٢٠٢٠) (١) اذا علمت ان الاقتران $\text{ق}(\text{س}) = \dfrac{(\text{س}^{٢} - ٥\text{س} + ٦)(\text{س}+\text{ك})}{(\text{س} - ٣)}$ ، س $\neq$ ٣ يحقق شروط نظرية رول في الفترة [أ،ب] ، وكانت القيمة التي تحددها النظرية هي جـ = صفر ، فما قيمة الثابت ك ؟

(أ) ١ (ب) −١ (جـ) ٢ (د) −٢

(٢) اذا كان ق(س) كثير حدود ، وكان المستقيم ص = ٤س − ٣ يمس منحنى الاقتران ق(س) عند (١ ، ق(١)) والمستقيم ٣ص − ١٢س = ١٨ يمس منحنى الاقتران ق(س) عند (٣ ، ق(٣))، باستخدام نظرية رول ، اثبت انه يوجد جـ $\in$]١ ، ٣[، بحيث $\text{ق}^{//}(\text{جـ})$ = صفر .

(٢٠٢٢) ما قيمة جـ التي نحصل عليها من تطبيق نظرية رول على الاقتران $\text{ق}(\text{س}) = \sqrt{٦\text{س} - \text{س}^{٢}}$ ، في الفترة [٠ ، ٦] ؟

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٢ (د) ١

الدرس الاول : نظرية القيمة المتوسطة

(١٩٨٦) إذا كانت قيمة جـ التي تحصل عليها من تطبيق نظرية القيمة المتوسطة على الاقتران :
$\text{ق}: [٠، \text{ب}] \to \text{ع}$ ، $\text{ق}(\text{س}) = \text{س}^{٣} - ٢\text{س}^{٢}$ هي $\text{جـ} = ٣$ فأوجد قيمة ب الموجبة

(١٩٨٧) اوجد قيمة جـ التي تحصل عليها من تطبيق نظرية القيمة المتوسطة على الاقتران
$\text{ق}(\text{س}) = \text{س}^{٣} - \text{س}$ على الفترة $[٠ ، ٣]$

(١٩٨٨) إذا كان الاقتران $\text{ق}(\text{س}) = \begin{cases} \text{أس}^{٢} + ٢\text{س} & ، ١ \le \text{س} \le ٢ \\ \text{س}^{٣} - \text{بس} + ١٢ & ، ٢ < \text{س} \le ٣ \end{cases}$ ، يحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[١، ٣]$ فعين الثابتين أ، ب . ثم اوجد قيمة / قيم جـ التي تحصل عليها من تطبيق النظرية.

(١٩٩٠) إذا كانت قيم جـ التي تحصل عليها من تطبيق نظرية القيمة المتوسطة على الاقتران
$\text{ق}(\text{س}) = \text{س} + \frac{١}{\text{س}}$ على الفترة $[١، \text{ب}]$ هي $\sqrt{٢}$ فأوجد قيمة ب .

(١٩٩٣) إذا كان $\text{ق}: [٠، ٢] \to \text{ع}$ بحيث $\text{ق}(\text{س}) = \begin{cases} \frac{٣ - \text{س}}{٢} & ، \text{س} < ١ \\ \frac{١}{\text{س}} & ، \text{س} \ge ١ \end{cases}$ ، ابحث في تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على هذا الاقتران في الفترة $[٠، ٢]$. ثم عين قيمة / قيم جـ التي تعينها نتيجة النظرية (إن وجدت)

(١٩٩٤) اوجد قيمة / قيم جـ التي تحصل عليها من تطبيق نظرية القيمة المتوسطة على الاقتران
$\text{ق}: [٠، ٣] \to \text{ع}$ ، $\text{ق}(\text{س}) = \text{س}^{٣} - \text{س}$ ((مكرر ١٩٨٧))

(١٩٩٥) إذا كان الاقتران $\text{ق}(\text{س}) = \begin{cases} \text{أ} - \text{س}^{٢} & ، -٢ \le \text{س} \le ١ \\ ٦ - \text{بس} & ، ١ < \text{س} \le ٢ \end{cases}$ ، يحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[-٢، ٢]$ فأوجد الثابتين أ، ب . ثم اوجد قيمة / قيم جـ التي تحققها نتيجة النظرية.

(١٩٩٦) إذا كان الاقتران $\text{ق}(\text{س}) = \begin{cases} \left[\!\left[\frac{\text{س}}{٢} + ١ \right]\!\right] & ، ٢ \le \text{س} < ٣ \\ ٢\text{س} - ٤ & ، ٣ < \text{س} \le ٥ \end{cases}$ ، بين أن $\text{ق}(\text{س})$ لا يحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة في الفترة $[٢، ٥]$ ثم اكتب فترة جزئية مغلقة من الفترة $[٢، ٥]$ يحقق فيها $\text{ق}(\text{س})$ شروط النظرية

(١٩٩٩) إذا كان $ق(س) = أس^{٣} + بس$ معرفا على الفترة $[٠،٢]$ حيث أ،ب ثابتان لا يساويان الصفر ، وكان $ق(٠) =$ صفر ، $ق(٢) = ١٦$ فابحث في تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الاقتران $ق(س)$ في الفترة $[٠،٢]$ ثم جد قيمة جـ التي تعينها النظرية .

(٢٠٠٠) بين أن $ق(س) = \begin{cases} س^{٢} - ٤س + ٥ ، & ٠ \le س < ٢ \\ \text{جتا}\,\pi س ، & ٢ \le س \le ٣ \end{cases}$ ، يحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة ، ثم اوجد قيمة جـ التي تعينها النظرية.

(٢٠٠٦) إذا كان $ق(س) = س^{٣}$ ، $س \in [أ،ب]$ ، باستخدام نظرية القيمة المتوسطة اثبت أن المقدار :

$\frac{ب^{٣} - أ^{٣}}{ب - أ}$ يقع بين $٣أ^{٢}$ و $٣ب^{٢}$ حيث $٠ < أ < ب$

(٢٠٠٦ الاردن) إذا كان $ق(س) = س^{\frac{٢}{٣}}$ فان قيمة $س_{١}$ الناتجة من تطبيق نظرية القيمة المتوسطة على الاقتران $ق(س)$ في الفترة $[٠،٨]$ هي

(أ) $\frac{٢٧}{٦٤}$ (ب) $\frac{٦٤}{٢٧}$ (ج) $\frac{٢٧}{٨}$ (د) $\frac{٨}{٢٧}$

(٢٠٠٧) بين فيما إذا كان الاقتران $ق(س) = \begin{cases} س^{٣} - ٢ ، & س \le ١ \\ ٣س - ٤ ، & س > ١ \end{cases}$ يحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[-١،٣]$ ثم اوجد قيمة جـ التي تعينها النظرية .

(٢٠٠٨) قيمة جـ التي تحددها نظرية القيمة المتوسطة للاقتران $ق(س) = س^{٢} + س - ٦$ في الفترة $[-١،٢]$ هي:

(أ) $-\frac{١}{٢}$ (ب) $\frac{١}{٢}$ (ج) $\frac{٣}{٢}$ (د) $\frac{٥}{٢}$

(٢٠٠٩) إذا كان $ق(س) = \begin{cases} أ - س^{٢} ، & -٢ \le س \le ١ \\ ٦ - بس ، & ١ \le س \le ٢ \end{cases}$ يحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة في الفترة $[-٢،٢]$ ، جد الثابتين أ،ب ثم جد قيمة جـ التي تعينها النظرية .

(٢٠٠٩ اكمال) بين أن الاقتران $ق(س) = س + \frac{١}{س}$ يحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة في الفترة $\left[\frac{١}{٢}،٢\right]$ ثم جد قيمة / قيم جـ التي تعينها النظرية .

(٢٠١٠) إذا كان $ق(س) = \begin{cases} ٣س^{٢} - ٢س - ٢ ، & -١ \le س < ١ \\ س^{٢} + ٢س - ٤ ، & ١ \le س \le ٣ \end{cases}$ ابحث في تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة للاقتران $ق(س)$ في الفترة $[-١،٣]$ ثم جد قيمة / قيم جـ التي تعينها النظرية .

(٢٠١١) بين أن الاقتران $\text{ق}(\text{س}) = \begin{cases} ٣ - \text{س}^{٢} & ، -١ \le \text{س} < ١ \\ \text{س}^{٢} - ٤\text{س} + ٥ & ، ١ \le \text{س} \le ٢ \end{cases}$ يحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة في الفترة [−١،٢] ثم جد قيمة / قيم جـ التي تعينها النظرية

(٢٠١٢) بين أن الاقتران $\text{ق}(\text{س}) = ٢\text{س}^{٢} + ٣\text{س} + ١$ يحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة في الفترة [١،٤] ثم جد قيمة / قيم جـ التي تعينها النظرية .

(٢٠١٣) إذا كان الاقتران $\text{ق}(\text{س}) = \begin{cases} \text{أس} - ٣ & ، \text{س} < ٤ \\ -\text{س}^{٢} + ١٠\text{أس} - \text{ب} & ، \text{س} \ge ٤ \end{cases}$ يحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة للاقتران ق(س) على [٢،٦] فجد قيمتي أ،ب ثم جد قيمة / قيم جـ التي تعينها النظرية .

(٢٠١٤) بين أن الاقتران $\text{ق}(\text{س}) = \begin{cases} \text{س}^{٢} + ٢\text{س} & ، ١ \le \text{س} \le ٢ \\ \text{س}^{٣} - ٦\text{س} + ١٢ & ، ٢ < \text{س} \le ٣ \end{cases}$ يحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة في الفترة [١،٣] ثم جد قيمة / قيم جـ التي تعينها النظرية .

(٢٠١٤ اكمال غزة) جد الثوابت أ،ب،جـ التي تجعل الاقتران $\text{ق}(\text{س}) = \begin{cases} \left|\text{س}^{٢} - \text{س} - ٦\right| & ، ٠ \le \text{س} < ١ \\ \text{أس} + \text{ب} & ، ١ \le \text{س} < ٢ \\ \text{جـ} & ، \text{س} = ٢ \end{cases}$

يحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة [٠،٢]

(٢٠١٥) إذا كان $\text{ق}(\text{س}) = \begin{cases} \text{أس}^{٢} + ٢\text{س} & ، ٠ \le \text{س} \le ٢ \\ \text{س}^{٣} - \text{بس} + ١٢ & ، ٢ < \text{س} \le ٣ \end{cases}$ يحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة للاقتران ق(س) على الفترة [٠،٣] فعين قيمتي أ،ب ثم جد قيمة / قيم جـ التي تعينها النظرية .

(٢٠١٥ اكمال) إذا كان $\text{ق}(\text{س}) = \begin{cases} ٢\text{س} - ٣ & ، ١ \le \text{س} \le ٢ \\ ٦\text{س} - \text{س}^{٢} - ٧ & ، ٢ < \text{س} \le ٣ \end{cases}$ فابحث في تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة في الفترة [١،٣] ثم جد قيمة / قيم جـ التي تعينها النظرية .

(٢٠١٦) إذا كان $\text{ق}(\text{س}) = \begin{cases} \text{أس} - ٣ & ، ٠ \le \text{س} \le ١ \\ \text{بس}^{٢} + ١ & ، ١ < \text{س} \le ٢ \end{cases}$ حقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على [٠،٢] فجد قيمتي أ ، ب .

(٢٠١٧) إذا كان $\text{ق}(\text{س}) = \begin{cases} -\text{س}^{٢} + ٣\text{س} & ، ٠ \le \text{س} < ١ \\ \text{أس} + \text{ب} & ، ١ \le \text{س} \le ٢ \end{cases}$ حقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على [٠،٢] فجد قيمتي أ ، ب .

(٢٠١٨) اذا كان ق(س) = $\begin{cases} -س^{٢} + ٣س + أ ، & ٠ \leq س \leq ١ \\ ب س + ٤ ، & ١ < س \leq ٢ \end{cases}$ ، يحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على [٠،٢] جد : (١) قيم الثابتين أ ، ب (٢) قيمة جـ التي تعينها النظرية .

(٢٠١٨ دور ثاني) اذا كان ق(س) = $٢\sqrt{س} - ٢س$ ، ابحث في تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة للاقتران ق(س) على الفترة [١،٤] ، ثم جد قيمة / قيم جـ التي تعينها النظرية (ان وجدت)

(٢٠١٩) اذا كان ق(س) = $\frac{١}{س}$ ، س∈[٤، ٩] ، فما قيمة جـ التي تعينها نظرية القيمة المتوسطة على ق(س)

(٢٠١٩ دور ثاني) اذا كان ق(س) = $س^{٢} + ٤س$ يحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة في [١ ، ب] وكانت قيمة جـ التي تعينها النظرية تساوي $\frac{٥}{٢}$ فما قيمة ب ؟

(أ) ٤ (ب) ٥ (جـ) ٦ (د) ٩

(٢٠٢٠) اذا كان ق(س) = $\begin{cases} \frac{٣ - س}{٢} ، & س < ١ \\ \frac{١}{س} ، & س \geq ١ \end{cases}$ ، ابحث في تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة للاقتران ق(س) على الفترة [٠ ، ٢] ثم اوجد قيمة / قيم جـ التي تحددها النظرية ان وجدت .

(٢٠٢٠ الدورة الثانية) (١) ما قيمة جـ التي تحددها نظرية القيمة المتوسطة على الاقتران ق(س) = $س^{٢} + س - ٦$ في الفترة [−١ ، ٢]

(أ) $\frac{٢}{٥}$ (ب) $-\frac{٣}{٢}$ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) $-\frac{١}{٢}$

(٢) اذا كان ق(س) = $\begin{cases} أس^{٢} + ٢س ، & ٠ \leq س \leq ٢ \\ س^{٣} - ب س + ١٢ ، & ٢ < س \leq ٣ \end{cases}$ يحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة في الفترة [٠ ، ٣] أوجد قيمة الثابتين أ ، ب

(٢٠٢٢) اذا كان ق(س) = $\begin{cases} أس^{٢} - ٢س - ٢ ، & -١ \leq س < ١ \\ س^{٢} + ب س - ٤ ، & ١ \leq س \leq ٣ \end{cases}$ يحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة في الفترة [−١ ، ٣] ، جد قيم الثابتين أ ، ب ثم جد قيمة / قيم جـ التي تحددها النظرية .

الدرس الثاني : الاقترانات المتزايدة والمتناقصة

(١٩٨٤) اوجد مجالات التزايد والتناقص للاقتران $ق(س) = س^٣ - ٦س^٢ + ٩س$ في الفترة $[٠، ٢]$

(١٩٨٦) ق،ك اقترانان معرفان على ح بحيث أن : $ق^/(س) > ك^/(س)$ لجميع قيم $س \in ح$ ، اثبت ان الاقتران $ق(س) - ك(س)$ متزايد على ح وإذا كان $ق(أ) = ك(أ)$ حيث $أ \in ح$ فاثبت ان : $ق(ب) > ك(ب)$ حيث $ب > أ$.

(١٩٨٧) (١) إذا كان : $ق(س) = \frac{س}{١ + س^٢}$ معرفا على الفترة $[-١، ١]$، فأوجد مجالات التزايد والتناقص للاقتران ق .

(٢) إذا كان $ق(س) = \frac{س}{٩ + س^٢}$ معرفا على الفترة $[-٩، ٩]$،فأوجد مجالات التزايد والتناقص للاقتران ق .

(١٩٨٨) إذا كان $ق(س) = \frac{س^٢}{\sqrt{س - ١}}$ ، $س > ١$ فأوجد : مجالات التزايد والتناقص للاقتران ق .

(١٩٨٩) إذا كان $ق(س) = \sqrt{٢٥ - س^٢}$ معرفا على الفترة $[-٥، ٥]$ فأوجد : فأوجد مجالات التزايد والتناقص للاقتران ق.

(١٩٩٠) إذا كان $ق(س) = س^٣(٤ - س)$ فأوجد : مجالات التزايد والتناقص للاقتران ق .

(١٩٩١) إذا كان $ق(س) = \sqrt[٣]{س^٣ - ٣س}$ ، $س \in ح$ فأوجد : مجالات التزايد والتناقص للاقتران ق .

(١٩٩٢) إذا كان $ق(س) = \frac{س - ١}{س^٣ + ٣}$ معرفا على ح فأوجد : مجالات التزايد والتناقص للاقتران ق

(١٩٩٣) عين مجالات التزايد والتناقص للاقتران : $ق(س) = \frac{س + ١}{س - ١}$ ، $س \neq ١$

(١٩٩٤) عين مجالات التزايد والتناقص للاقتران : $ق(س) = \sqrt{س^٢ - ٢٥}$ ، $|س| \geq ٥$

(١٩٩٥) عين مجالات التزايد والتناقص للاقتران : $ق(س) = س + \frac{١}{س}$ ، $س \neq$ صفر

(١٩٩٧) **(١)** عين مجالات التزايد والتناقص للاقتران : $ق(س) = \sqrt{س^٢ - ٣٦}$ ، $|س| \geq ٦$

(٢) ق(س)،هـ(س) كثيرا حدود معرفان على الفترة $[١، ٦]$ ويقع منحنى كل منهما في الربع الأول ، فإذا كان ق(س) متزايدا في مجاله ، هـ(س) متناقصا في مجاله و هـ(س) $\neq$ صفر فاثبت ان :

$\left(\frac{ق}{هـ}\right)$(س) متزايد في $[1،6]$.

(١٩٩٧ الاردن) ليكن ق(س) = $\begin{cases} -س^2 ، & س \leq 0 \\ \frac{س^2}{2} ، & س > 0 \end{cases}$ حدد فترات التزايد والتناقص إن وجدت

(١٩٩٩) إذا علمت أن : ق(س) =ظاس – س اقترانا موجبا في الفترة $\left]\frac{\pi}{4}،\frac{\pi}{2}\right[$ فاثبت أن :

هـ(س) = ق(س)(٢س + ٧) يكون متزايدا في نفس الفترة .

(٢٠٠٠) إذا كان الاقتران ق(س) = –س^3 +٦س^2 –٥ ، س∈[– ٢،٦] فجد فترات التزايد والتناقص للاقتران ق .

(٢٠٠٠ الاردن) إذا كان ق(س) اقترانا متصلا على ح وكانت المشتقة الأولى للاقتران

ق(س) = ٦س – ٣س^2 فجد مجالات التزايد والتناقص للاقتران ق(س).

(٢٠٠١ الاردن) إذا كان ق(س) = $\sqrt{س^2 - ٢س + ٥}$ ، س∈ح فان الفترة التي يكون فيها الاقتران ق(س) متزايدا

(أ)]١،∞[(ب) [١،∞[(جـ)]–∞،١] (د) [–١،١]

(٢٠٠٢) (١) استخدم المشتقة الأولى للاقتران في تحديد فترات التزايد والتناقص للاقتران :

ق(س) = $\sqrt{س^2 + س - ٦}$.

(٢) إذا كان ق(س)،هـ(س) كثيرا حدود متزايدين على ح وكان ق(س) < صفر لكل س∈ح ، اوجد مجالات التزايد والتناقص (إن وجدت) للاقتران $((ق \circ هـ)(س))^2$

(٢٠٠٢ الاردن) إذا كان ق(س) = $\frac{س - ١}{س^2 + ٣}$ اوجد فترات التزايد والتناقص للاقتران ق(س)

(٢٠٠٣) جد مجالات التزايد والتناقص للاقتران ق(س) =جتا^{2}س–جاس على الفترة $[0،\pi]$

(٢٠٠٣ الاردن) إذا كان ق(س) = س^3 – $\frac{س^4}{4}$ ، س∈[–١،٤] اوجد فترات التزايد والتناقص للاقتران ق(س)

(٢٠٠٤) إذا كان ق(س) = س $\sqrt{٦ - س}$ ، س ≤ ٦ اوجد مجالات التزايد والتناقص للاقتران ق(س).

(٢٠٠٤ الاردن) (١) إذا كان $ق(س) = \sqrt{٣٦ - س^٢}$ حيث $|س| \le ٦$ فان $ق(س)$ يكون متزايدا عندما

(أ) $س \le$ صفر (ب) $س \le -٦$ (ج) $-٦ \le س \le ٠$ (د) $٠ \le س \le ٦$

(٢) إذا كان $ق(س) = ٢س^٣ - ٣س^٢ - ١٢س + ٥$ جد الفترات التي يكون فيها $ق(س)$ متناقصا

(٢٠٠٥) استخدم المشتقة الأولى للاقتران في تحديد فترات التزايد والتناقص للاقتران :

$ق(س) = \sqrt[٣]{س^٣ - ٤س}$

(٢٠٠٥ الاردن) إذا كان $ق(س) = س(٢ - س)^٣$ ، $س \in [-١، ٤]$ فجد الفترة (الفترات) التي يكون فيها $ق(س)$ متزايدا

(٢٠٠٦) إذا كان $ق(س) = |س - ١|(س + ٢)$ اوجد مجالات التزايد والتناقص للاقتران $ق(س)$

(٢٠٠٦ الاردن) إذا كان $ق(س) = س^٣ - س^٢ - س + ٥$ فجد الفترة (الفترات) التي يكون فيها $ق(س)$ متناقصا

(٢٠٠٧) عين فترات التزايد والتناقص للاقتران : $ق(س) = \frac{س^٢}{س^٢ + ٢}$.

(٢٠٠٧ اكمال) عين فترات التزايد والتناقص للاقتران : $ق(س) = |س^٢ - ٤|$

(٢٠٠٧ الاردن) إذا كان $ق(س) = (س^٢ - ٦٤)^{\frac{٢}{٣}}$ فجد الفترة (الفترات) التي يكون فيها $ق(س)$ متزايدا .

(٢٠٠٨) بين أن $ق(س) =$ جاس $-$ س متناقصا في الفترة $\left[٠، \frac{\pi}{٢}\right]$ ثم اثبت أن جاس $\le$ س في نفس الفترة .

(٢٠٠٨ اكمال) إذا كان $ق(س) = س^٣ - ٦س^٢$ ، جد للاقتران $ق(س)$ مجالات التزايد والتناقص

(٢٠٠٨ سجون) إذا كان $ق(س) = س^٣ + س^٢ + ١$ جد : فترات التزايد والتناقص للاقتران .

(٢٠٠٨ الاردن) ليكن $ق(س) = ٤ - س +$ جاس ، $س \in [-\pi، \pi]$ فجد الفترة (الفترات) التي يكون فيها $ق(س)$ متناقصا.

(٢٠٠٩) **(١)** إذا كان الاقتران $ق(س)$ كثير حدود معرفا على $[٢، ٦]$ ويقع منحناه في الربع الأول ومتناقص على مجاله ، وكان الاقتران $هـ(س) = ٨ - س$ ، بين أن الاقتران $ل(س) = (ق \times هـ)(س)$ متناقص في الفترة $[٢، ٦]$.

(٢) إذا كان $ق(س) =$ جاس+جتاس ، $س \in [٠، \pi]$ جد مجالات التزايد والتناقص للاقتران $ق(س)$

(٢٠٠٩ اكمال) للاقتران $ق(س) = ٢س^{٣} - ٢٤س$ ، $س \in ح$ ، جد مجالات التزايد والتناقص

(٢٠٠٩ الاردن) إذا كان $ق(س) = \frac{١}{٤}س^{٤} - ٢س^{٢} + ٣$ حيث $س \in]-\infty ، ٢[$ ، فجد الفترة (الفترات) التي يكون فيها ق(س) متناقصا .

(٢٠١٠) (١) إذا كان $ق(س) = \frac{س}{س^{٢}+١}$ جد فترات التزايد والتناقص للاقتران ق(س)

(٢) إذا كان $ق(س) = جتاس - هـ(س) + ٣س$ ، $س \in \left[٠ ، \frac{\pi}{٢}\right]$ اثبت ان الاقتران $(ق + هـ)(س)$ متزايد في تلك الفترة .

(٢٠١١ الاردن) إذا كان الاقتران ق(س) متصلا على الفترة [أ،ب] وقابلا للاشتقاق على الفترة]أ،ب[وكانت جميع المماسات المرسومة لمنحنى ق في الفترة]أ،ب[تصنع زاوية حادة مع الاتجاه الموجب لمحور السينات فان إحدى العبارات التالية صحيحة بالنسبة للاقتران ق(س)

(أ) ق(س) متزايد على الفترة [أ،ب] (ب) ق(س) متناقص على الفترة [أ،ب]

(ج) ق(س) مقعر للأسفل على الفترة [أ،ب] (د) ق(س) مقعر للأعلى على الفترة [أ،ب]

(٢٠١٢) (١) إذا كان ق(س)،هـ(س) معرفان على ح ، وكان ق(س) متزايدا على ح ، $ق(س) \neq$ صفر بحيث $ق(س) \times هـ(س) = ٧$ فان إحدى العبارات التالية صحيحة دائما :

(أ) هـ(س) متناقص على ح (ب) هـ(س) متزايد على ح

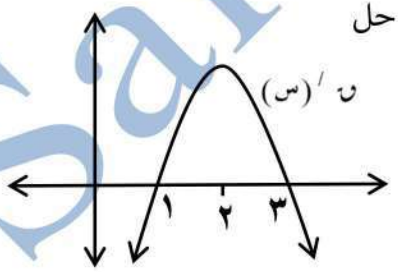
(ج) هـ(س) ثابت على ح (د) $ق(س) < هـ(س)$ على ح

(٢) إذا كان $ق(س) = جاس + جتاس$ ، $س \in \left[٠ ، \frac{\pi}{٢}\right]$ اثبت أن ق(س) متزايد على مجاله ومن ذلك اثبت أن $جاس + جتاس \geq ١$ في تلك الفترة

(٢٠١٥) الشكل المجاور يمثل منحنى $ق^{/}(س)$ فان مجموعة حل المتباينة $ق^{//}(س) >$ صفر هي :

(أ)]١،٣[(ب)]٢،∞[

(ج)]−∞،٢[(د)]−∞،١[∪]٣،∞[



(٢٠١٦) (١) إذا كان $ق^{/}(س) = (س^{٢} - ١)^{٣} (س - ٢)^{٤}$ فان ق(س) متناقصا على الفترة

(أ)]−∞،−١] (ب) [−١،١] (ج) [١،٢] (د) [٢،∞[

٢) إذا كان $ق(س) = ٣س^{٢} - س^{٣}$ ، $س \in [-٢ ، ٥]$ اوجد مجالات التزايد والتناقص للاقتران

(٢٠١٦ اكمال) ليكن $ق(س) = ٣س^{٤} - ٤س^{٣}$ معرفا على [−١ ، ٢] فأوجد : مجالات التزايد والتناقص للاقتران .

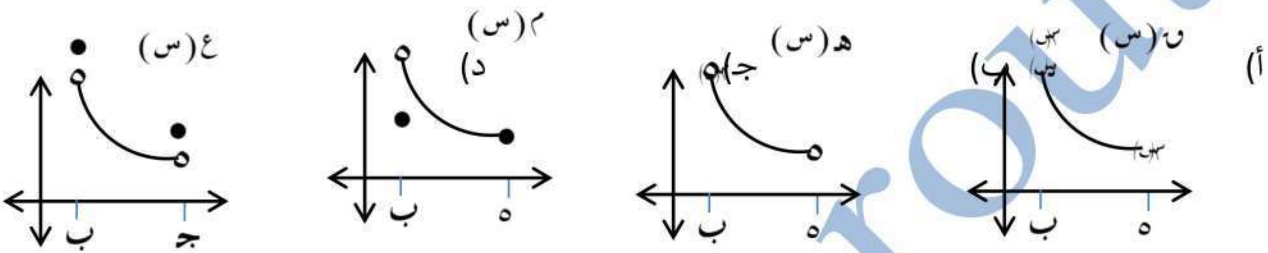
(٢٠١٦ الاردن) (١) إذا كان ق(س) = س$^{\frac{1}{3}}$ (س − ٢)$^{\frac{1}{3}}$ ، س∈[−١ ، ٥] فجد كلا من

أ) الفترة (الفترات) التي يكون فيها الاقتران ق(س) متناقصا .

ب) الفترة (الفترات) التي يكون فيها الاقتران ق(س) متزايدا .

(٢) اذا كان ق(س) = $\sqrt[3]{\text{س}^{3} - 27\text{س}}$ ،]−١٠ ، ١٠[، فجد القيم العظمى والصغرى المحلية للاقتران ق(س) (ان وجدت)

(٢٠١٧) (١) الشكل المجاور يمثل اقترانات ، المنحنى الذي يكون متناقصا على [ب،جـ] هو :



(٢) اذا كان ق(س) = (س + ٢)(س − ١)^{2} معرفا على الفترة [−٢،٥] ، اوجد مجالات التزايد والتناقص للاقتران ق(س)

(٢٠١٧ دور ثاني) ليكن ق(س) = س − ٢جاس معرفا على $\left[0 ، \frac{2\pi}{3}\right]$ فأوجد مجالات التزايد والتناقص للاقتران ق(س)

(٢٠١٧ الاردن) (١) ليكن ق(س) = س^{3} − ١٢س، س∈[−٤،٤] ، جد كلا مما يأتي فترات التزايد والتناقص للاقتران ق(س).

(٢) ليكن ق(س) = س^{3} + $\frac{48}{\text{س}}$، س ≠ صفر، جد كلا مما يأتي فترات التزايد والتناقص للاقتران ق(س).

(٢٠١٨) (١) اذا كان ق(س) متصلا على [أ،ب] ، وقابلا للاشتقاق على]أ،ب[، وكانت جميع المماسات لمنحنى ق(س) في]أ،ب[تصنع زاوية حادة مع الاتجاه الموجب لمحور السينات ، فان العبارة الصحيحة من الآتية هي :

(أ) ق(س) متناقص في [أ،ب] (ب) ق(س) متزايد في [أ،ب]

(جـ) ق$'$(س) متزايد في [أ،ب] (د) ق$'$(س) متناقص في [أ،ب]

(٢) اذا كان ق(س) = ٦س^{2} − ٢س^{3} معرفا على [−٢،٣] ، أوجد مجالات التزايد والتناقص للاقتران ق(س)

(٢٠١٨ دور ثاني) اذا كان ق(س) = س^{4} − ٨س^{3} معرفا على ح ، أوجد : مجالات التزايد والتناقص للاقتران ق(س) .

(٢٠١٨ الاردن) اذا كان ق(س) = (١ − ٤س)(س − ١)^{٢} ، س∈[٠،٢] ، فجد مجالات التزايد والتناقص للاقتران ق(س)

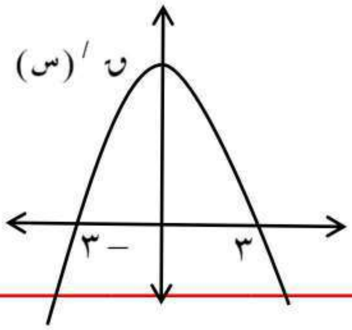
(٢٠١٩) **(١) ما قيمة / قيم أ التي تجعل الاقتران ق(س) = (٣أ − ٦)س + ٧ متزايداً على ح .**

(أ) أ > ٢ **(ب)** أ = ٢ **(جـ)** أ < ٢ **(د)** أ = −٢

(٢) اذا كان ق(س) = س^{٣} − ٦س^{٢} + ٩س ، س∈[١، ٥] ، اوجد مجالات التزايد والتناقص للاقتران ق(س).

(٢٠١٩ الاردن) (١) **اذا كان ق(س) = ٤س^{٢} − $\frac{١}{٢}$س^{٤} ، س∈]−٣ ، ٣[، فجد فترات التزايد والتناقص للاقتران ق(س) .**

(٢) معتمداً الشكل المجاور الذي يمثل منحنى المشتقة الاولى للاقتران ق(س) المعرف على مجموعة الاعداد الحقيقية ح ، ما الفترة التي يكون فيها منحنى الاقتران ق(س) متزايداً ؟



(أ)]−∞ ، ٠] (ب) [−٣ ، ٣]

(جـ) [٣ ، ∞[(د)]−∞ ، ٣]

(٢٠١٩ دور ثاني) اذا كان ق(س) = لوهـ جاس ، س∈[$\frac{\pi}{٤}$ ، π] ، ما الفترة التي يكون فيها ق(س) متزايداً

(أ) [$\frac{\pi}{٤}$ ، $\frac{\pi}{٢}$] (ب) [$\frac{\pi}{٤}$ ، π] (جـ) [$\frac{\pi}{٢}$ ، π] (د) [$\frac{\pi}{٤}$ ، $\frac{٢\pi}{٣}$]

(٢) اذا كان ق(س) = س^{٣} − ٣س^{٢} − ٩س + ٥ ، س∈]−٢ ، ٦[، اوجد : مجالات التزايد والتناقص للاقتران ق(س).

(٢٠٢٠) (١) اذا كان ق(س) = $\frac{س}{س + ١}$ ، س ≠ −١ ، فما العبارة الصحيحة مما يأتي

(أ) ق(س) متزايد على ح ⟸ **(ب) ق(س) متزايد على]−∞،−١[وعلى]−١،∞[**

(جـ) ق(س) متناقص على ح **(د) ق(س) متناقص على]−∞،−١[وعلى]−١،∞[**

(٢) اذا كان ق(س) = ٦$\sqrt{س}$ − ٣س ، اوجد مجالات التزايد والتناقص للاقتران ق(س) .

(٣) اذا كان ق/(س) كثير حدود متزايد على ح ، هـ(س) = ٢س − س^{٢} اثبت ان الاقتران :

ل(س) = ق/(س) + هـ(س) × هـ/(س) **متزايد** ∀س∈[٣ ، ٥]

(٢٠٢٠ الدورة الثانية) (١) ليكن ق(س) ، هـ(س) اقترانين سالبين وقابلين للاشتقاق ومتناقصين على ح ، وكان ل(س) = ((ق∘هـ)(س))^{٢} ، فأي العبارات الآتية صحيحة على الاقتران ل(س) ؟

(أ) ل(س) متناقص على ح . (ب) ل(س) متزايد على ح .

(جـ) ل/(س) ≤ صفر (د) ل(س) اقتران ثابت

(٢) اذا كان ق(س) = $\frac{١}{٣}$س^{٣} − س^{٢} − ٣س + ٤ ، حيث س عدد حقيقي أوجد : مجالات التزايد والتناقص للاقتران .

(٢٠٢٠ الاستكمالية) اذا كان ق(س) = س^{٣} − ٣س^{٢} + ٤ ، جـد مجالات التزايد والتناقص .

(٢٠٢١) (١) اذا كان ق(س) = هـ^{س} − هـ$^{-س}$ ، ما العبارة الصحيحة للاقتران ق(س)

(أ) متزايد في ح (ب) متناقص في ح

(جـ) متزايد في [٠ ، ∞[ومتناقص في]−∞ ، ٠] (د) متناقص في [٠ ، ∞[ومتزايد في]−∞ ، ٠]

(٢) اذا كان ق(س) = س^{٣} − ٦س^{٢} − ١٥س ، س∈[−٢ ، ٦] جد فترات التزايد والتناقص للاقتران ق(س) .

(٣) اذا كان ق(س) كثير حدود معرف في الفترة [١ ، ٣] بحيث يقع منحناه في الربع الرابع ومتزايد على مجاله ، هـ(س) = ١٠ − س^{٢} بين ان ك(س) = (ق × هـ)(س) اقتران متزايد في الفترة [١ ، ٣] .

(٢٠٢١ الدورة الثانية) (١) اذا كان ق(س) = $\sqrt[٣]{\text{س}^{٣} - ٣\text{س}^{٢}}$ ، اوجد مجالات التزايد والتناقص للاقتران ق(س) ؟

(٢) اذا كان ق(س) = ٢س + لـو$_{هـ}$(س + ١) ، س > −١ فبين ان منحنى ق(س) يكون متزايداً في مجاله .

(٢٠٢١ الاستكمالية) (١) اذا كان ق(س) = (س^{٢} − ٣)هـ^{س} ، س∈ح ، فأوجد مجالات التزايد والتناقص للاقتران ق(س) .

(٢) اذا كان ق(س) ، هـ(س) اقترانين قابلين للاشتقاق على ح ، وكان

ك(س) = ق^{٢}(س) + هـ^{٢}(س) + س^{٣} + س اثبت ان الاقتران ك(س) متزايد على ح علماً بان

ق$'$(س) = هـ(س) ، هـ$'$(س) = −ق(س) .

(٢٠٢٢) (١) اذا كان ق$'$(س) = (س^{٣} − ٨)^{٤} (س − ٣)^{٥} ، فما الفترة التي يكون فيها منحنى الاقتران ق(س) متزايداً ؟

(أ) [٢ ، ∞[(ب)]−∞ ، ٣] (جـ) [٢ ، ٣] (د) [٣ ، ∞[

(٢) اذا كان ق(س) = (٩ − س) $\sqrt{\text{س}}$ معرفاً على الفترة [٠ ، ٤] ، فجد مجالات التزايد والتناقص للاقتران ق(س) .

الدرس الثالث : القيم القصوى

(١٩٨٠) (١) إذا كان $ق(س) = س^{٣} - ٩س^{٢} + ٢٤س - ٧$ اوجد نقط القيم العظمى والصغرى المحلية ؟

(٢) اثبت انه لا يوجد للاقتران : $ق(س) = \frac{أس + ب}{جـس + د}$ قيم قصوى محلية علما بان : $أد - بجـ \neq$ صفر ، $ق(س) \neq$ صفر

(١٩٨١) اقتران كثير حدود معرف على ح وله قيمة عظمى عند $س = أ$ وقيمة صغرى عند $س = ب$ ، بتطبيق نظرية رول على الاقتران : $ق^{/}(س)$ اثبت وجود عدد واحد على الأقل $جـ \in]أ،ب[$ بحيث يكون $ق^{//}(س) =$ صفر .

(١٩٨٣) اوجد مبيننا خطوات الحل اكبر قيمة يتخذها الاقتران : $ق(س) = ٤س^{٣} - ٦س^{٢} + ٥$ في $[٠،٢]$

(١٩٨٤) اوجد القيم القصوى المطلقة للاقتران : $ق(س) = س^{٣} - ٦س^{٢} + ٩س$ في الفترة $[٠،٢]$

(١٩٨٦) (١) اثبت انه توجد للاقتران : $ص = جاس(١ + جتاس)$ قيمة عظمى محلية عند $س = \frac{\pi}{٣}$

(٢) ليكن : $ق(س) = \frac{س^{٣}}{٣} - ٣س^{٢} + ٥س$ معرفا على الفترة $[٠،٦]$ فأوجد القيم القصوى المحلية للاقتران $ق(س)$ (إن وجدت) .

(٣) إذا كان $ق: [٠،٦] \to ح$ ، $ق(س) = \begin{cases} ٤س - س^{٢} ، & ٠ \leq س < ٣ \\ ٨ - س ، & ٣ \leq س \leq ٦ \end{cases}$ فعين النقط الحرجة للاقتران $ق(س)$

(١٩٨٧) (١) إذا كان $ق(س) = \frac{س}{١ + س^{٢}}$ معرفا على الفترة $[-١،١]$ فأوجد القيم القصوى المطلقة .

(٢) إذا كان $ق(س) = \frac{س}{٩ + س^{٢}}$ معرفا على الفترة $[-٩،٩]$ فأوجد القيم القصوى المطلقة.

(١٩٨٨) إذا كان الاقتران $ق(س) = \frac{س^{٢}}{\sqrt{س - ١}}$ ، $س > ١$ ، فأوجد القيم القصوى المحلية للاقتران $ق(س)$ (إن وجدت) .

(١٩٨٩) (١) اوجد اكبر واصغر قيمة (إن وجدت) للاقتران $ق(س) = س^{٣} - ٣س$ في الحالتين التاليتين

(أ) عندما $س \in]-١،١[$ (ب) عندما $س \in [-١،٣]$

(٢) إذا كان الاقتران $ق(س) = \sqrt{٢٥ - س^{٢}}$ معرفا على الفترة $[-٥،٥]$ فأوجد القيم العظمى والصغرى المحلية للاقتران ق ؟

(٣) إذا كان $ق(س) = \begin{cases} س^{٢} - ٤س ، & ٠ \leq س < ٣ \\ ٢س - ٦ ، & ٣ \leq س \leq ٥ \end{cases}$ فأوجد جميع النقاط الحرجة للاقتران ق.

(١٩٩٠) (١) اوجد الإحداث السيني لجميع النقاط الحرجة للاقتران $ق(س) = |س^٢ - ٤|$ على الفترة $[-٣، ٣]$

(٢) إذا كان للاقتران $ق(س) = س^٣ + أس^٢ + ب س$ قيمة عظمى محلية عند $س = ١$ وقيمة صغرى محلية عند $س = ٣$ فأوجد قيمة كل من أ ، ب .

(٣) إذا كان $ق(س) = س^٣ (٤ - س)$ فأوجد القيم القصوى المحلية للاقتران ق .

(١٩٩١) (١) اوجد القيمة الصغرى المطلقة للاقتران $ق(س) =$ جتا٢س والمعرف على الفترة $[٠، \pi]$

(٢) ق، ك اقترانان قابلان للاشتقاق على ح فإذا كان لكل من الاقترانين نقطة حرجة عندما $س = أ$ فاثبت أن للاقتران $(ق \times ك)$ نقطة حرجة أيضا عندما $س = أ$.

(٣) إذا كان $ق(س) = \sqrt[٣]{س^٣ - ٣س}$ ، $س \in ح$ فأوجد الإحداثيات السينية للنقط الحرجة للاقتران ق

(٤) إذا كان $ق(س) = \begin{cases} س^٢ + ٤ & ، \quad -١ \le س < ٢ \\ ١٤ - ٣س & ، \quad ٢ \le س \le ٤ \end{cases}$ ، فأوجد اكبر قيمة يتخذها الاقتران ق في الفترة $[-١، ٤]$.

(٥) اوجد نقط القيم الصغرى والعظمى المحلية للاقتران : $ق(س) = س^٣ + \frac{٤٨}{س}$ ، $س \ne$ صفر وذلك باستخدام اختبار المشتقة الثانية .

(١٩٩٢) إذا كان $ق(س) = \frac{س - ١}{س^٢ + ٣}$ معرفا على ح فأوجد نقط القيم القصوى المحلية (إن وجدت) للاقتران ق .

(١٩٩٣) اوجد القيم العظمى والصغرى المحلية والمطلقة للاقتران $ق(س) =$ جاس+جتاس ، $[٠، \pi]$

(١٩٩٤) (١) ق اقتران كثير حدود معرف على ح بحيث أن $ق(أ) = ق(ب) =$ صفر وللاقتران ق قيمة قصوى محلية عند $س = أ$ اثبت باستخدام رول وجود عدد حقيقي واحد على الأقل $ء \in]أ، ب[$ بحيث أن $ق''(ء) =$ صفر .

(٢) اوجد جميع النقط الحرجة للاقتران $ق(س) = س + |س - ١|$ ، $س \in ح$.

(٣) إذا كان $ق(س) = \begin{cases} -٢س & ، \quad ٠ \le س < ١ \\ س - ٣ & ، \quad ١ \le س \le ٤ \\ ٥ - س & ، \quad ٤ < س \le ٦ \end{cases}$ فأوجد جميع القيم القصوى المحلية والمطلقة للاقتران ق في الفترة $[٠، ٦]$

(١٩٩٥) (١) إذا كان الاقتران $ق(س) = س^٣ - ١٢س$ فأوجد اكبر واصغر قيمة (إن وجدتا) للاقتران ق في الفترة $[-٤، ٠]$.

(٢) ق ، ك كثيرا حدود موجبان دائما ولكل منهما قيمة صغرى محلية عند $س = أ$ حيث $ق''(أ) =$ صفر ، $ك''(أ) =$ صفر اثبت أن للاقتران $(ق \times ك)$ قيمة صغرى محلية عند $س = أ$.

(١٩٩٦) (١) اوجد جميع النقط الحرجة للاقتران ق(س) = ٣ + (س − ١)$^{\frac{٤}{٣}}$ ، س∈ح .

(٢) اوجد القيم العظمى والصغرى المحلية والمطلقة للاقتران : ق(س) = س جاس + جتاس ، س∈[٠، π]

(١٩٩٧) اوجد القيم العظمى والصغرى (إن وجدت) للاقتران : ق(س) = ١ + (س − ٢)^{٢}

(١٩٩٧ الاردن) ليكن ق(س) = ٢س^{٣} − ٣س^{٢} − ١٢س ، س∈[−٢، ٣] فاجب عن ما يلي :

(أ) جد جميع النقط الحرجة للاقتران ق .

جد نقط القيم العظمى المحلية والصغرى المحلية للاقتران ق ثم حدد القيمة العظمى المطلقة والقيمة الصغرى المطلقة للاقتران ق .

(١٩٩٨) اوجد القيم العظمى والصغرى (إن وجدت) للاقتران : ق(س) = { س^{٢} ، س ≤ ١ ؛ ٢ − س ، س > ١ }

(١٩٩٨ الاردن) (١) إذا كان للاقتران ق(س) = مس^{٣} − ٣س^{٢} قيمة صغرى محلية عند س = ٢ فان قيمة م =

(أ) −١ (ب) ١ (ج) ٢ (د) ٣

(٢) إذا كان ق(س) اقترانا معرفا على [٠، ٣] وقابلا للاشتقاق على الفترة]٠، ٣[حيث ق$'$(س) = $\frac{\text{س} - ٢}{\text{س} + ١}$

فان جميع قيم س التي توجد عندها قيم حرجة للاقتران ق(س) هي :

(أ) { ٠ ، -١ ، ٢ ، ٣ } (ب) { ٠ ، ٢ ، ٣ } (ج) { ٠ ، ٣ } (د) { ٢ }

(١٩٩٩) جد القيم العظمى والصغرى المحلية للاقتران : ق(س) = $\sqrt{١٦ - \text{س}^{٢}}$

(٢٠٠٠) جد القيم العظمى والصغرى المحلية (إن وجدت) للاقتران : ق(س) = $\frac{\text{س} - ١}{\text{س}^{٢} + ٣}$ ، س∈[−٣، ٥]

(٢٠٠٠ الاردن) (١) إذا كان ق(س) = ⟦$\frac{١}{٣}$س + ١⟧ معرفا على الفترة [−٣، ٣] فان الإحداث السيني للنقط الحرجة للاقتران ق هي :

(أ) $\frac{-١}{٣}$ (ب) { -٣ ، ٣ } (ج)]−٣، ٣[(د) [−٣، ٣]

(٢) إذا كان ق اقترانا معرفا على [٠، ٣] وكان ق$'$(١) = صفر ، ق$''$(١) = −٣ ، ق(١) = −٢ فان مقدار القيمة العظمى المحلية للاقتران ق هي :

(أ) −٢ (ب) −٣ (ج) صفر (د) ١

(٢٠٠١) جد القيم العظمى المحلية والصغرى المحلية إن وجدت وبين المطلقة منها للاقتران

ق(س) = س^{٢}|س − ٣|

(٢٠٠١ الاردن) (١) مجموعة النقط الحرجة للاقتران $ق(س) = \sqrt{س^٢ - ١٦س}$ هي :

(أ) { ٠ ، ١٦ }　　(ب) { ٠ ، ٨ ، ١٦ }　　(ج) { ٨ }　　(د) غير موجودة

(٢) إذا كان $ق(س) = س^٣ + س^٢ - ٥س + ١$ ، $س \in [-٢ ، ٢]$ جد نقط القيم القصوى المحلية ونوعها .

(٢٠٠٢) إذا كان $ق(س) = \begin{cases} س^٢ - س + ٢ & ، -٣ \le س \le ١ \\ |س - ١| & ، ١ < س \le ٨ \end{cases}$ اوجد نقط القيم العظمى المحلية ونقط القيم الصغرى المحلية وبين المطلقة منها .

(٢٠٠٢ الاردن) (١) إذا علمت إن $ق(س) = [٢س - ١]$ ، $س \in [٠ ، ١]$ فان مجموعة قيم س الحرجة هي :

(أ) { ٠ ، ١ }　　(ب) $]٠ ، ١[$　　(ج) $[٠ ، ١]$　　(د) $\{ ٠ ، \frac{١}{٢} ، ١ \}$

(٢) إذا كان $ق(س) = \begin{cases} س^٢ - ٤ & ، س < ٣ \\ ٨ - س & ، س \ge ٣ \end{cases}$ اوجد القيم العظمى والصغرى المحلية للاقتران ق .

(٢٠٠٣) جد القيم العظمى المحلية والصغرى المحلية (إن وجدت) للاقتران :

$ق(س) = س + \frac{١٦}{س}$ ، $س \ne$ صفر

(٢٠٠٣ الاردن) (١) إذا كان $ق(س) = م س^٣ - ٩س^٢$ حيث م عدد ثابت وكان لهذا الاقتران نقطة حرجة عند $س = ٢$ فان قيمة م هي :

(أ) ٢　　(ب) ١,٥　　(ج) ٤,٥　　(د) ٣

(٢) إذا كان $ق(س) = س^٣ - \frac{س^٤}{٤}$ ، $س \in [-١ ، ٤]$ اوجد القيم العظمى المحلية والقيم الصغرى المحلية للاقتران ق(س) وبين المطلقة منها.

(٢٠٠٤) (١) إذا كان $ق(س) = س\sqrt{٦ - س}$ ، $س \le ٦$ فأوجد القيم القصوى المحلية للاقتران : ق(س) (إن وجدت)

(٢) إذا كان ق(س) كثير حدود معرف على ح بحيث : $ق'(٢) = ق'(٦) =$ صفر وكان $ق'(س)$ متزايدا على $]-\infty ، ١]$ ، $[٤ ، \infty[$ ومتناقصا على $[١ ، ٤]$ فجد :

(أ) نقاط القيم العظمى والصغرى المحلية للاقتران ق(س) (ان وجدت)

(ب) مجالات التزايد والتناقص للاقتران : ق(س)

(٢٠٠٤ الاردن) إذا كان $ق(س) = ٢س^٣ + أس + ٥$ وكان للاقتران ق(س) نقطة حرجة عند $س = ١$ فان $أ =$

(أ) -٧　　(ب) صفر　　(ج) -٦　　(د) -١١

(٢٠٠٥ الاردن) إذا كان $ق(س) = س(٢ - س)^٣$ ، $س \in [-١ ، ٤]$ فجد القيمة العظمى والصغرى المطلقة ل ق(س) .

(٢٠٠٦ الاردن) (١) إذا كان $ق(س) = س^{٣} - س^{٢} - س + ٥$ فجد نقط القيم العظمى المحلية والصغرى المحلية للاقتران $ق(س)$.

(٢) جد القيمة العظمى والصغرى المحليتين للاقتران $ق(س) = \begin{cases} س^{٢} - ٢س + ٢ \text{ ، } س < ٣ \\ \frac{١٥}{س} \text{ ، } س \geq ٣ \end{cases}$

(٢٠٠٧) (١) إذا كان $ق(س) = ٥ - ٢س^{٢}$ قيمة عظمى في الفترة $[٠،٣]$ عندما $س =$

(أ) ١ (ب) $\frac{٣}{٢}$ (ج) $\frac{٥}{٢}$ (د) صفر

(٢) اوجد القيم القصوى للاقتران $ق(س) = \frac{س^{٢}}{س^{٢} + ٢}$.

(٢٠٠٧ الاردن) (١) إذا كان $ق(س) = ٣ - |٤ - س|$ ، $س \in [-١،٥]$ فان القيمة الصغرى المطلقة للاقتران $ق =$

(أ) -٥ (ب) -١ (ج) ٣ (د) -٢

(٢) إذا كان $ق(س) = (س^{٢} - ٦٤)^{\frac{٢}{٣}}$ فجد القيمة (القيم) العظمى المحلية للاقتران $ق(س)$

(٢٠٠٨) جد القيم القصوى المحلية للاقتران $ق(س) = س^{٣} - ٣س^{٢} + ٦$ ، $س \in ح$

(٢٠٠٨ اكمال) (١) إذا كان $ق(س) = س^{٣} - ٦س^{٢}$ جد للاقتران $ق(س)$ القيم القصوى المحلية .

(٢) إذا كان للاقتران $ق(س)$ قيمة صغرى محلية عند $س = جـ$ فان إحدى العبارات التالية صحيحة دائما

(أ) $ق(جـ) <$ صفر (ب) $ق'(جـ) =$ صفر

(ج) $ق''(جـ) >$ صفر (د) $(جـ، ق(جـ))$ نقطة حرجة ل $ق(س)$

(٢٠٠٨ سجون) إذا كان $ق(س) = س^{٣} + س^{٢} + ١$ جد القيم القصوى المحلية والمطلقة للاقتران

(٢٠٠٨ الاردن) إذا كان $ق(س) = ٤س - \frac{١}{٣}س^{٣}$ ، $س \in [-٣،٣]$ فجد القيم القصوى المطلقة للاقتران $ق(س)$ وبين نوعها.

(٢٠٠٩) (١) إذا كان $ق(س)$ متصلا على $[١،٥]$ وكانت $ق'(س) >$ صفر لجميع قيم $س \in]١،٥[$ فان إحدى العبارات التالية صحيحة دائما :

(أ) لا توجد للاقتران $ق$ نقطة انعطاف في $]١،٥[$ (ب) للاقتران $ق$ قيمة عظمى عند $س = ٥$

(ج) الاقتران مقعر للأعلى على $[١،٥]$ (د) للاقتران $ق$ قيمة عظمى عند $س = ١$

(٢) إذا كان $ق(س)$ اقترانا معرفا على الفترة $[٠،٣]$ وكانت $ق'(س) = (س - ٢)(س + ١)$ فان مجموعة جميع قيم س التي يوجد عند كل منها قيمة حرجة للاقتران $ق(س)$ هي :

(أ) { ٠ ، -١ ، ٢ ، ٣ } (ب) { ٠ ، ٣ } (ج) { -١ ، ٢ } (د) { ٠ ، ٢ ، ٣ }

(٣) إذا كان ق(س) = جاس + جتاس ، س ∈ [٠، π] جد الإحداثيات السينية لنقاط القيم العظمى والصغرى للاقتران ق(س).

(٢٠٠٩ اكمال) (١) إذا كان ق(س) معرفا على [٠،٤] وكانت $ق^{/}(س) = \frac{س+٢}{س+١}$ فان مجموعة الإحداثيات السينية للنقاط الحرجة هي :

(أ) { -٢ ، -١ ، ٠ ، ٤ }　(ب) { -١ ، -٢ }　(ج) { ٠ ، ٤ }　(د) { -٢ }

(٢) إذا كان ق(س) = ٢$س^{٣}$ − أ$س^{٢}$ وكان لمنحنى الاقتران ق قيمة قصوى محلية عند س = ١ فان قيمة الثابت أ تساوي

(أ) ٢　(ب) −٣　(ج) ٣　(د) −٢

(٣) للاقتران ق(س) = ٢$س^{٣}$ − ٢٤س ، س ∈ ح ، جد القيم القصوى

(٢٠٠٩ الاردن) إذا كان ق(س) = $\frac{١}{٤}$$س^{٤}$ − ٢$س^{٢}$ + ٣ ، س ∈]−∞، ٢[فجد القيم القصوى المطلقة للاقتران ق(س) (إن وجدت) وبين نوعها .

(٢٠١٠) إذا كان ق(س) = $\frac{س}{س^{٢}+١}$ جد القيم الصغرى المحلية للاقتران ق(س) .

(٢٠١٠ اكمال) إذا كان ق(س) = $\frac{١}{٤}$$س^{٤}$ − $س^{٣}$ + ٢ جد القيم القصوى للاقتران ق(س) .

(٢٠١٠ الاردن) إذا كان ق(س) معرفا على [١، ٥[وكان $ق^{/}$(س) = ٢س − ١ حيث س ∈]١، ٥[فان مجموعة قيم س التي يكون للاقتران ق(س) عند كل منها نقطة حرجة هي :

(أ) { $\frac{١}{٢}$ ، ١ ، ٥ }　(ب) { ١ ، ٥ }　(ج) { ١ }　(د) { $\frac{١}{٢}$ ، ١ }

(٢٠١١) جد القيم القصوى المحلية للاقتران ق(س) = $\frac{س+١}{س^{٢}+٣}$

(٢٠١٢) ق(س) معرف على ح ، $ق^{/}(س) = \frac{س^{٣}+٢س}{(س+١)^{٢}}$ فان عدد النقط الحرجة للاقتران ق(س)

(أ) صفر　(ب) ١　(ج) ٢　(د) ٣

(٢٠١٣) (١) ق(س) = [٢س − ٤] ، س ∈ [٠، ٢] فان جميع قيم س التي يكون عندها نقط حرجة ل ق(س) :

(أ) {صفر ، ٢}　(ب) [٠، ٢]　(ج)]٠، ٢[　(د) {صفر ، ١ ، ٢}

(٢) القيمة الصغرى المطلقة للاقتران ق(س) = $س^{٣}$ − ٣س في الفترة [−٣، ١] هي

(أ) −١٨　(ب) −٢　(ج) −٣٦　(د) −٣

(٢٠١٤) (١) إذا كان ق(س) = |س − ٢| − ٥ ، س∈[−٢،٢] فان القيمة المطلقة العظمى للاقتران ق(س) في مجاله هي :

(أ) ١ (ب) −١ (ج) −٥ (د) −٩

(٢) إذا كان ق(س) متصلا على [١،٣] ، ق′(س) < صفر لجميع قيم س∈]١،٣[، ق(س) له ثلاث نقاط حرجة فقط في [١،٣] وكان ق′(٢) = صفر فان

(أ) ق(٢.٥) < صفر (ب) ق(٢.٥) < ق(٢)

(ج) ق(٢.٥) = ق(٢) (د) ق(٢.٥) > ق(٢)

(٢٠١٦) ١) إن مجموعة قيم س التي يكون عندها للاقتران ق(س) = √(س² − ١٢س) نقطا حرجة هي:

(أ) {٠ ، ١٢} (ب) {٦ ، ٠ ، ١٢} (ج) {٦} (د) {٦ ، ١٢}

٢) إذا كان ق(س) = ٣س² − س³ ، س∈[−٢،٥] اوجد القيم القصوى للاقتران ق(س)

(٢٠١٦ اكمال) ١) إذا كان ق(س) = √(٤ − س²) ، س∈[−٢ ، ٢] فان قيمة س التي يكون عندها للاقتران ق(س) قيمة عظمى مطلقة هي

أ) −٢ ب) صفر ج) ١ د) ٢

(٢) إذا كان ق(س) = { س² − س ، ٠ ≤ س ≤ ١ ؛ س − ١ ، ١ < س ≤ ٣ } فان مجموعة قيم س التي يكون عندها للاقتران ق(س) نقطا حرجة في [٠ ، ٣] هي

أ) {٠ ، ١ ، ٣} ب) {٠ ، ٣} ج) {٠ ، ٣ ، ½} د) {٠ ، ١ ، ٣ ، ½}

(٣) ليكن ق(س) = ٣س⁴ − ٤س³ معرفا على [−١ ، ٢] فأوجد : القيم العظمى والصغرى للاقتران

(٢٠١٦ الاردن) (١)إذا كان ق(س) = س^(١/٣) (س − ٢)^(١/٣) ، س∈[−١ ، ٥] فجد القيم القصوى للاقتران ق(س) .

(٢) اذا كان ق(س) = ∛(س³ − ٢٧س) ،]−١٠،١٠[، فجد القيم العظمى والصغرى المحلية للاقتران ق(س) (ان وجدت)

(٢٠١٧ دور ثاني) ١) إذا كان ق(س) معرفا على [٠،٤] وكانت ق′(س) = (س − ٢)/(س + ١) فان مجموعة الاحداثيات السينية للنقاط الحرجة هي :

أ) {-١ ، ٠ ، ٢ ، ٤} ب) {٠ ، ٢ ، ٤} ج) {٠ ، ٤} د) {٢}

٢) إذا كان ق(س) = س + ١/س ، س > صفر فان العبارة الصحيحة فيما يأتي :

أ) ق(س) متزايد على]٠،∞[. ب) ق(١) هي القيمة العظمى المطلقة للاقتران ق(س).

ج) ق(س) متزايد على [٠،١] د) ق(١) هي القيمة الصغرى المطلقة للاقتران ق(س).

٣) ليكن ق(س) = س − ٢جتاس معرفا على $\left[\cdot ، \frac{٢\pi}{٣}\right]$ فأوجد القيم العظمى والصغرى المحلية للاقتران ق(س).

(٢٠١٧ الاردن) (١) ليكن ق(س) = س^{٣} − ١٢س، س∈[−٤،٤]، جد القيم العظمى والصغرى المحلية للاقتران ق(س). (ان وجدت) .

(٢) ليكن ق(س) = س^{٣} + $\frac{٤٨}{س}$، س ≠ صفر، جد القيم العظمى والصغرى المحلية للاقتران ق(س).
(ان وجدت)

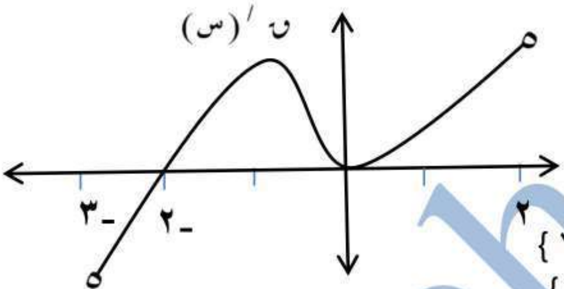
(٢٠١٨) (١) اذا ق(س) معرفا على الفترة [٠،٣] ، بحيث ق$^{/}$(س) = $\frac{س-٢}{س+١}$ ، فان مجموعة قيم س التي يكون عندها للاقتران ق(س) نقطا حرجة هي :

(أ) { ٠ ، ٣ }   (ب) { -١ ، ٠ ، ٢ ، ٣ }   (جـ) { ٠ ، ٢ ، ٣ }   (د) { -١ ، ٢ ، ٣ }

(٢) اذاكان ق(س) = ٦س^{٢} − ٢س^{٣} معرفا على [−٢،٣] ، أوجد القيم القصوى المحلية للاقتران ق(س)

(٢٠١٨ الاردن) (١) اذاكان ق(س) = (١ − ٤س)(س − ١)^{٢} ، س∈[٠،٢] ، فجد القيم العظمى والصغرى المحلية للاقتران ق(س) .

(٢) الشكل المجاور يمثل منحنى ق$^{/}$(س) للاقتران ق(س) المعرف على [−٣،٢[
فان مجموعة القيم الحرجة للاقتران ق(س) هي:



(أ) { -٣ ، -٢ ، ٠ ، ٢ }   (ب) { -٢ ، -١ ، ٢ }
(جـ) { -١ ، ٠ }   (د) { -٣ ، -٢ ، ٠ }

(٣) اذاكان ق(س) = جاس، س∈[٠،٢π] فان قيمة س التي يكون عندها للاقتران ق(س) قيمة عظمى تساوي :

(ا) صفر   (ب) $\frac{\pi}{٣}$ (جـ) $\frac{\pi}{٢}$ (د) π

(٤) اذاكان ق(س) = $\sqrt{س^{٢} - ١٦س}$ ، فان مجموعة قيم س التي يكون عندها للاقتران ق(س) نقاط حرجة

(أ) ϕ (ب) { ٨ }   (جـ) { ٠ ، ١٦ }   (د) { ٠ ، ٨ ، ١٦ }

(٢٠١٨ دور ثاني) (١) اذاكان ك(س) = س^{٤} − ٨س^{٣} معرفا على ح ، أوجد : القيم القصوى المحلية للاقتران ق(س) .

(١) اذاكان ق(س) = $\sqrt[٣]{س+٢}$ معرفا في الفترة [−١،٦]، فان القيمة الصغرى المطلقة هي :

(أ) −١   (ب) ١   (جـ) ٢   (د) ٦

(٣) اذاكان ق(س) = (س − هـ(س))^{٢} ،وكان للاقتران كثير الحدود هـ(س) قيمة صغرى محلية عند

(١ ، ٢) ، فاثبت أن ك $^{//}$(١) موجبة

(٤) اذا كان ق(س) = جـس^{٣} – ٣س^{٢} ،وكان للاقتران ق(س) قيمة قصوى محلية عند س = ١ ، فان قيمة الثابت جـ هي :

(أ) ٣ (ب) ٢ (جـ) – ٢ (د) - ٣

(٢٠١٩) (١) اذا كان ق(س) اقتراناً معرفاً في [–١ ، ١] ، وكان ق(١) = ٢ ، نهـــا$_{س \leftarrow ١^{-}}$ ق(س) = ١ ، فما العبارة الصحيحة فيما يأتي

(أ) ق(١) قيمة صغرى محلية (ب) ق(١) قيمة صغرى مطلقة

(جـ) ق(١) قيمة عظمى محلية (د) ق $^{/}$(١) = صفر .

(٢) اذا كان ق(س) اقتراناً كثير حدود من الدرجة الرابعة ، فما أكبر عدد ممكن من النقاط الحرجة للاقتران ق(س) ؟

(أ) ٢ (ب) ٣ (جـ) ٤ (د) ٥

(٣) اذا كان ق(س) = س^{٣} – ٦س^{٢} + ٩س ، س∈[١ ، ٥] ، اوجد القيم القصوى المحلية والمطلقة للاقتران ق(س) .

(٢٠١٩ الاردن) (١) اذا كان ق(س) = س^{٣} – ٣س^{٢} + ٢ ، س∈]–٣ ، ٣[، فجد كلا مما يأتي

(أ) النقاط الحرجة للاقتران ق(س) .

(ب) القيم القصوى للاقتران ق(س) (ان وجدت) مبيناً نوعها .

(٢) اذا كان ق(س) = ٤س^{٢} – $\frac{١}{٢}$س^{٤} ، س∈]–٣ ، ٣[، فجد القيم القصوى للاقتران ق(س) مبيناً نوعها .

(٢٠١٩ دور ثاني) (١) اذا كان ق(س) = $\sqrt{٤س + س^{٢}}$ ، فما قيمة / قيم س التي يكون عندها للاقتران ق(س) نقط حرجة ؟

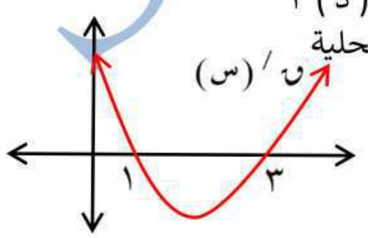
(أ) – ٢ (ب) صفر ، – ٤ (جـ) – ٢ ، – ٤ (د) صفر ، – ٢ ، – ٤

(٢) اذا كان ق(س) = س^{٣} – ٣س^{٢} – ٩س + ٥ ، س∈[–٢ ، ٦] ، اوجد القيم القصوى المحلية للاقتران ق(س) .

(٢٠٢٠) (١) اذا كان ق(س) = س^{٢} – ٣٢لـوهـس فما عدد القيم الحرجة للاقتران ق(س) على مجاله

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٣

(٢) ما قيمة / قيم س التي يكون عندها للاقتران ق(س) قيمة صغرى محلية



(أ) ١ (ب) ٢

(جـ) ٣ (د) ١ ، ٣

(٢٠٢٠ الدورة الثانية) (١) اذا كان $ق(س) = \begin{cases} س^٢ + ١ ، & -١ \le س < ٣ \\ ٨ ، & س = ٣ \end{cases}$ ، فما القيمة العظمى المطلقة للاقتران ق(س) ان وجدت ؟

(أ) ٢ (ب) ٨ (جـ) ١٠ (د) لا يوجد للاقتران قيمة عظمى مطلقة .

(٢) اذا كان $ق^{/}(س) = ٦(س+١)(س-٢)^٢$ ، فان لمنحنى الاقتران ق(س) قيمة

(أ) عظمى محلية عند س = −١ (ب) صغرى محلية عند س = −١

(جـ) عظمى محلية عند س = ٢ (د) صغرى محلية عند س = ٢

(٣) اذا كان $ق(س) = س \times هـ^{س}$ ، فما قيمة / قيم س الحرجة لمنحنى $ق^{/}(س)$ ؟

(أ) −٢ (ب) −١ (جـ) ٠ ، −١ (د) ٠ ، −٢

(٤) اذا كان $ق(س) = \frac{١}{٣}س^٣ - س^٢ - ٣س + ٤$ ، حيث س عدد حقيقي أوجد : القيم القصوى المحلية ان وجدت .

(٥) اذا كان متوسط التغير للاقتران $ق(س) = أس^٣ + ب س$ في الفترة [١ ، ٣] يساوي ٢٢ ، وكان لمنحنى الاقتران ق(س) قيمة حرجة عند س = ٢ ، أوجد قيمة كل من : أ ، ب .

(٢٠٢٠ الاستكمالية) (١) اذا كان لمنحنى $ق(س) = ٢س^٣ - أس^٢$ قيمة قصوى عند س = ١ فما قيمة أ .

(أ) −٣ (ب) −٢ (جـ) ٣ (د) ٢

(٢) اذا كان $ق(س) = س^٣ - ٣س^٢ + ٤$ ، جـد القيم القصوى للاقتران .

(٢٠٢١) (١) اذا كان $ق(س) = س^٣ - ٦س^٢ - ١٥س$ ، س∈[−٢ ، ٦] جد القيم القصوى المحلية والمطلقة للاقتران ق(س) ان وجدت .

(٢) اذا كان $ق(س) = س^٢ + \frac{ب}{س}$ ، س ≠ صفر ، ب∈ح باستخدام المشتقة الثانية بين ان لمنحنى الاقتران ق(س) لا يأخذ أي قيمة عظمى محلية في مجاله .

(٣) اذا كان $ق(س) = ٢س^٣ + ب س^٢ + ٢أس$ وكان له نقطة حرجة واحدة فقط عند س = ١ فما قيمة الثابتين أ ، ب .

(٤) اذا كان $ق(س) = -٢أس^٣ + ٦س^٢ + ك$ حيث أ ، ك∈ح وكان لمنحنى ق(س) قيمة صغرى محلية وأخرى عظمى محلية احداهما تكون عند س = −٢ فأوجد

(أ) قيمة الثابت أ

(ب) قيمة الثابت ك علماً بان مجموع القيمتين العظمى والصغرى يساوي −١٢

(٥) اذا كان $ق(س) = هـ^{س} - هـ س$ فما أصغر قيمة للاقتران ق(س) في الفترة [٠ ، ٣]

(٢٠٢١ الدورة الثانية) (١) ما عدد النقط الحرجة للاقتران $ق(س) = س\sqrt{س - ١}$ المعرف على مجاله

(أ) صفر (ب) ١ (ب) ٢ (د) ٣

(٢) اذا كان $ق(س) = س هـ^{س}$ فماذا يكون الاقتران ق(س)

(أ) قيمة عظمى محلية عند س = ١ (ب) قيمة صغرى محلية عند س = ١

(جـ) قيمة صغرى محلية عند س = −١ (د) قيمة صغرى محلية عند س = −١

(٣) اذا كان $ن(س) = \frac{س^٢ + ٣}{س - ١}$ ، س $\neq$ ١ فأوجد القيم القصوى المحلية للاقتران .

(٢٠٢١ الاستكمالية) (١) اذا كان $ن(س) = \sqrt{٤س + س^٢}$ فان قيمة / قيم س التي يكون عندها للاقتران ن(س) نقطاً حرجة هي :

(أ) -٢ (ب) صفر ، -٤ (جـ) -٢ ، -٤ (د) صفر ، -٢ ، -٤

(٢) اذا كان $ن(س) = س^٣ + ٣س^٢ - ٢٤س$ ، س $\in$ [-٥ ، ٤] ، فأوجد القيم القصوى المحلية والمطلقة للاقتران ن(س) .

(٣) اذا كان $ن(س) = س^٣ - ٣س$ معرفاً في الفترة [-٣ ، ١] ، فما القيمة الصغرى المطلقة للاقتران ن(س) .

(٢٠٢٢) (١) اذا كان $ن(س) = هـ^{-جاس}$ معرفاً على الفترة [٠ ، π] ، فما القيمة الصغرى المطلقة للاقتران ن(س) ؟

(أ) $-$هـ (ب) -١ (جـ) $\frac{١}{هـ}$ (د) ١

(٢) اذا كان $ن(س) = \frac{١}{س^٢ + س + ٣}$ معرفافي الفترة] ١ ، ٣ [، فما عدد النقاط الحرجة للاقتران ن(س) .

(أ) نقطة واحدة (ب) نقطتان (جـ) ثلاث نقاط (د) اربع نقاط

(٣) اذا كان $ن(س) = (٩ - س)\sqrt{س}$ معرفاً على الفترة [٠ ، ٤] ، فجد القيم القصوى للاقتران ن(س) .

(٤) اذا كان $م(س) = \left(ن(س) - س^٢ \right)^٢$ وكان لمنحنى كثير الحدود ن(س) قيمة عظمى محلية عند النقطة (-١ ، ٣) ، وكانت $م''(-١) = ٨$ ، ما قيمة $ن''(-١)$.

(٥) اذا علمت ان $س = ٢ لـو_{هـ} \left(\frac{س}{ن(س)} \right)$ ، وكانت س ، ن(س) > صفر ، اثبت ان القيمة العظمى المطلقة للاقتران ن(س) هي $\frac{٢}{هـ}$ ؟

الدرس الرابع : - التقعر ونقط الانعطاف

(١٩٨٠) (١) عين نقط الانعطاف (إن وجدت) لمنحنى الاقتران ق(س) = س^{٤} − ٦س^{٢} + ٢ .

(٢) إذا كان ق(س) = س^{٣} − ٩س^{٢} + ٢٤س − ٧ ، اوجد الفترة (الفترات) التي يكون فيها ق(س) مقعرا للأعلى والأسفل وكذلك عين نقطة / نقاط الانعطاف (إن وجدت) .

(١٩٨١) ليكن ق(س) = $\frac{\text{س}^{٣}}{٣}$ − ٣س^{٢} + ٥س معرفا على]٠،٦[عين مجالات تقعر منحنى الاقتران ق(س) للأعلى والأسفل وكذلك عين نقطة / نقاط الانعطاف إن وجدت .

(١٩٨٢) ليكن الاقتران ق(س) = ٤س^{٣} − ٣س^{٤} ، س∈ح عين مجالات التقعر للأعلى والأسفل ونقط الانعطاف .

(١٩٨٣) (١) عين نقط الانعطاف إن وجدت للاقتران ص = (س − ١)^{٣} المعرف على ح .

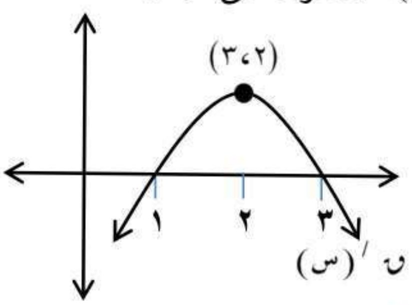
(٢) يبين الرسم المرافق منحنى الاقتران ق$'$(س) المعرف على ع

حيث ق$'$(س) هو مشتقة الاقتران كثير الحدود ق(س) ،

بالاعتماد على هذا الرسم وبدون إيجاد قاعدة الاقتران ق(س) جد

(أ) مجالات التزايد والتناقص للاقتران ق(س) .

(ب) مجالات التقعر للأعلى والأسفل لمنحنى الاقتران ق(س)



(١٩٨٤) (١) اوجد مجالات التقعر للأعلى والأسفل لمنحنى ق(س) = $\sqrt[٣]{\text{س}}$.

(٢) إذا كانت النقطة (١،٢) هي نقطة انعطاف لمنحنى الاقتران ق(س) = أس^{٣} + بس^{٢} فجد كلا من الثابتين أ،ب .

(١٩٨٥) (١) إذا كان لمنحنى الاقتران ق(س) = س^{٤} − ٦س^{٣} + أس^{٢} (حيث أ عدد حقيقي) نقطتا انعطاف احدهما (١ ، ق(١)) فأوجد نقطة الانعطاف الثانية .

(٢) اوجد مجالات التقعر للأعلى والأسفل في منحنى الاقتران ق(س) = س + $\frac{١}{\text{س}}$

(١٩٨٦) ق اقتران معرف على ع بحيث أن ق$'$(س) = $\frac{\text{س}}{\text{س}^{٢} + ٤}$ اوجد الإحداثيات السينية لنقط الانعطاف للاقتران ق .

(١٩٨٧) إذا كان ق(س) = $|\text{س}^{٢} - ٤|$ فأوجد لهذا الاقتران

(أ) مجالات التقعر للأعلى والأسفل . (ب) نقط الانعطاف .

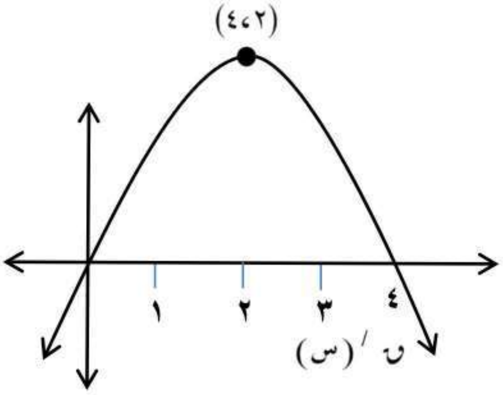
(١٩٨٨) عين مجالات التقعر للأعلى والأسفل ونقط الانعطاف (إن وجدت) للاقتران ق(س) = ٣جا٢س في الفترة $]٠، \pi[$

(١٩٨٩) (١) اثبت انه لا يوجد نقطة انعطاف لمنحنى الاقتران ق(س) = $\frac{\text{س}^٢ + ٤}{\text{س}}$ ، س ≠ صفر .

(٢) (أ) اوجد مجالات التقعر للأعلى والأسفل لمنحنى الاقتران ق(س) = $\frac{١}{٤}$س^٤ − $\frac{١}{٢}$س^٣ ، س∈ح

(ب) إذا كانت النقطة (−١،٢) نقطة انعطاف أفقي لمنحنى الاقتران ق(س) = أس^٣ + ب س^٢ +جـ س فاكتب ثلاث معادلات جبرية يمكن استخدامها لإيجاد الثوابت أ،ب،جـ ((لا تحل هذه المعادلات))

(٣) ق(س) اقتران معرف على الفترة [−١،٥] ومنحنى مشتقته الأولى ق$'$(س) يمثله الشكل المجاور ، اعتمد هذا الشكل في الإجابة عن الأسئلة التالية مبررا إجابتك



(أ) اوجد جميع النقط الحرجة للاقتران ق .
(ب) عين مجالات التزايد والتناقص للاقتران ق .
(ج) عين جميع القيم القصوى المحلية للاقتران ق .
(د) عين مجالات التقعر للأعلى والأسفل لمنحنى الاقتران ق .
(هـ) اوجد نقطة / نقاط الانعطاف لمنحنى الاقتران ق وزاوية الانعطاف عندها .

(١٩٩٠) (١) إذا كان ق(س) اقترانا معرفا على ح بحيث ق$'$(س) = $\frac{\text{س}}{\text{س}^٢ + ٩}$ فأوجد نقطة الانعطاف للاقتران ق(س) .

(٢) إذا كان الاقتران ق(س) = س - جا٢س معرفا على الفترة $]٠، \pi[$ فأوجد :
مجالات التقعر للأعلى والأسفل لمنحنى الاقتران : ق . نقطة / نقط الانعطاف (إن وجدت)

(١٩٩١) إذا كان لمنحنى الاقتران : ق(س) = س^٤ − ٦س^٣ + ١٢س^٢ − ٨س ، س∈ح نقطتا انعطاف فأوجد :
(أ) عين نقطة الانعطاف الأفقي منها .
(ب)عين معادلة المماس لمنحنى الاقتران ق عند نقطة الانعطاف الثانية .

(٢) إذا كان ق(س) = $\frac{١}{٢}$س^٢ + ٢جاس ، س∈$\left]٠، \frac{\pi}{٢}\right[$ فأوجد :
(أ) مجالات تقعر منحنى الاقتران ق للأعلى والأسفل .
(ب) نقطة / نقط الانعطاف للاقتران ق .

(١٩٩٣) (١) إذا كانت س = ١ هي الإحداث السيني لنقطة الانعطاف الأفقي لمنحنى الاقتران :
ق(س) = أس^٣ + ب س^٢ + ٣س − ١ فأوجد الثابتين أ، ب ؟

(٢) إذا كان ق(س) = $\frac{١}{٣}$س^٣ − س^٢ فأوجد :
(أ) مجالات تقعر منحنى الاقتران ق للأعلى والأسفل ؟

(ب) نقطة الانعطاف لمنحنى الاقتران ق(س) وزاوية الانعطاف عندها .

(١٩٩٤) بين أن النقطة $\left(\left(\frac{\pi}{4}\right)\text{ق}\text{،}\frac{\pi}{4}\right)$ هي نقطة انعطاف أفقي لمنحنى الاقتران

ق(س) = س + جتا^{2}س ، س ∋ $\left]\frac{\pi}{2}\text{،}\cdot\right[$ ؟

(٢) إذا كان ق(س) = (س − أ)(س − ب)(س − جـ) ، أ،ب،جـ ∋ ح وكانت النقطة (د،ق(د))

نقطة انعطاف لمنحنى ق فاثبت أن د = $\frac{1}{3}$(أ + ب + جـ) ؟

(٣) ق(س) اقتران مشتقته الأولى ق$'$(س) = $\frac{\text{س}}{\text{س}^{2}+1}$ اوجد مجالات التقعر للأعلى والأسفل لمنحنى الاقتران ق(س)

(١٩٩٥) (١) إذا كان لمنحنى الاقتران : ق(س) = $\frac{\text{س}}{\text{س}^{2}-1}$ نقطة انعطاف فاثبت أن زاوية الانعطاف ١٣٥°

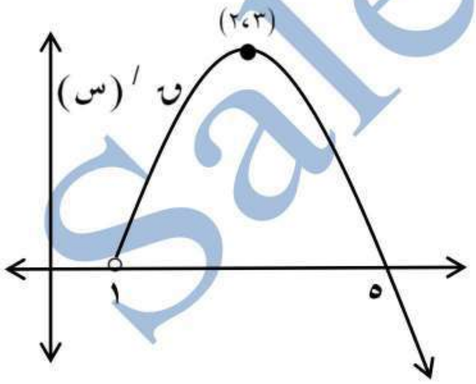
(٢) ق(س) اقتران معرف على الفترة]٠،π[بحيث أن ق$'$(س) = جاس(١ + جتاس)

(أ) عين مجالات التقعر للأعلى والأسفل لمنحنى الاقتران ق .

(ب) عين نقطة / نقط الانعطاف في منحنى الاقتران ق .

(١٩٩٦) (١) عين نقاط الانعطاف في منحنى الاقتران ق(س) = |س^{2} − ٩| .

(٢) إذا كان ص = ق(س) اقترانا معرفا على : ح − {١} ، ق$'$ ، ق$''$ معرفتين على مجاله وكان منحنى الاقتران متزايدا على هذا المجال وكانت س ص$'$ = ص$'$ − ٣ص فأوجد مجالات التقعر للأعلى والأسفل في منحنى الاقتران ق



(٣) يمثل الشكل المجاور منحنى اقتران المشتقة الأولى ق$'$(س) للاقتران ق ، بالاستفادة من الشكل :-

(أ) اوجد مجالات التزايد والتناقص للاقتران ق .

(ب) اوجد مجالات التقعر للأعلى والأسفل لمنحنى الاقتران ق .

(١٩٩٧) (١) اوجد مجالات التقعر للأعلى والأسفل لمنحنى الاقتران

ق(س) = س^{3} + ٣س − ٢ ، س ∋ [−٢،٢] .

(١) إذا كان الاقتران ق(س) = س^{4} − ٤س^{3} + ك(س) نقطة انعطاف أفقي هي (١،٢) وكانت

ع(س) = ك^{2}(س) فاحسب ع$''$(١) . " مكرر ٢٠١٩ "

(١٩٩٧ الاردن) (١) إذا كانت النقطة (٣،٤) نقطة انعطاف لمنحنى الاقتران ق(س) وكانت ق$'$(٣) = $\sqrt{٣}$ ، ق$'$(٤) = ١ ، فان قياس زاوية الانعطاف عند النقطة (٣،٤) يساوي

(أ) $\frac{\pi}{٦}$ (ب) $\frac{\pi}{٤}$ (ج) $\frac{\pi}{\sqrt{٣}}$ (د) $\frac{\pi}{٣}$

(٢) ليكن ق(س) = $\begin{cases} -س^{٢} ، & س \le ٠ \\ \frac{س^{٢}}{٢} ، & س > ٠ \end{cases}$ فأجب عما يلي :

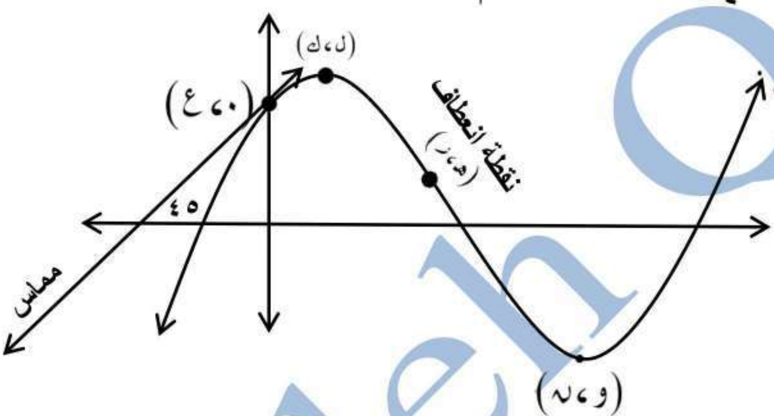
(أ) حدد فترات التقعر إلى الأعلى والتقعر إلى الأسفل لمنحنى الاقتران ق

(ب) جد نقطة الانعطاف لمنحنى الاقتران ق .

(١٩٩٨) اوجد نقاط الانعطاف وزاوية الانعطاف عند كل منها للاقتران ق(س) = $(س - ٢)^{٢} + ٢$

(١٩٩٨ الاردن) (١) إذا كانت النقطة (٢،٣) نقطة انعطاف لمنحنى الاقتران ق(س) وكانت ق$'$(٣) = −١ ، ق$'$(٢) = ١ فان قياس زاوية الانعطاف هو

(أ) $\frac{\pi}{٤}$ (ب) $\frac{\pi}{٣}$ (ج) $\frac{٣}{٤}\pi$ (د) $\frac{٢}{٣}\pi$



(٢) الشكل المجاور يمثل منحنى الاقتران ق كثير الحدود من الدرجة الثالثة ، اجب عما يلي :

(أ)جد فترات التزايد للاقتران ق .

(ب) جد فترة التقعر للأعلى للاقتران ق .

(ج) جد ق$'$(ل) ، ق$'$(و) ، ق$'$(٠)

(١٩٩٩) إذا كان لمنحنى : ص = $س^{٣} - \frac{٢}{٣}س^{٢} + أس$ (أ ثابت) نقطة انعطاف أفقي ، فجد مجالات التقعر للأعلى وللأسفل وقيمة الثابت أ وإحداثي نقطة الانعطاف الأفقي لهذا الاقتران .

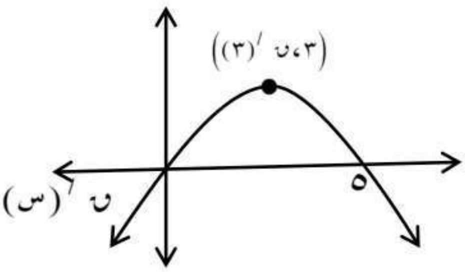
(٢٠٠٠) (١) إذا كان ق(س) = $(س^{٢} - ١)^{\frac{٥}{٣}}$ فجد مجالات التقعر إلى الأعلى والتقعر إلى الأسفل إن وجدت

(٢) إذا كان ق(س) = $٢س^{٣} + ٣س^{٢}$ اوجد ظل زاوية الانعطاف (إن وجدت) .

(٣) إذا كان ق(س) اقترانا قابلا للاشتقاق على]أ،ب[، ك(س) كثير حدود متزايد على [أ،ب] ، ك(س) $\ne$ صفر في هذه الفترة وكان ق$'$(س) = $\frac{٧}{ك(س)} - ٥س$ فأثبت أن منحنى الاقتران ق(س) مقعرا للأسفل في :]أ،ب[

(٢٠٠٠ الاردن) إذا كان ق(س) اقترانا متصلا على ح وكانت المشتقة الأولى للاقتران ق(س) هي :
ق$^{/}$(س) = ٦س − ٣س^{٢} فجد مجالات التقعر للأعلى للاقتران ق .

(٢٠٠١) (١) إذا كان لمنحنى الاقتران : ق(س) = س^{٤} − ٢س^{٣} + أس ، س∈ح نقطتا انعطاف إحداهما (٢،ق(٢)) فجد الإحداث السيني لنقطة الانعطاف الثانية .



(٢) يمثل الشكل المجاور منحنى ق$^{/}$(س)،
بالاعتماد على الشكل جد
(أ) الإحداثيات السينية لنقاط القيم القصوى المحلية للاقتران ق .
(ب) مجالات التقعر للأعلى والأسفل للاقتران ق

(٢٠٠١ الاردن) (١) إذا كان ق(س) = س^{٣} − ٣س^{٢} − ٩س + ٥ ، س∈ح اوجد :
(١) الفترات التي يكون فيها ق مقعرا للأسفل .
(٢) نقطة الانعطاف .

(٢٠٠٢) (١) جد الفترات التي يكون فيها منحنى الاقتران ق(س) = س^{٤} − س^{٣} + ٥س فوق جميع مماساته والفترات التي يكون فيها منحنى الاقتران تحت جميع مماساته ؟
(٢) إذا كان ق:]٠،٥[← ح، ق(س) = س^{٣} − ٦س^{٢} + ٩س + ١٠ ، فجد نقاط الانعطاف (إن وجدت) وزاوية الانعطاف عند نقطة الانعطاف .

(٢٠٠٢ الاردن) إذا كان ق(س) = { س^{٢} − ٤ ، س < ٣ ؛ ٨ − س ، س ≥ ٣ } جد فترات التقعر للأعلى وللأسفل (إن وجدت).

(٢٠٠٣) جد فترات التقعر للأعلى وللأسفل للاقتران ق(س) = |س^{٢} − ١| .

(٢٠٠٣ الاردن) (١) قياس زاوية الانعطاف لمنحنى ق(س) إذا علمت إن ق$^{/}$(س) = $\frac{٢}{\sqrt{٣}}$س − $\frac{س^{٢}}{٣}$ هو

(أ) $\frac{\pi}{٣}$ (ب) $\frac{\pi}{٤}$ (ج) $\frac{\pi}{٦}$ (د) $\frac{\pi}{٢}$

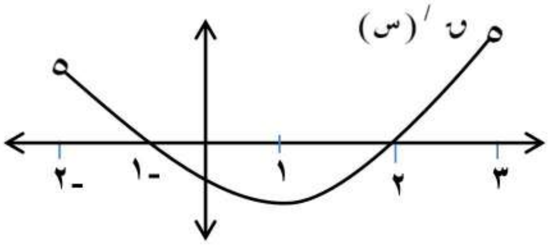
(٢) إذا كان ق(س) = س^{٣} − $\frac{س^{٤}}{٤}$ ، س∈[−١،٤] اوجد فترات التقعر لأعلى وفترات التقعر لأسفل لمنحنى الاقتران ق(س).

(٢٠٠٤ الاردن) إذا كان ق(س) = ٢ + جتا^{٢}س − جتا٢س ، س∈]٠،$\frac{\pi}{٢}$[اوجد :
(أ) مجالات التقعر للأعلى والتقعر للأسفل للاقتران ق(س) .

(ب) نقط وزوايا الانعطاف للاقتران ق(س) (إن وجدت)

(٢٠٠٥) (١) اوجد أ، ب، جـ ∈ ح التي تجعل لمنحنى الاقتران ص = أس^{٣} + ب س^{٢} + جـ س مماسا أفقيا عند س = ١ علما بان (٣، −٩) نقطة انعطاف لمنحنى ق(س).

(٢) يمثل الشكل المجاور منحنى ق$'$(س) في الفترة]−٢، ٣[جـد



(أ) القيم القصوى للاقتران ق.

(ب) مجالات تقعر الاقتران ق.

(٢٠٠٥ الاردن) (١) إذا كان ق$'$(س) = س^{٢} − ٢س فان زاوية الانعطاف لمنحنى ق(س) تساوي

(أ) صفر (ب) $\frac{\pi}{٤}$ (ج) $\frac{٣\pi}{٤}$ (د) $\frac{٧\pi}{٤}$

(٢) إذا كان س$_{١}$، س$_{٢}$ ∈ [أ، ب] وكان ق$'$(س$_{١}$) − ق$'$(س$_{٢}$) > صفر لكل س$_{١}$ > س$_{٢}$ فان

(أ) ق(س) متزايد في [أ، ب] (ب) ق(س) متناقص في [أ، ب]

(ج) منحنى ق(س) مقعر للأعلى في]أ، ب[(د) منحنى ق(س) مقعر للأسفل في]أ، ب[

(٣) إذا كان ق(س) = س(٢ − س)^{٣} ، س ∈]−١، ٤[فجد الفترة (الفترات) التي يكون فيها منحنى ق(س) مقعرا للأسفل .

(٢٠٠٦) جد نقطة الانعطاف الأفقي للاقتران ق(س) = س^{٣} − ٣س^{٢} + ٣س + ١ .

(٢٠٠٦ الاردن) (١) إذا كان ق(س) = س^{٣} − س^{٢} − س + ٥ فجد الفترة (الفترات) التي يكون فيها منحنى ق(س) مقعرا للأعلى .

(٢) إذا كان منحنى الاقتران ق(س) = جاس + أس^{٢} نقطة انعطاف عند س = $\frac{\pi}{٦}$ فان قيمة الثابت أ تساوي

(أ) ١ (ب) $\frac{١}{٢}$ (ج) صفر (د) $\frac{١}{٤}$

(٣) إذا كان ق(س) = $\frac{١}{٤}$(س − ٢)^{٤} − ٦س^{٢} + ٣٩ ، س ∈]١، ١٠[، فجد الفترة (الفترات) التي يكون فيها منحنى ق(س) مقعرا للأسفل .

(٢٠٠٧) حدد فترات التقعر للأعلى وللأسفل للاقتران ق(س) = ٤س^{٣} − ٣س + ٢ ثم اوجد نقطة الانعطاف (إن وجدت) .

(٢٠٠٧ اكمال) إذا كانت النقطة (١،٣) نقطة انعطاف لمنحنى الاقتران ق(س) وكانت ق $^{/}$(س) = ٤س^{٣} − لس^{٢} حيث ل ثابت فان ل =

(أ) ٤ (ب) ٦ (ج) ١٢ (د) ٢٤

(٢٠٠٧ الاردن) (١) بين أن للاقتران ق(س) = ٣س^{٥} − ٣٠س^{٤} + ٨٠س نقطة انعطاف أفقي عند س = ٢.

(٢) إذا كان الاقتران ق(س) متصلا على الفترة [٠،٢] وكانت ق $^{/}$(س) =جاπس+جتاπس فجد الفترة/(الفترات) التي يكون فيها منحنى الاقتران ق(س) مقعرا للأعلى.

(٢٠٠٨) إذا كان ق(س) معرفا على]−١،١[، ق $^{//}$(س) موجودة في]−١،١[ويوجد عند س = ٠ نقطة انعطاف ، فان إحدى العبارات التالية صحيحة دائما :

(أ) منحنى ق(س) مقعر للأسفل على]−١،١[وللأعلى على]٠،١[

(ب) ق(س) له نقطة حرجة في]−١،١[

(ج) ق $^{/}$ له نقطة حرجة في]−١،١[

(د) ق $^{//}$ له نقطة حرجة في]−١،١[

(٢) جد مجالات التقعر للأعلى وللأسفل للاقتران ق(س) = ٣جاس جتاس في]٠،π[

(٢٠٠٨ اكمال) إذا كان ق(س) = س^{٣} − ٦س^{٢} جد للاقتران ق(س) مجالات التقعر للأعلى وللأسفل .

(٢٠٠٨ سجون) إذا كان ق(س) = س^{٣} + س^{٢} + ١ جد : (أ) مجالات التقعر للأعلى وللأسفل

(ب) نقطة / نقاط الانعطاف (إن وجدت).

(٢٠٠٨ الاردن) إذا كان ق(س) = ٤س − $\frac{١}{٣}$س^{٣} ، س∈]−٣،٣[فجد الفترة (الفترات) التي يكون فيها منحنى ق مقعرا للأسفل.

(٢٠٠٩) إذا كان ق(س) معرفا على ح بحيث أن ق $^{/}$(س) = $\frac{\text{س}}{\text{س}^{٢} + ٩}$ ، جد مجالات التقعر للأعلى للاقتران ق(س) .

(٢٠٠٩ اكمال) للاقتران ق(س) = ٢س^{٣} − ٢٤س ، س∈ح جد مجالات التقعر للأعلى وللأسفل .

(٢٠٠٩ الاردن) إذا كان ق(س) = $\frac{١}{٤}$س^{٤} − ٢س^{٢} + ٣ حيث س∈]−∞،٢[فجد الفترة (الفترات) التي يكون فيها منحنى ق(س) مقعرا للأسفل .

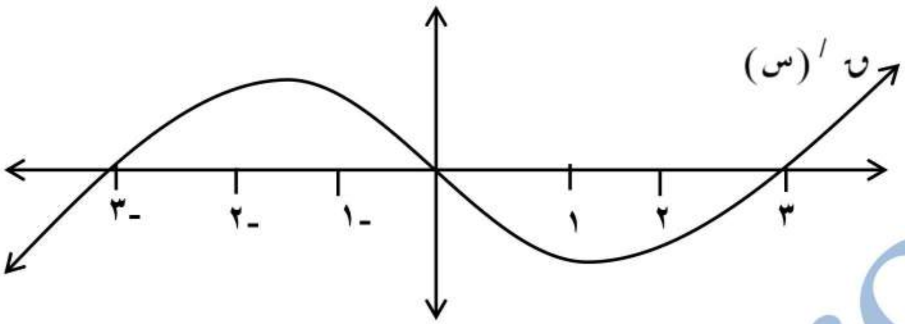
(٢٠١٠) إذا كان للاقتران ق(س) قيمة عظمى واحدة وكان ق $^{/}$(١) = صفر ، ق $^{//}$(١) = −٣ ، ق يمر بالنقطة (١، −٢) فان تلك القيمة العظمى هي :

(أ) −٣ (ب) −٢ (ج) صفر (د) ١

(٢) معتمدا على الشكل المجاور والذي يمثل منحنى الاقتران ق $^{/}$(س) جد

(أ) مجالات التقعر للأعلى وللأسفل لمنحنى الاقتران ق(س)

(ب) الإحداثيات السينية لنقاط الانعطاف



(٢٠١٠ اكمال) إذا كان ق(س) = $\frac{١}{٤}$س^{٤} − س^{٣} + ٢ جد مجالات التقعر للأعلى وللأسفل للاقتران ق(س) .

(٢٠١٠ الاردن) إذا كان ق(س) = $\frac{١}{٣}$س^{٣} − س^{٢} + ٢ حيث س∈]−٢،٣[فجد الفترة (الفترات) التي يكون فيها الاقتران ق مقعرا للأعلى.

(٢٠١١) (١) إذا كانت ق $^{/}$(−١) = ق $^{/}$(٣) = صفر ، وكانت ق $^{//}$(س) > صفر في الفترة]−٢،٢[فان

(أ) ق(−١) عظمى محلية (ب) ق(−١) صغرى محلية

(ج) ق(٣) عظمى محلية (د) ق(٣) صغرى محلية

(٢) إذا كان للاقتران ق(س) = أس^{٢} + س^{٣} نقطة انعطاف عند س = −١ فان أ=

(أ) −٣ (ب) $\frac{-٣}{٢}$ (ج) $\frac{٣}{٢}$ (د) ٣

(٣) إذا كان ق(س) = س^{٤} − ١٠س^{٣} + ٣٦س^{٢} جد

(أ) مجالات التقعر للاقتران ق(س) (ب) الإحداثيات السينية لنقط الانعطاف.

(٢٠١١ اكمال) إذا كان ق(س) = س^{٣} − ٣س^{٢} فجد نقط الانعطاف لمنحنى الاقتران ق(س).

(٢٠١١ الاردن) إذا كان الاقتران ق(س) = ٦س^{٢} − ٢س^{٣} ، س∈]٠،٤[فجد

(أ) الفترة (الفترات) التي يكون فيها الاقتران ق مقعرا للأسفل .

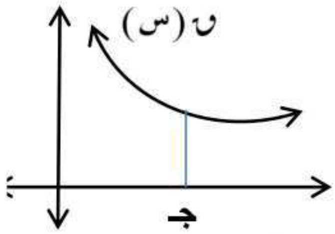
(ب) نقط الانعطاف لمنحنى الاقتران ق(س)

(٢٠١٢)(١) للاقتران ق(س) = س^{٢}(س − ٣) جد مجالات التقعر للأعلى وللأسفل .

(٢) إذا كان $\text{ق}'(\text{س}) = \frac{\text{س}}{\text{س}^{٢}+١}$ فجد (أ) مجالات التقعر للاقتران ق(س) .

(ب) الإحداثيات السينية لنقاط الانعطاف

(٢٠١٣) (١) الشكل المجاور يمثل جزءا من منحنى الاقتران ق(س)



كثير الحدود فإذا كان $\text{م}(\text{س}) = \text{ق}(\text{س}) \times \text{ق}'(\text{س})$

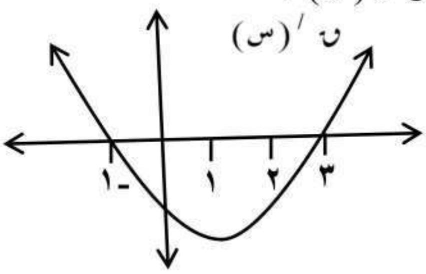
بين أن $\text{م}'(\text{جـ}) <$ صفر

(٢) للاقتران $\text{ق}(\text{س}) = \text{جا}^{٢}\text{س} - \text{جتا}٢\text{س}$ ، $\text{س} \in \left]٠ ، \frac{\pi}{٢}\right[$ جد فترات التقعر للاقتران ق(س)

(٢٠١٣ اكمال) إذا كان $\text{ق}(\text{س}) = \frac{١}{٢}\text{س}^{٤} + ٢\text{س}^{٣}$ ، س∈ح فجد فترات تقعر الاقتران ق(س) للأعلى والأسفل

(٢٠١٤)(١) إذا كان ق(س) كثير حدود من الدرجة الثالثة ، جد قاعدة الاقتران ق(س) إذا علمت أن (٢،−١) نقطة قيمة صغرى محلية وان (٠،٣) نقطة انعطاف للاقتران ق(س) .

(٢) إذا كان الشكل المجاور يمثل منحنى $\text{ق}'(\text{س})$



فان نقطة انعطاف منحنى ق(س) هي :

(أ) (١،−٢) (ب) (١،ق(١))

(ج) (٣،٠) (د) (−١،٠)

(٢٠١٤ اكمال الضفة) إذا كان $\text{ق}(\text{س}) = ٦\text{س}^{٢} - \text{س}^{٣} - ٩\text{س}$ فجد

(أ) مجالات التقعر للاقتران ق(س) .

(ب) نقط الانعطاف للاقتران ق(س)

(٢٠١٤ اكمال غزة)(١) إذا كان $\text{ق}(\text{س}) = ٢ + \text{جا}^{٢}\text{س}$ ، $\text{س} \in \left]٠ ، \frac{\pi}{٢}\right[$ جـد مجالات التقعر للأعلى والأسفل لمنحنى الاقتران ق(س).

(٢) (٠،١) هي نقطة انعطاف لمنحنى أحد الاقترانات التالية

(أ) $\text{ق}(\text{س}) = \text{س}^{٢} + ١$ (ب) $\text{ق}(\text{س}) = ١ - \text{س}^{٤}$

(ج) $\text{ق}(\text{س}) = \text{س}^{٤} + ١$ (د) $\text{ق}(\text{س}) = \text{س}^{٣} + ١$

(٢٠١٥) إذا كان لمنحنى الاقتران $\text{ق}(\text{س}) = \text{س}^{٣} + \text{م}\text{س}^{٢} - ٩\text{س}$ نقطة انعطاف عند س = −١ فان م =

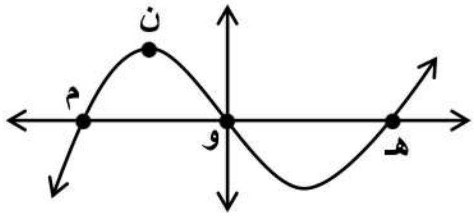
(أ) ٣ (ب) ٦ (ج) −٣ (د) −٤

(٢) إذا كان $\text{ق}(\text{س}) = ٤\text{س}^{٣} - ٣\text{س}^{٤}$ ، س∈ح اوجــد : مجالات التقعر لأعلى ولأسفل للاقتران ق(س)

(٢٠١٦)(١) إذا كان ق(س) = $\frac{1}{2}$س+جتاس معرفا على]٠، π[فان منحنى ق(س) يكون مقعرا للأسفل في الفترة

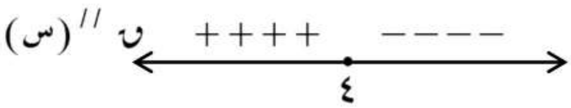
(أ)]٠، π[(ب)]٠، $\frac{\pi}{٤}$[(ج)]$\frac{\pi}{٢}$ ، π[(د)]٠، $\frac{\pi}{٢}$[

٢) بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى ق(س) فان النقطة التي يكون عندها ق$'$ ، ق$''$ موجبه هي



(أ) م (ب) ن (ج) هـ (د) و

٣) إذا كان ق(س) كثير حدود وكان الشكل المجاور يمثل إشارة وكانت ق$'$(٣) = صفر فان العبارة الصحيحة دائما هي

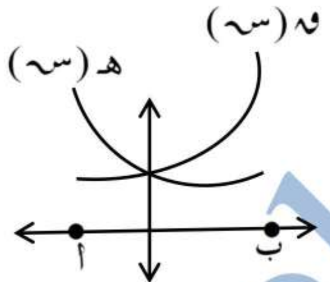


(أ) ق$''$(٣) = صفر (ب) ق$'$(٤) = صفر

(ج) ق(٣) قيمة صغرى محلية (د) ق(٣) قيمة عظمى محلية

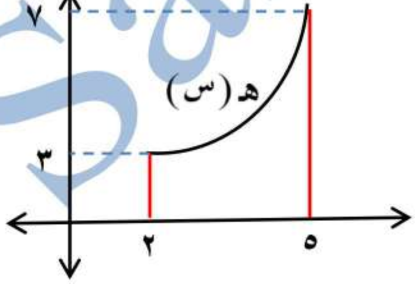
٤) إذا كان ق(س) = ٣س^{٢} − س^{٣} ، س∈]−٢،٥[اوجد مجالات التقعر للأعلى والأسفل للاقتران ق(س) .

٥) الشكل المجاور يبين منحنيي ق ، هـ المعرفين على [أ،ب] بين أن $\frac{ق'(س)}{هـ(س)}$ هو اقتران متزايد



(٢٠١٦ اكمال)(١) ليكن ق(س) = ٣س^{٤} − ٤س^{٣} معرفا على]−١ ، ٢[فأوجد : مجالات التقعر للأعلى والأسفل للاقتران ق(س)

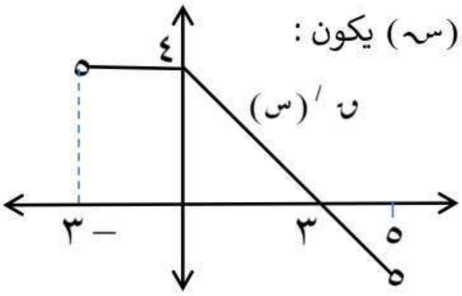
(٢) الشكل المجاور يمثل منحنى هـ(س) في الفترة]٢،٥[وكان ق(س) = س.هـ(س) بين أن ق(س) مقعر للأعلى في]٢،٥[



(٢٠١٧) إذا كان ق(س) =جتا^{٢}س معرفا على]٠، $\frac{\pi}{٢}$[فان قيمة س التي يكون عندها نقطة انعطاف هي س=

أ) $\frac{\pi}{٣}$ ب) $\frac{\pi}{٤}$ ج) $\frac{\pi}{٢}$ د) $\frac{\pi}{٦}$

٢) الشكل المجاور يمثل منحنى ق $'$(س) على الفترة]−٣،٥[فان ق(س) يكون :

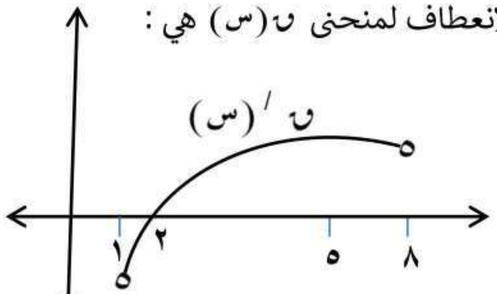


أ) مقعرا للأسفل]٠،٥[ب) مقعرا للأسفل]−٣ ، ٣[

ج) متناقصا [٠،٥] د) متناقصا [٠،٣]

(٣) إذا كان ق(س) = (س + ٢)(س − ١)^{٢} معرفا على الفترة]−٢،٥[، اوجد مجالات التقعر للأعلى وللأسفل للاقتران ق(س)

(٢٠١٧ دور ثاني) ١) الشكل المجاور هو ق $'$(س) فان نقطة الانعطاف لمنحنى ق(س) هي :



أ) (١ ، ق(١))

ب) (٥ ، ق(٥))

ج) (٢ ، ق(٢))

د) لا يوجد له نقاط انعطاف .

٢) إذا كان ق(س) كثير حدود ، وكانت زاوية ميل المماس لمنحنى ق $'$(س) عند أية نقطة عليه في الفترة]٢،٥[هي زاوية منفرجة ، فان العبارة الصحيحة هي :

أ) ق(س) متناقص في الفترة [٢،٥] .

ب) ق(س)متزايد في الفترة [٢،٥] .

ج) ق(س) مقعر للأعلى في الفترة]٢،٥[.

د) ق(س) مقعر للأسفل في الفترة]٢،٥[

(٣)) اذا كان ق(س) اقترانا متصلا على الفترة]١،٣[، ق $''$(س) < صفر ، $\forall$س$\in$]١،٣[، ق $'$(٢) = صفر ، فان العبارة الصحيحة فيما يلي :

أ) ق(٢) قيمة صغرى محلية . ب) (٢ ، ق(٢)) نقطة انعطاف .

ج) ق(٢) قيمة عظمى محلية . د) ق(س) متزايد على الفترة]٢،٣[.

٤) إذا كان ق(س) = $\frac{١}{٣}$س^{٣} + س^{٢} − ٢س فان منحنى ق(س) يقع فوق جميع مماساته على الفترة :

أ)]−١،∞[ب)]١،∞[ج)]−∞،−١[د)]−∞،١[

٥) ليكن ق(س) = س − ٢جتاس معرفا على]٠، $\frac{٢\pi}{٣}$[فأوجد مجالات التقعر للأعلى وللأسفل للاقتران ق(س)

(٢٠١٨) (١) اذا كان ق(س) = س|س| ، فان العبارة الصحيحة فيما يلي هي :

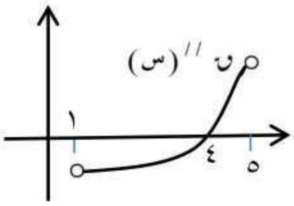
(أ) (٠ ، ٠) نقطة انعطاف . (ب) ق(٠) قيمة عظمى محلية .

(جـ) ق(٠) قيمة صغرى محلية . (د) ق $'$(٠) غير موجودة .

(٢) اذا كانت النقطتان (٠، ق(٠)) ، $\left(\frac{١}{٢}، ق\left(\frac{١}{٢}\right)\right)$ هما نقطتا انعطاف لمنحنى ق(س) ، وكانت

ق $'$(س) = ٤س^{٣} − ك س^{٢} ، فان قيمة الثابت ك هي :

(أ) −٣ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٦



(٣) الشكل المجاور يمثل منحنى ق $''$(س) ،

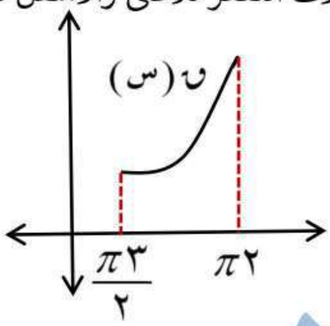
حيث ق(س) كثير حدود ، ق $'$(٣) = صفر ،

فان العبارة الصحيحة هي :

(أ) ق(٣) قيمة صغرى محلية (ب) ق(س) مقعر للأعلى في]١، ٥[

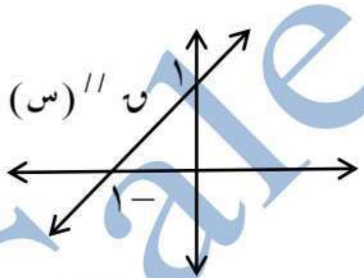
(جـ) ق(س) مقعر للأعلى في]٤، ٥[(د) ق $'$(س) متناقص في [٤، ٥] .

(٤) اذا كان ق(س) = ٦س^{٢} − ٢س^{٣} معرفا على]−٢، ٣[، أوجد مجالات التقعر للأعلى والاسفل للاقتران ق(س) .



(٥) الشكل المقابل يمثل منحنى الاقتران ق(س) في الفترة $\left]\frac{٣\pi}{٢}، ٢\pi\right[$ ، اثبت أن الاقتران هـ(س) مقعر للأعلى في تلك الفترة علما بان هـ $'$(س) = ق $'$(س) جتاس

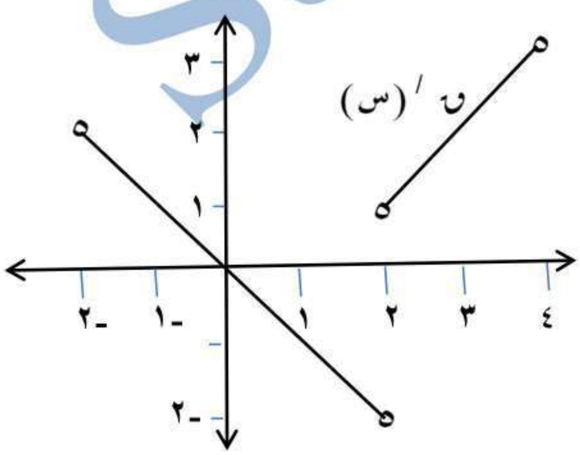
(٢٠١٨ الاردن) اذا كان الشكل المجاور يمثل منحنى ق $''$(س) لكثير الحدود ق(س) وكان للاقتران ق(س) نقطة حرجة عند س= - ٢ ، صفر فان منحنى الاقتران ق(س) متناقص في الفترة



(أ)]−∞، −٢] (ب) [−٢، ٠]

(جـ) [٠، ∞[(د) [٠، ٢]

(٢) الشكل المجاور يمثل منحنى المشتقة الاولى للاقتران ق(س) المتصل على الفترة]−٢، ٤[اعتمد على ذلك في ايجاد كل مما يلي :



(١) فترات التزايد والتناقص للاقتران ق(س).

(٢) قيم س التي يكون عندها للاقتران ق(س) قيم قصوى محليه مبينا نوعها (ان وجدت)

(٣) مجالات التقعر للأعلى والاسفل للاقتران ق(س)

(٤) قيم س التي يكون عندها للاقتران نقط انعطاف .

(٢٠١٨ دور ثاني) اذا كان ق(س) = س^{٤} − ٨س^{٣} معرفا على ح ، أوجد : مجالات التقعر للأعلى والأسفل للاقتران ق(س) .

(٢) اذا كان ق(س$_{١}$) < ق(س$_{٢}$) ، ∀ س$_{١}$ ، س$_{٢}$ ∈ [أ،ب] ، س$_{١}$ < س$_{٢}$ ، فان العبارة الصحيحة بالنسبة للاقتران ق(س) هي :

(أ) ق(س) متزايد على [أ،ب] — (ب) ق(س) مقعر للأعلى على]أ،ب[

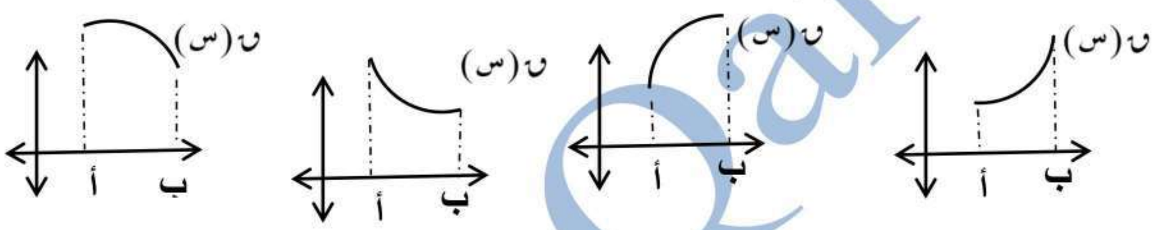
(جـ) ق(س) متناقص على [أ،ب] — (د) ق(س) مقعر للأسفل على]أ،ب[

(٣) نقطة الانعطاف لمنحنى ق(س) = جاس − $\frac{\text{س}^{٢}}{٤}$ في الفترة]٠، $\frac{\pi}{٢}$[تكون عندما س =

(أ) $\frac{\pi}{٣}$ — (ب) $\frac{\pi}{٦}$ — (جـ) $\frac{٢\pi}{٣}$ — (د) $\frac{٥\pi}{٦}$

(٤) منحنى الاقتران الذي يحقق الشرطين : ق$^{/}$(س) < صفر ، ق$^{//}$(س) > صفر ، في الفترة]أ،ب[يمثله الشكل :

(أ) — (ب) — (جـ) — (د)



(٢٠١٩) (١) اذا كان ق(س) اقتراناً متصلاً في [١ ، ٤] ، وكانت ق$^{//}$(س) > صفر لجميع قيم س ∈]١،٤[، وكان للاقتران ق(س) ثلاث نقاط حرجة فقط بحيث ق$^{/}$(٣) = صفر فما العبارة الصحيحة فيما يأتي

(أ) ق(٣) > صفر — (ب) ق(١) = ق(٤)

(جـ) ق(٣) < ق(٢) — (د) ق(٣) > ق(٢)

(٢) اذا كان ق(س) = س^{٣} − ٣س^{٢} ، س ∈]−٣ ، ٣[، فما احداثيات نقطة الانعطاف لمنحنى الاقتران ق(س)

(أ) (-١ ، ٤) — (ب) (١ ، -٢) — (جـ) (٢ ، -٤) — (د) (٠ ، ٠)

(٣) اذا كان ق(س) = س^{٣} − ٦س^{٢} + ٩س ، س ∈]١، ٥[، اوجد :

(أ) مجالات التقعر للأعلى وللأسفل للاقتران ق(س).

(ب) نقط الانعطاف لمنحنى الاقتران ق(س)

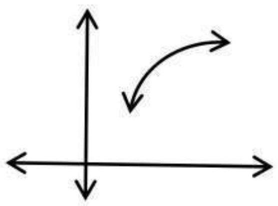
(٤) اذا كان للاقتران ق(س) = س^{٤} − ٤س^{٣} + ك(س) نقطة انعطاف افقي هي (١ ، ٢) ، وكان ع(س) = ك^{٢}(س) ، احسب ع$^{//}$(١) .

(٢٠١٩ الاردن) اذا كان ق(س) = ٤س^{٢} − $\frac{١}{٢}$س^{٤} ، س ∈]−٣ ، ٣[، فجد

(أ) الفترة (الفترات) التي يكون فيها الاقتران مقعراً للأعلى .

(ب) نقط الانعطاف لمنحنى الاقتران ق(س) (ان وجدت) .

(٢٠١٩ دور ثاني) (١) الشكل المجاور يمثل منحنى الاقتران ق(س) ، معتمداً عليه ما العبارة الصحيحة فيما يلي



(أ) $ق^{/}(س) > ٠$ ، $ق^{//}(س) > ٠$ (ب) $ق^{/}(س) > ٠$ ، $ق^{//}(س) < ٠$

(جـ) $ق^{/}(س) < ٠$ ، $ق^{//}(س) > ٠$ (د) $ق^{/}(س) < ٠$ ، $ق^{//}(س) < ٠$

(٢) اذا كان $ق^{//}(س) = (س^{٤} + ٥)(٣ - س)^{٥}(س - ٤)^{٤}$ ، فما مجموعة قيم س الحقيقية التي يكون عندها نقط انعطاف للاقتران ق(س) ؟

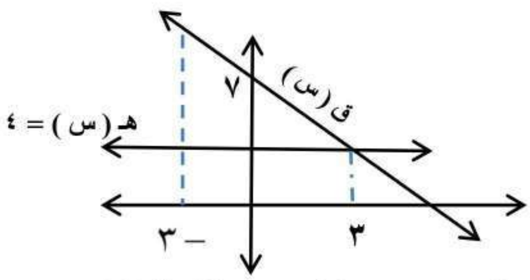
(أ) { ٣ ، ٤ } (ب) { ٣ ، -٥ } (جـ) { ٣ } (د) { ٣ ، ٤ ، -٥ }

(٣) اذا كان $ق(س) = س^{٣} + كس^{٢} - ٩س$ ، ك ∈ ح اقتراناً له نقطة انعطاف عن $س = ١^{-}$ ، فما ظل زاوية الانعطاف ؟

(أ) – ١٢ (ب) صفر (جـ) ٣ (د) ١٢

(٤) الشكل المجاور يمثل منحنيي الاقترانين ق(س) ، هـ(س)

فماذا يكون الاقتران (هـ – ق)(س) في الفترة [– ٣ ، ٣] ؟



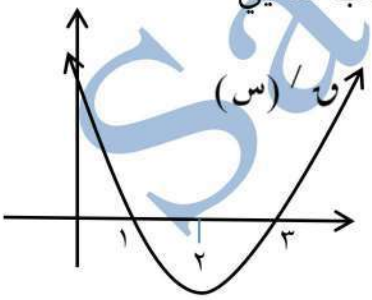
(أ) متناقصاً (ب) متزايداً

(جـ) ثابتاً (د) مقعراً للأعلى

(٥) اذا كان $ق(س) = س^{٣} + بس^{٢} + جس + د$ ، ب ، جـ ، د ∈ ح بحيث ق(٠) = ٤ ، وكان للاقتران ق(س) نقطة انعطاف عند س = ١ ، ومعادلة المماس لمنحنى ق(س) عند نقطة الانعطاف هي ٢س + ص – ٥ = صفر ، اوجد قاعدة الاقتران ق(س) .

(٦) اذا كان $ق(س) = س^{٣} - ٣س^{٢} - ٩س + ٥$ ، س ∈]– ٢ ، ٦[، اوجد : مجالات التقعر للأعلى وللأسفل للاقتران ق(س).

(٢٠٢٠) معتمداً على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران $ق^{/}(س)$ ، اجب عما يلي



(١) ما المجال الذي يقع فيه منحنى الاقتران ق(س) تحت جميع مماساته

(أ)]١ ، ٣[(ب)]٢ ، ∞[

(جـ)]–∞ ، ١[∪]٣ ، ∞[(د)]–∞ ، ٢[

(٢) ما قيمة / قيم س التي عندها للاقتران ق(س) قيم صغرى محلية

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ١ ، ٣

(٣) اذا كان $ق(س) = \sqrt[٣]{٦ - ٢س} + ٢$ فما قياس زاوية الانعطاف لمنحنى الاقتران ق(س) ان وجدت ؟

(أ) صفر　　(ب) $\frac{\pi}{٢}$　　(ج) π　　(د) لا توجد زاوية انعطاف

(٤) اذا كان لمنحنى الاقتران ق(س) = جاس + أ$س^{٢}$ ، نقطة انعطاف عند س = $\frac{\pi}{٦}$ فما قيمة أ ؟

(أ) ٤　　(ب) −٤　　(ج) $-\frac{١}{٤}$　　(د) $\frac{١}{٤}$

(٥) اذا كان $ق^{/}$(س) = ١٨ − ٦س − جا٢س ، فأي من الخصائص التالية تتحقق في منحنى ق(س) ، ∀س∈ح

(أ) متزايد　　(ب) متناقص　　(ج) مقعر للأسفل　　(د) مقعر للأعلى

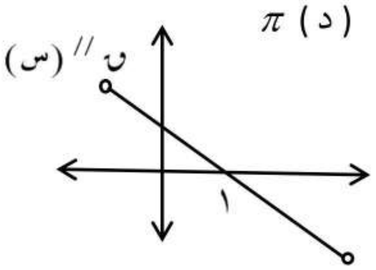
(٦) اذا كان $ق^{/}$(س) كثير حدود متزايد على ح ، هـ(س) = ٢س − $س^{٢}$ ، اثبت ان الاقتران :
ل(س) = $ق^{/}$(س) + هـ(س) × $هـ^{/}$(س) ، متزايد ∀س∈[٣ ، ٥]

(٧) اذا كان ق(س) = $-\frac{١}{٢}$$جا^{٢}$س + $\frac{١}{٤}$جتا٢س + $\frac{٥}{٤}$ ، س∈]٠ ، π[، اوجد :

(١) مجالات التقعر للأعلى وللأسفل للاقتران　(٢) نقط الانعطاف　(٣) زاوية / زوايا الانعطاف

(٢٠٢٠ الدورة الثانية) (١) اذا كان ق(س) اقتران متصل على ح ، وكان $ق^{/}$(س) = $(٢س-١)^{\frac{٤}{٣}}$ − ١ فما قياس زاوية الانعطاف لمنحنى الاقتران ق(س) ؟

(أ) صفر　　(ب) $\frac{\pi}{٤}$　　(ج) $\frac{٣\pi}{٤}$　　(د) π



(٢) يمثل الشكل المجاور منحنى $ق^{//}$(س) ، اذا كان $ق^{/}$(٢) = صفر ، فماذا تمثل النقطة (٢ ، ق(٢)) ؟

(أ) عظمى محلية　　(ب) صغرى محلية
(ج) ليست حرجة لمنحنى ق(س)　　(د) نقطة انعطاف

(٣) ما قيمة الثابت جـ التي تجعل لمنحنى ق(س) = $س^{٣}$ + جـ$س^{٢}$ − ٩س نقطة انعطاف عند س = −١ ؟

(أ) −٤　　(ب) −٣　　(ج) ٣　　(د) ٦

(٤) اذا كان ق(س) = $\sqrt[٣]{س}$ + ٢ ، اوجد :

١ – مجالات التقعر للأعلى وللأسفل للاقتران　　٢ – نقطة / نقاط الانعطاف (ان وجدت)
٣ – قياس زاوية / زوايا الانعطاف (ان وجدت)

(٢٠٢٠ الاستكمالية) ليكن ق(س) = جاس − $\sqrt{٣}$جتاس ، س∈[٠ ، π] فما الاحداث السيني لنقطة الانعطاف للاقتران ق(س)

(أ) $\frac{\pi}{٦}$　　(ب) $\frac{\pi}{٤}$　　(ج) $\frac{\pi}{٣}$　　(د) $\frac{\pi}{٢}$

(٢) اذا كان ق(س) = $س^{٣}$ − ٣$س^{٢}$ + ٤ ، جـد مجالات التقعر للأعلى وللأسفل .

(٢٠٢١) (١) اذا كان ق(س) = $س^{٣}$ − أ$س^{٢}$ وكانت النقطة (−١ ، ب) نقطة انعطاف لمنحنى ق(س) فما قيمة الثابت ب

(أ) −٣　　(ب) ٢　　(ج) ٣　　(د) ٤

(٢) اذا كان ق(س) اقتران متصلاً على الفترة [١ ، ٦] وكانت ق // (س) < صفر لجميع قيم س∈] ١ ، ٦ [وكان للاقتران ق(س) ثلاث نقاط حرجة في [١ ، ٦] فاذا علمت ان ق / (٤) = صفر ، فما العبارة الصحيحة فيما يلي :

(أ) ق(٤) < صفر (ب) ق(٤) > ق(٣)

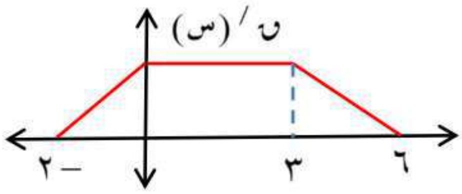
(جـ) ق(٤) < ق(٣) (د) ق(٤) = ق(٣)

(٣) اذا كان ق(س) = ١٢ + س٢ + ٢لــوهـ(س – ١) ، س > ١ ، فاوجد

(١) مجالات التقعر للأعلى وللأسفل للاقتران ق(س) .

(٢) نقط الانعطاف (ان وجدت) للاقتران ق(س) .

(٢٠٢١ الدورة الثانية) (١) اذا كان ق معرفاً على الفترة [–٢ ، ٦] وكانت ق / (س) ممثلة بالشكل المجاور ، فما الفترة التي يكون فيها ق مقعراً للاسفل



(أ)] –٢ ، ٦ [(ب)] –٢ ، ٠ [

(جـ)] –٢ ، ٣ [(د)] ٣ ، ٦ [

(٢) ما العبارة الصحيحة دائماً من العبارات التالية

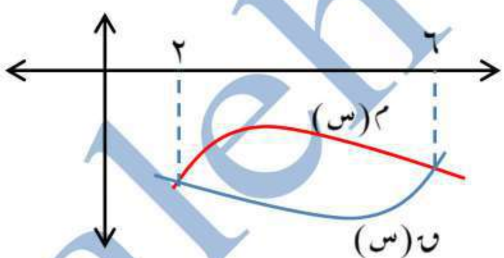
(أ) اذا كان ق كثير حدود من الدرجة الثانية فان له نقطة حرجة واحدة فقط

(ب) اذا كان ق كثير حدود بحيث ق / (٢) = ٥ فان ق // (٢) = صفر

(جـ) الاقتران ق(س) = (١ – س)٤ يكون مقعراً للاسفل على ح .

(د) اذا كان ق / (أ) ≠ صفر حيث أ∈ لمجال ق فلا يوجد قيم قصوى محلية عند س = أ

(٣) الشكل المجاور يبين منحنيي كل من الاقترانين ق(س) ، م(س) في الفترة [٢ ، ٦] بحيث ل / (س) = هـ^(ق(س).م / (س)) بين ان الاقتران ل(س) مقعر للأعلى في الفترة] ٢ ، ٦ [.



(٤) اذا كان ق(س) = $\frac{١}{٢}$س٤ – ٣س٣ + ١٢س ، [–٣ ، ٧] فأوجد

(أ) مجالات التقعر للأعلى وللأسفل للاقتران ق .

(ب) نقط الانعطاف (ان وجدت) للاقتران ق .

(٥) اذا كان ق(س) = أس٣ + ٣س٢ + ٢ب حيث أ ، ب∈ح وكان لمنحنى ق قيمة عظمى محلية قيمتها ٨ ، وله نقطة انعطاف عند س = ١ فاوجد قيم الثابتين أ ، ب .

(٢٠٢١ الاستكمالية) (١) اذا كان ق(س) = هـ$^{-٢س}$ ، فما العبارة الصحيحة فيما يلي ؟

(أ) ق(س) متزايد عل ع   (ب) ق(س) متناقص عل ع

(جـ) ق(س) مقعر للأسفل عل ع   (د) النقطة (٠ ، ١) نقطة انعطاف لمنحنى الاقتران ق(س)

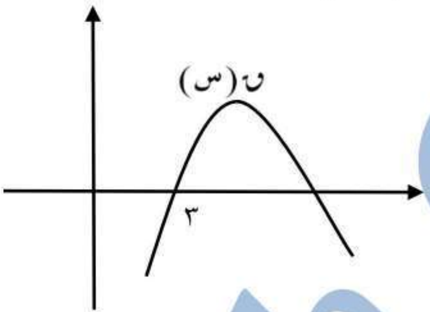
(٢) اذا كان ق(س) = س^{٣} + ٣س^{٢} − ٢٤س ، س∈[−٥ ، ٤] ، فأوجد مجالات التقعر للاعلى وللاسفل لمنحنى الاقتران ق(س) .

(٣) اذا كان المستقيم ص = ١ − ١٢س يمس منحنى الاقتران ق(س) = أس^{٣} + بس^{٢} + جـس ، عند نقطة انعطاف ق(س) وهي (١ ، −١١) ، فما قيم الثوابت أ ، ب ، جـ ؟

(٢٠٢٢) (١) اذا كان ق(س) = س^{٣} − ٣س^{٢} − جـس ، وكان قياس زاوية الانعطاف لمنحنى ق(س) هو $\frac{\pi}{٤}$ ، فما قيمة الثابت جـ ؟

(أ) −٤   (ب) −٢   (جـ) ٢   (د) ٤

(٢) يمثل الشكل المجاور منحنى الاقتران كثير الحدود ق(س) ، أي العبارات الآتية صحيحة دائماً ؟



(أ) ق$'$(٣) > ق$''$(٣) > ق(٣)

(ب) ق$''$(٣) > ق$'$(٣) > ق(٣)

(جـ) ق$''$(٣) > ق(٣) > ق$'$(٣)

(د) ق(٣) > ق$''$(٣) > ق$'$(٣)

(٣) اذا كان ق(س) = ٢جتا^{٢}س + س^{٢} معرفاً في الفترة] ٠ ، π [، فحدد فترات التقعر للأعلى وللأسفل لمنحنى الاقتران ق(س).

(٤) اذا كان لمنحنى الاقتران ق(س) = أس^{٣} − بس^{٤} ، س > صفر ، وكانت ق(١) = ١ وكان للاقتران ق(س) نقطة انعطاف هي (أ ، ق(أ)) ، جد :

١ − قيم الثابتين أ ، ب .   ٢ − ظل زاوية الانعطاف لمنحنى الاقتران ق(س) .

الدرس الخامس : تطبيقات القيم القصوى

(١٩٧٨) يراد عمل خزان معدني مقفل على هيئة متوازي مستطيلات سعته : ٤٥ م^{٣} بحيث تكون كل من قاعدتيه العليا والسفلى مربعة الشكل ، فإذا كانت تكاليف المتر الربع الواحد من القاعدة السفلى ٤ دنانير ومن القاعدة العليا ٦ دنانير لكل متر مربع ، ومن الجوانب ٣ دنانير لكل متر مربع ، اوجد أبعاد هذا الخزان حتى تكون تكاليفه اقل ما يمكن ، وما هي تكاليفه عندئذ

(١٩٧٩) صندوق من الصفيح على هيئة متوازي مستطيلات مفتوح من أعلى فإذا كان طول قاعدته مثلي عرضها وكان حجمه ٢٨٨ سم^{٣} ، فأوجد أبعاد هذا الصندوق بحيث تكون مساحة الصفيح اللازم لصنعه اصغر ما يمكن.

(١٩٨٠) دائرتان لهما نفس المركز ا ونصف قطر الصغرى = ٩سم ونصف قطر الكبرى = ١٥سم فإذا اخذ نصف قطر الصغرى يتزايد بمعدل ثابت مقداره ٥سم/ث بينما اخذ نصف قطر الدائرة الكبرى يتزايد بمعدل ثابت مقداره ٤سم/ث ، فأوجد اكبر مساحة ممكنة بين الدائرتين بحيث لا يتعدى نصف قطر الدائرة الصغرى عن نصف قطر الدائرة الكبرى .

(١٩٨١) مستقيم يمر بالنقطة الثابتة (١،٢) ويقطع محور السينات والصادات في النقطتين ا،ب اوجد اصغر مساحة ممكنة للمثلث وا ب الواقع في الربع الأول (حيث و نقطة الأصل) .

(١٩٨٢) من النقطة ا(س،ص) الواقعة على منحنى الاقتران ص = $\frac{١}{س}$ ، س > صفر رسم العمودان ا ب ، ا جـ على المحورين الاحداثيين ، اوجد بعدي المستطيل ا ب م جـ (حيث م نقطة الأصل) بحيث يكون محيطه اصغر ما يمكن .

(١٩٨٣) يراد إنشاء حديقة مستطيلة الشكل مساحتها ٩٠٠م^{٢} وإحاطتها من جميع الجوانب بطريق خارجي منتظم عرضه ٢م ، اوجد أبعاد الحديقة التي تجعل المساحة الكلية للحديقة والطريق أقل ما يمكن .

(١٩٨٤) سلك طوله ١٢ سم ، ثني ليكون مثلثا متساوي الساقين ، اوجد أطوال أضلاعه لتكون مساحته اكبر ما يمكن .

(١٩٨٥) (١) جسم يسير في خط مستقيم وفقا للعلاقة ف = ن^{٤} − ١٢ن^{٣} + ٨ن^{٢} − ٦ن + ٥ حيث ف المسافة بالأمتار ، ن الزمن بالثواني ، اوجد اقل تسارع ممكن لهذا الجسم ؟

(٢) ا ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب بحيث أن ا ب = ٨ سم ، ب جـ = ١٢سم أخذت النقطة د على الوتر ا جـ وانزل منها العمودان د هـ ، د م على الضلعين : ب جـ ، ا ب على الترتيب ، اوجد طولي هذين الضلعين اللذين يجعلان مساحة المستطيل د هـ ب م أكبر ما يمكن .

(١٩٨٦) ا ب جـ د مستطيل فيه ا ب = ٨ سم ، ب جـ = ١٠ سم ، هـ نقطة على ب جـ بحيث أن ب هـ = ٦ ، أخذت نقطتان ل،م على ا ب ، د جـ بحيث كان قياس ∠ل هـ م = ٩٠° ، فإذا كان طول ل ب = س سم ، م جـ = ص سم ، فأوجد س،ص اللتين تجعلان مساحة المضلع ا ل هـ م د اكبر ما يمكن .

(١٩٨٧) (١) اوجد مساحة اكبر مثلث متساوي الساقين يمكن رسمه داخل دائرة نصف قطرها ١٠سم
(٢) جسم يتحرك في خط مستقيم حسب العلاقة ف = ن^{٣} − ١٢ن^{٢} + ٨٠ن حيث ف بالأمتار ، ن الزمن بالثواني ، اوجد اقل سرعة ممكنة لهذا الجسم.

(١٩٨٨) اوجد اقصر مسافة بين النقطة (٦،٠) ومنحنى س^{٢} − ص^{٢} = ١٦

(١٩٩٢) (١) جدار ارتفاعه ٨م ويبعد ١م عن بناية عالية ، اوجد طول اقصر.سلم يمكن أن يصل بين الأرض والبناية بحيث يرتكز على الجدار ؟
(٢) اوجد معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة (٣،٤) ويقطع من الربع الأول للمستوى الديكارتي مثلثا مساحته اصغر ما يمكن .

(١٩٩٣) سلك طوله ٢٨سم قطع إلى جزأين ثم ثني الجزء الأول ليكون مربعا وثني الجزء الثاني ليكون مستطيلا طوله يساوي ثلاثة أمثال عرضه ، اوجد طول كل من الجزأين إذا كان مجموع مساحتي المربع والمستطيل اقل ما يمكن

(١٩٩٤) (١) أب جـ ء مستطيل فيه أب = ٦ سم ، ب جـ = ١٠ سم ، مد الضلع ء جـ على استقامته إلى هـ ووصل أهـ ليقطع ب جـ في النقطة (و) فإذا كان طول ب و = س سم ، وطول جـ هـ = ص سم فأوجد قيمتي س،ص اللتين تجعلان مجموع مساحتي المثلثين أب و،وجـ هـ اقل ما يمكن .
(٢) جسم يسير في خط مستقيم بحيث أن بعده ف بالأمتار بعد ن ثانية يعطى بالعلاقة التالية:
ف = أ جتا $\frac{\pi}{4}$ن + ب جا $\frac{\pi}{4}$ن فإذا كانت السرعة المتوسطة للجسم في الفترة الزمنية [٠،٢]
هي ١٠م/ث وكانت سرعة الجسم اقل ما يمكن عندما ن = ١ ثانية فأوجد الثابتين أ،ب.

(١٩٩٥) أب جـ مثلث رؤوسه النقط أ(٣،٤)،ب(٦،٠)،جـ(٠،٠) اوجد مساحة اكبر مستطيل يمكن رسمه داخل المثلث بحيث يقع رأسان من رؤوس المستطيل على القاعدة ب جـ ويقع كل من الرأسين الآخرين على ضلعي المثلث الآخرين .

(١٩٩٦) اوجد حجم اكبر اسطوانة دائرية قائمة يمكن رسمها داخل كرة نصف قطرها $\sqrt{3}$ دسم .

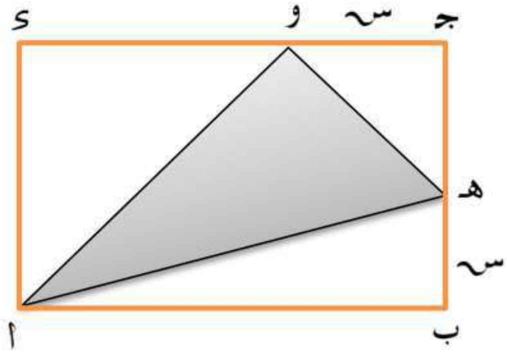
(١٩٩٧) اوجد إحداثي نقطة على منحنى الاقتران ص = ق(س) = $\sqrt{٢س - ١}$ بحيث تكون اقرب ما يمكن من النقطة (٣،٠).

(١٩٩٧ الاردن) كرة نصف قطرها نق حيث نق ثابت ، جد بدلالة كلا من نصف قطر قاعدة وارتفاع الاسطوانة الدائرية القائمة ذات اكبر حجم التي يمكن رسمها داخل هذه الكرة .

(١٩٩٨) (١) اوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة أ(٢،١) والذي يصنع مع المحورين في الربع الأول مثلثا مساحته اقل ما يمكن .

(٢) مستطيل ا ب جـ ء فيه اب = ١٠٠سم ، ب جـ = ٨٠سم فإذا تحركت نقطة من ء باتجاه ا بسرعة منتظمة مقدارها ٥سم/ث وتحركت نقطة أخرى من ب باتجاه جـ بسرعة منتظمة مقدارها ٣سم/ث فمتى تكون المسافة بين النقطتين أقل ما يمكن وما مقدارها عندئذ .

(١٩٩٨ الاردن) أراد احد الأندية تصميم راية له مستطيلة الشكل صفراء اللون وبداخلها مثلث أحمر اللون بحيث : ب هـ = جـ و = س كما في الشكل المجاور جد أقل مساحة ممكنة للمثلث ا و هـ



(١٩٩٩) دائرة نصف قطرها ١٠سم رسم فيها شبه منحرف ا ب جـ ء بحيث تقع رؤوسه على محيط الدائرة وتنطبق قاعدته الكبرى ب جـ على قطر الدائرة أوجد اكبر مساحة ممكنة لشبه المنحرف ا ب جـ ء .

(١٩٩٩ الاردن) إذا دارت صفيحة معدنية على شكل مثلث متساوي الساقين محيطه ٤٠سم دورة كاملة حول قاعدتها فما اكبر حجم ممكن للجسم الناتج عن هذا الدوران .

(٢٠٠٠) ا ب جـ مثلث متساوي الأضلاع طول ضلعه ٢ل سم ، أخذت النقط ء ، هـ ، و على أضلاعه ا ب ، ا جـ ، ب جـ على الترتيب بحيث كانت القطعة المستقيمة ء هـ توازي القاعدة ب جـ ، النقطة و هي منتصف ب جـ ، اثبت أن أكبر مساحة ممكنة للمثلث ء هـ و تساوي $\frac{١}{٤}$ مساحة المثلث ا ب جـ .

(٢٠٠٠ الاردن) (١) إذا كانت النقطة جـ(ا، ب) تقع في الربع الأول من المستوى الديكارتي ، فجد معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة جـ(ا، ب) ويصنع مع المحورين السيني والصادي ونقطة الأصل مثلثا مساحته أقل ما يمكن

(٢) صاحب مزرعة أغنام لديه ٣٦٠م من السلك المشبك ، يريد عمل ٦ حظائر مستطيلة الشكل ، ومتساوية المساحة ، اوجد أكبر مساحة ممكنة للحظائر يمكن عملها .

(٢٠٠١ الاردن) كرة مصمتة قطرها ١٠سم حفر بداخلها متوازي مستطيلات قاعدته مربعة الشكل وارتفاعه ع سم .

(أ) اثبت أن حجم متوازي المستطيلات يعطى بالعلاقة ح = ٢٠٠ع − $\frac{١}{٢}$ ع^{٣}

(ب) جد أبعاد متوازي المستطيلات لتعطي اكبر حجم ممكن.

(٢٠٠٢) جد مساحة اكبر مثلث متساوي الساقين مرسوم فوق محور السينات بحيث يقع رأسه في النقطة (٢،٠) والرأسان الآخران على منحنى الاقتران ق(س) = ٨ + ٤س − س^{٢} .

(قاعدة المثلث توازي محور السينات).

(٢٠٠٢ الاردن) ا ب جـ مثلث طول قاعدته ب جـ يساوي ١٢سم ، وطول ارتفاعه النازل من الرأس ا يساوي ١٦سم فرضت نقطة د على ب جـ ، ثم رسم مستقيم يوازي ب جـ ويقطع ا ب ، ا جـ في النقطتين هـ،و احسب طول العمود النازل من و على هـ لتكون مساحة المثلث هـ د و اكبر ما يمكن .

(٢٠٠٣) رسم مثلث داخل ربع دائرة نصف قطرها ر بحيث تنطبق قاعدة المثلث على نصف قطر الدائرة ويقع رأسه على محيطها ، اثبت أن اكبر مساحة ممكنة لهذا المثلث تساوي $\frac{١}{٢}$ ر^{٢} .

(٢٠٠٣ الاردن) ا(٠،٤)،ب(٠،٩) نقطتان ثابتتان ، جـ نقطة تتحرك على محور السينات الموجب ، جد الاحداثي السيني للنقطة جـ الذي يجعل قياس الزاوية ا جـ ب اكبر ما يمكن .

(٢٠٠٤) شبه منحرف فيه ٣ أضلاع متساوية طول كل منها ٥سم ، اوجد طول الضلع الرابع لتكون مساحة شبه المنحرف اكبر ما يمكن .

(٢٠٠٤ الاردن) (١) جد النقطة على منحنى الاقتران ق(س) = $\sqrt{\text{٨س}}$ والتي تكون اقرب ما يمكن إلى النقطة (٤،٢) .

(٢) قطعة خشب على شكل اسطوانة دائرية قائمة مساحتها الجانبية ٤٠٠π سم^{٢} ، حفر في هذه القطعة نصف كرة طول قطرها مساو لطول قطر قاعدة الاسطوانة ، جد طول نصف قطر قاعدة الاسطوانة الذي يجعل حجم الجزء المتبقي من الاسطوانة اكبر ما يمكن .

(٢٠٠٥) قطاع دائري محيطه ٢٨سم ، اثبت أن مساحته تكون قيمتها العظمى عندما تكون زاويته المركزية تساوي : ٢ راديان .

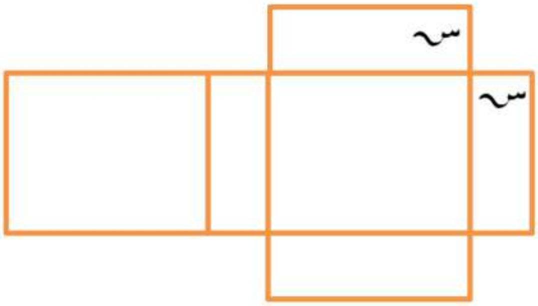
(٢٠٠٥ الاردن) يراد صنع صندوق مفتوح من الأعلى من صفيحة مستطيلة الشكل من المعدن طولها ٤٨سم وعرضها ٣٠سم وذلك بقص مربعات متساوية من زواياها الأربعة وثني الأجزاء البارزة للأعلى ، جد اكبر حجم ممكن للصندوق .

(٢٠٠٦) جد اقل كمية من الصفيح اللازمة لصناعة علبة على شكل اسطوانة دائرية قائمة مغلقة القاعدتين سعتها ١٦π سم^{٣} .

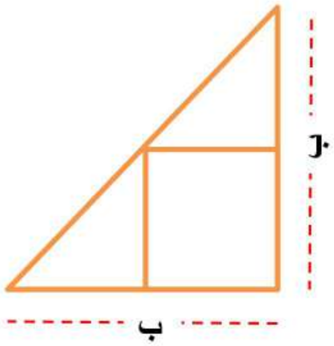
(٢٠٠٦ الاردن) يراد إقامة سياج حول قطعة ارض على شكل مستطيل ينتهي بنصفي دائرة ، فإذا كانت تكلفة تركيب المتر الواحد من السياج على الجانبين المستقيمين ٤ دنانير وعلى الأجزاء المنحنية ٦ دنانير ، جد اكبر مساحة ممكنة لقطعة الأرض التي يمكن إحاطتها بسياج تكلفته ٤٠٠دينار .

(٢٠٠٧) اوجد مساحة اكبر مستطيل يمكن رسمه داخل دائرة نصف قطرها ١٠سم .

(٢٠٠٧ الاردن) (١) جد معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة (٢،٣) بحيث يقطع من الربع الأول من المستوى الديكارتي مثلثا مساحته أصغر ما يمكن ؟



(٢) يمثل الشكل المجاور شبكة لصندوق على شكل متوازي مستطيلات مغلق تم قصها من قطعة من الورق المقوى مستطيلة الشكل أبعادها ١٦سم ، ٣٠سم جـد أكبر حجم ممكن للصندوق .



(٢٠٠٨) معتمدا على الشكل المجاور ، جد بعدي المستطيل ذي المساحة الكبرى ، الذي يمكن رسمه داخل مثلث قائم الزاوية ، بحيث ينطبق أحد أضلاعه على احد ضلعي القائمة في المثلث ورأساه الآخران على ضلعي المثلث الآخرين .

(٢٠٠٨ الاردن) (١) يراد طباعة إعلان على ورقة مستطيلة الشكل بحيث يكون عرض كلا من الهامشين في رأس الورقة وأسفلها ٣سم ، وفي كلا من الجانبين ٢سم ، إذا كانت مساحة المنطقة المطبوعة تساوي ١٥٠سم^{٢} فجد أبعاد الورقة التي تجعل مساحتها اصغر ما يمكن ، ويمكن استعمالها للطباعة ؟

(٢) ابجـء مستطيل فيه اب = ٤سم ، بجـ = ١٠سم مد الضلع جـء على استقامته إلى و ثم وصل بو فقطع الضلع اء في هـ فإذا كان اهـ = سسم ، ءو = صسم فجد قيمتي س،ص اللتين تجعلان مساحتي المثلثين ءهـو ، اهـب أصغر ما يمكن .

(٢٠٠٩) جد اقصر مسافة بين النقطة (٠،٦) ومنحنى العلاقة س^{٢} – ص^{٢} = ١٦.

(٢٠٠٩ اكمال) جد ميل المستقيم الذي يمر بالنقطة (٢،٤) ويصنع مع المحورين الاحداثيين في الربع الأول مثلثا مساحته أصغر ما يمكن .

(٢٠٠٩ الاردن) (١) مستطيل مساحته ١٦ سم^{٢} ، جد بعديه عندما يكون قطره اصغر ما يمكن .

(٢) اسطوانة دائرية قائمة مجموع محيط قاعدتها وارتفاعها ٦٦سم احسب ارتفاع الاسطوانة الذي يجعل حجمها أكبر ما يمكن .

(٢٠١٠) يراد صنع وعاء معدني على هيئة اسطوانة دائرية قائمة مفتوحة من أعلى سعتها ٨١πسم^{٣} ، فإذا كانت تكلفة المواد المستعملة ٣دنانير لكل سم^{٢} من قاعدة الاسطوانة ، ودينارا واحدا لكل سم^{٢} من سطحها الجانبي ، جد أبعاد الاسطوانة التي تجعل تكاليف صنعها أقل ما يمكن.

(٢٠١٠ الاردن) (١) إذا كان الإنتاج اليومي لمصنع حديد ص طنا من نوع الحديد الجيد ، س طنا من نوع الحديد الأقل جودة ، فإذا كانت ص = $\frac{٤٠ - ٥س}{١٠ - س}$ ، س ≠ ١٠ وكان سعر الطن من الحديد الجيد يساوي مثلي سعر الطن من الحديد الأقل جودة ، فجد الكمية التي ينتجها مصنع الحديد من كل نوع حتى يحقق أكبر إيراد

(٢) جد معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة (٣،٥) ويقطع من الربع الأول في المستوى الديكارتي مثلثا مساحته أصغر ما يمكن .

(٢٠١١) جد معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة (٣،٤) ويصنع مع المحورين الاحداثيين في الربع الأول مثلثا مساحته أصغر ما يمكن .

(٢٠١١ اكمال) سلك طوله ١٢سم ثني ليكون مثلثا متساوي الساقين ، اوجد أطوال أضلاع هذا المثلث لتكون مساحته أكبر ما يمكن .

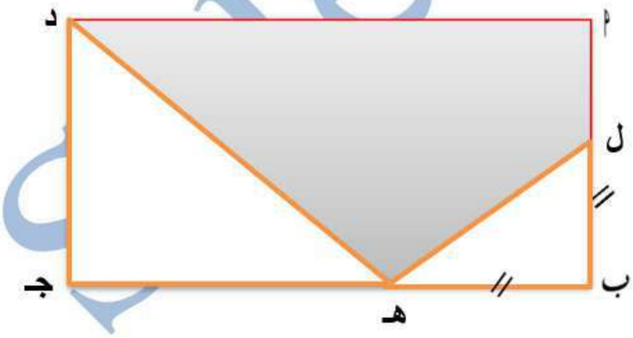
(٢٠١١ الاردن) (١) جد بعدي أكبر مستطيل من حيث المساحة يمكن رسمه فوق محور السينات بحيث تكون إحدى قاعدتيه على محور السينات ورأساه الآخران على منحنى الاقتران ق(س) = ٣٦ − س^{٢} ؟

(٢) مثلث متساوي الساقين طول قاعدته ٦سم وارتفاعه ٨سم يراد قطع مستطيل منه بحيث يقع رأسان منه على قاعدة المثلث ويقع كل من الرأسين الآخرين على ساقي المثلث ، جد بعدي المستطيل لتكون مساحته اكبر ما يمكن .

(٢٠١٢) جد الإحداث السيني للنقطة الواقعة على منحنى العلاقة ص^{٢} − ٢ص + ٤س − ٢٣ = صفر وتكون اقرب ما يمكن للنقطة (٣،١) .

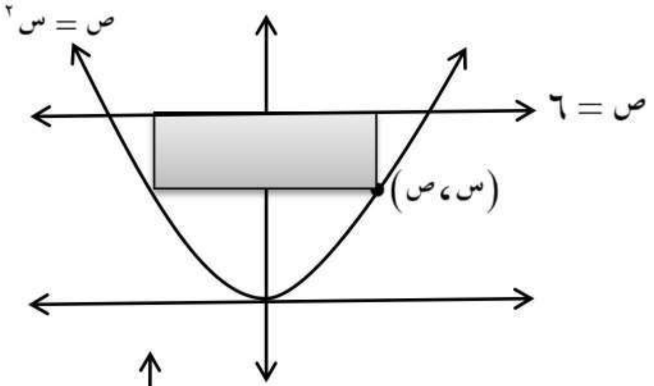
(٢٠١٢ الاردن) (١) صندوق على شكل متوازي مستطيلات قاعدته على شكل مستطيل طوله مثلي عرضه ، إذا كان مجموع ارتفاع الصندوق ومحيط قاعدته ٧٢سم فجد أبعاده التي تجعل حجمه اكبر ما يمكن ؟

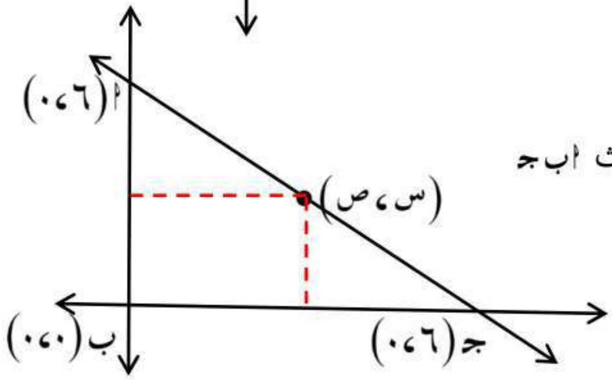
(٢) في الشكل المجاور ابجد مستطيل فيه اب = ٨ سم ، بج = ١٢ سم عينت النقطتان ل،هـ على الضلعين اب،بج على الترتيب بحيث كان بل = بهـ ، جد طول بل الذي يجعل مساحة الشكل الرباعي الهـد اكبر ما يمكن .



(٢٠١٣) جد مساحة أكبر مستطيل يمكن رسمه بحيث يقع رأسان من رؤوسه على محور السينات والرأسان الآخران على منحنى الاقتران ق(س) = ٨ − $\frac{٢}{٣}$س^{٢} .

(٢٠١٣ الاردن) (١) جد اكبر مساحة ممكنة للمستطيل في الشكل المجاور الذي يقع رأسان من رؤوسه على منحنى العلاقة ٤ص = س^{٢} ويقع رأساه الآخران على المستقيم ص = ٦ .





(٢)اعتمادا على الشكل المجاور والذي يمثل المثلث أ ب جـ القائم الزاوية في ب ، جد مساحة أكبر مستطيل يمكن رسمه داخل المثلث .

(٢٠١٤) اوجد باستخدام التفاضل أكبر حجم للشكل الناتج من دوران مستطيل محيطه ٦٠سم دورة كاملة حول أحد أضلاعه .

(٢٠١٤ اكمال غزة) جد أقرب نقطة على منحنى ص = $\sqrt{\text{س} - ١}$ إلى النقطة (٢،٠) .

(٢٠١٤ الاردن) (١) حافظة للماء الساخن تتكون من جزأين الأول وعاء اسطواني الشكل نصف قطر قاعدته نـق ، وارتفاعه ع والجزء الثاني غطاء على شكل نصف كرة ، نصف قطرها يساوي نصف قطر الاسطوانة كما في الشكل المجاور ، إذا كان حجم الحافظة ٣٦٠π سم^{٣} جد نصف القطر والارتفاع اللذين يجعلان المساحة الكلية لسطح الحافظة أقل ما يمكن .

(٢) جد أبعاد شبه المنحرف الذي يمكن رسمه في الربع الأول بحيث يقع رأسان من رؤوسه على محور السينات ورأساه الآخران على منحنى ق(س) = ٤س – س^{٢} لتكون مساحته أكبر ما يمكن .

(٢٠١٥) أوجد أقرب مسافة بين النقطة (٢،٠) ومنحنى العلاقة ص^{٢} – س^{٢} = ٨.

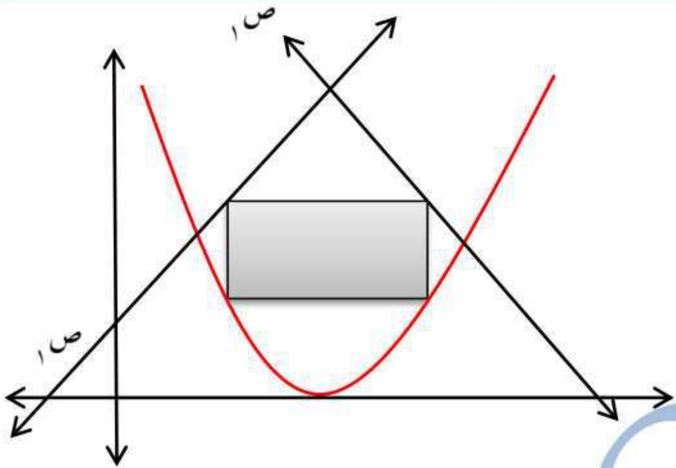
(٢٠١٥ اكمال) سلك طوله ٥٦سم ، قسم إلى جزأين صنع من أحدهما مربع ومن الآخر مستطيل طوله يساوي ثلاثة أمثال عرضه ما أبعاد كل من المربع والمستطيل ليكون مجموع مساحتيهما أقل ما يمكن.

(٢٠١٥ الاردن) اسطوانة دائرية قائمة مغلقة نصف قطر قاعدتها نق سم وارتفاعها ع سم وحجمها ٥٤ سم^{٣} ، جد نصف قطر قاعدة الاسطوانة وارتفاعها اللذان يجعلان مساحة سطحها الكلية أقل ما يمكن .

(٢) جد مساحة أكبر مستطيل يمكن رسمه داخل مثلث قائم الزاوية طول وتره ٢٤ سم وقياس إحدى زواياه ٣٠° بحيث تقع إحدى قاعدتي المستطيل على الوتر ورأساه الآخران على ضلعي القائمة .

(٢٠١٦) أب جـ مثلث قائم الزاوية في ب ، إذا كان طول أب = ٢سم وطول ب جـ = ٣سم ، ء نقطة على ب جـ اوجد طول ء جـ حيث يكون مجموع طول ء جـ ومثلي أء اقل ما يمكن .

(٢٠١٦ الاردن) يقع رأسان من رؤوس المستطيل المظلل في الشكل التالي على منحنى الاقتران ق(س) = س^{٢} − ٦س + ٩ ورأساه الآخران على المستقيمين ص$_{١}$ = ٢ + س ، ص$_{٢}$ = ٨ − س جد بعدي المستطيل اللذين يجعلان مساحته اكبر ما يمكن .

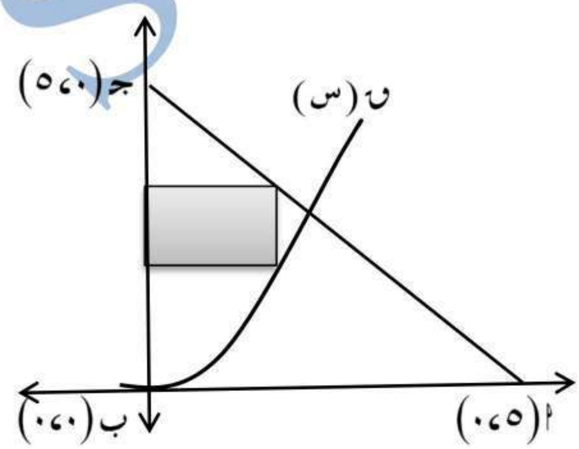


(٢) جد حجم أكبر موشور " منشور " رباعي قائم قاعدته مربعة الشكل يمكن وضعه داخل مخروط دائري قائم نصف قطر قاعدته ٦ سم وارتفاعه ٨ سم .

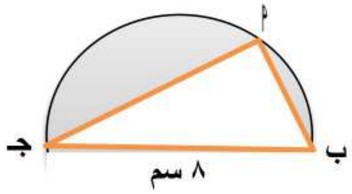
(٢٠١٧) ارض مستطيلة الشكل رؤوسها أ،ب،جـ،ء تتكون من حديقة مستطيلة الشكل مساحتها ٣٢٠٠متر مربع محاطة بأرصفة عرض كل من الرصيفين أب ، جـء يساوي ٤ متر ، وعرض كل من الرصيفين على الضلعين الآخرين ٢ متر ، اوجد اقل مساحة ممكنة لقطعة الأرض .

(٢٠١٧ دور ثاني) شبه منحرف فيه ٣ أضلاع متساوية في الطول وطول كل منها ٦ سم ، جد اكبر مساحة ممكنة لشبه المنحرف .

(٢٠١٧ الاردن) أب جـ مثلث قائم الزاوية احداثيات رؤوسه أ(٥،٠) ، ب(٠،٠) ، جـ(٠،٥) رسم داخله مستطيل ينطبق راسان من رؤوسه على الضلع ب جـ واحد راسيه الآخرين على الضلع أجـ والرأسان الآخران على منحنى ق(س) = س^{٢} ، كما في الشكل الآتي ، جد أكبر مساحة ممكنة للمستطيل المظلل .



(٢) رسم المثلث ا ب جـ داخل نصف دائرة طول قطرها ٨ سم بحيث يقع الرأسان ب،جـ على نهايتي القطر ، والرأس الآخر (ا) يتحرك على منحنى نصف الدائرة كما في الشكل المجاور ، فجد قياس الزاوية (هـ) التي تجعل مساحة المنطقة المظللة أصغر ما يمكن .



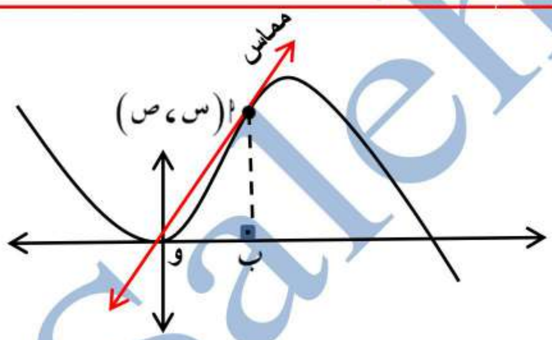
(٢٠١٨) ا ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب ، ومتساوي الساقين ، وطول ا جـ = ١٢ سم ، ما مساحة أكبر مستطيل يمكن رسمه داخل المثلث بحيث ينطبق أحد اضلاعه على الوتر ا جـ ، ويقع الراسان الآخران على ضلعي القائمة .

(٢٠١٨ الاردن) (١) الشكل المجاور يمثل المثلث ا ب جـ القائم الزاوية في ب ، فيه ا ب = ٣ سم ، ب جـ = ٤ سم وبداخله المثلث ء هـ و قائم الزاوية في هـ وتقع رؤوسه على اضلاع المثلث ا ب جـ علما بان ء هـ // ب جـ جد أكبر مساحة ممكنة للمثلث ء هـ و .

(٢) طريق منحني يمثل في المستوى بالاقتران ق(س) = $\sqrt{٢س - ١}$ ، والنقطة (٣ ، ٠) تمثل موقع مستشفى ، جد أحداثي النقطة ا(س،ص) الواقعة على الطريق التي يمكن ان يبنى فيها صيدلية وتكون اقرب ما يمكن الى المستشفى .

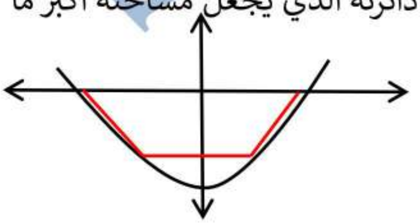
(٢٠١٨ دور ثاني) جد مساحة أكبر مستطيل يمكن رسمه داخل دائرة طول نصف قطرها ٢٠ سم .

(٢٠١٩) تتحرك النقطة ا(س،ص) على منحنى الاقتران ق(س) بحيث ميل المماس عندها في أي لحظة يساوي ١٢س − ٣س^{٢} ، س > صفر ، جد أكبر مساحة ممكنة للمثلث ا ب و حيث (و) نقطة الاصل .



(٢٠١٩ الاردن) (١) قطاع دائري محيطه ٢٤ م ، جد طول نصف قطر دائرته الذي يجعل مساحته أكبر ما يمكن .

(٢) جد أكبر مساحة ممكنة لشبه منحرف يمكن رسمه تحت محور السينات بحيث تكون احدى قاعدتيه على محور السينات ورأساه الآخران على منحنى الاقتران ق(س) = ٩ − س^{٢} (انظر الشكل)



(٣) لوحة اعلانات على شكل مثلث متطابق الضلعين محيطها ٦ أمتار ، جد اطوال اضلاع اللوحة التي تجعل مساحتها أكبر ما يمكن .

(٢٠١٩ دور ثاني) ثني سلك طوله ١٢سم ليكون مثلثاً متساوي الساقين ، جد أطوال اضلاع المثلث والتي تجعل مساحته أكبر ما يمكن .

(٢٠٢٠) اوجد مساحة اكبر مستطيل يمكن رسمه في الربع الاول ، بحيث يقع رأسان من رؤوسه على محور السينات ، اما الرأسان الاخران فإحداهما يقع على المستقيم $ص = ٢٠س$ ، والاخر على المستقيم $ص = ٤٢ - س$.

(٢٠٢٠ الدورة الثانية) أوجد مساحة أكبر شبه منحرف متساوي الساقين يمكن رسمه داخل منحنى الاقتران $ق(س) = \sqrt{١٦ - س^{٢}}$ ، بحيث أن رأسين من رؤوسه أصفار الاقتران ، والرأسين الآخرين يقعان على منحنى الاقتران $ق(س)$ فوق محور السنيات .

(٢٠٢٠ الاستكمالية) يريد رجل عمل حديقة مستطيلة الشكل في ارضه ، وذلك باحاطتها بسياج ، فاذا كان لديه ٨٠ متراً من الاسلاك ، فما مساحة أكبر حديقة يمكن احاطتها بهذا السياج .

(٢٠٢١) جد مساحة اكبر مستطيل يمكن وضعه داخل مثلث متساوي الساقين طول قاعدته ١٢ سم ، وارتفاعه ١٠ سم بحيث ينطبق أحد اضلاعه على قاعدة المثلث ويقع رأساه الاخران على ساقي المثلث .

(٢٠٢١ الدورة الثانية) اوجد حجم اكبر مخروط دائري قائم طول راسمه $\sqrt{١٢}$ سم يمكن .

(٢٠٢٢) جد أكبر مساحة ممكنة لمستطيل يمكن رسمه داخل دائرة نصف قطرها ٤ سم ، بحيث يقع أحد أضلاعه على قطر الدائرة ورأساه الاخران على الدائرة .