اختبار مبحث الرياضيات للثانوية العامة ـ الدورة الاستثنائية ـ جيل ٢٠٠٦ .

السؤال الأول : إذا كان ن(س) **اقتران كثير حدود من الدرجة الرابعة معرفاً على الفترة** [أ، ب[**ما أكبر عدد ممكن من النقاط الحرجة للاقتران** ن(س) .

أ) ١	ب) ٢	ج) ٣	**د) ٤**

∵ ن(س) من الدرجة الرابعة ← ∴ ن´(س) من الدرجة الثالثة

ن´(س) = ٠ ← " يوجد ٣ حلول كحد أكبر" ، ن´(س) = غير موجودة عند أطراف الفترات و ناخذ (أ) فقط لأنها هي المغلقة

بالتالي عدد النقاط هو (٣ من ن´(س) = ٠ + ١ من ن´(س) = غير موجودة = ٤ نقاط)

- ملاحظة : أقل عدد من النقاط الحرجة للاقتران ن(س) هي نقطتان .

السؤال الثاني : يتحرك جسم على خط مستقيم حسب العلاقة ف(ن) = ن^{٢} − ٦ن **حيث ف الإزاحة بالأمتار و (ن) الزمن بالثواني ما قيمة ن عندما تتساوى سرعة الجسم مع تسارعه .**

أ) صفر	ب) ٢	ج) ٣	**د) ٤**

ع(ن) = ف´(ن) = ٢ن − ٦ ، ت(ن) = ع´(ن) = ٢ || **السرعة = التسارع** ٢ن − ٦ = ٢ ← ن = ٤

السؤال الثالث : إذا كان ن(س) = أس^{٢} **وكان مقدار التغير في الاقتران** ن(س) **في الفترة** [−٢، ٤] = ٢٤ **ما قيمة الثابت أ ؟**

أ) ١	**ب) ٢**	ج) ١٢	د) ٦

مقدار التغير = Δن(س) = ن(٤) − ن(−٢) = ٢٤ ← ٦ أ − ٤ أ = ٢٤ ← ٢ أ = ٢٤ ← أ = ٢

السؤال الرابع : إذا كان ق كثير حدود حيث ن(س) = ن´(س) × ن´(س) **ما قيمة درجة ق(س) ؟**

أ) ١	ب) ٢	**ج) ٣**	د) ٤

نفرض أن درجة ق(س) هي (ن) ومنها ستكون درجة ن´(س) = ن − ١ ، ودرجة ن´(س) = ن − ٢

درجة الاقتران الأصلي = مجموع درجات المشتقة ← ن = ن − ١ + ن − ٢ ← ن = ٢ن − ٣ ← ن = ٣

السؤال الخامس : إذا كان ص = (٣س − ١)^{٢} **جد قيمة** $\frac{ص}{س}|_{س=-٢}$ **؟**

أ) ٧ـ	ب) ٣٥ـ	**ج) ٤٢ـ**	د) ٣٠

ص´ = ٢(٣س − ١) × ٣ = ٦(٣س − ١) ← $\frac{ص}{س}|_{س=-٢}$ = ٦((٣(−٢) − ١)) = −٤٢

السؤال السادس : إذا كان ن(س) = $\frac{(س^{٢}-١)^{٢}}{(س+١)^{٢}}$، س ≠ −١ **ما قيمة** ن´(١) **؟**

أ) صفر	ب) ٢	ج) ٤	د) ٢ـ

$ن(س) = \frac{(س^{٢}-١)^{٢}}{(س+١)^{٢}} = \frac{((س-١)(س+١))^{٢}}{(س+١)^{٢}} = \frac{(س-١)^{٢}(س+١)^{٢}}{(س+١)^{٢}} = (س-١)^{٢}$

ن´(س) = ٢(س − ١) × ١ ← ن´(١) = ٢(١ − ١) × ١ = ٠

السؤال السابع : إذا كان ن(س) = ٢س^{٢} × هـ(س)، هـ(٢) = ٢، هـ´(٢) = ١ ، **ما قيمة** ن´(٢) **؟**

أ) ٢٤	ب) ١٨	ج) ٦	د) ١٢

ن´(س) = ٤سهـ(س) + ٢س^{٢} هـ´(س) ← ن´(٢) = ٤(٢)هـ(٢) + ٢(٢)^{٢} هـ´(٢) = ٨(٢) + ٨ = ٢٤

السؤال الثامن : إذا كان $ن(س) = س - لو_{هـ}(هـ^{س} + ١)$ **ما قيمة** $ن'(٠)$ ؟

أ) ٠,٥	ب) -١	ج) ١	د) -٠,٥

$ن(س) = س - لو_{هـ}(هـ^{س} + ١) \leftarrow ن'(س) = ١ - \frac{هـ^{س}}{هـ^{س} + ١} \leftarrow ن'(٠) = ١ - \frac{هـ^{٠}}{هـ^{٠} + ١} = ١ - \frac{١}{٢} = \frac{١}{٢}$

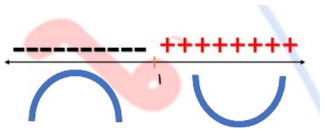
السؤال التاسع : إذا كان للاقتران $ن(س) = ا س^{٣} - س^{٢}$ ، $س \in ح$ **قيمة عظمى محلية عند س =٢ ، ما هو مجال التقعر للأسفل للاقتران ؟**

أ) $]-\infty ، ١[$	ب) $]٠ ، ٢[$	ج) $]١ ، \infty[$	د) $]-\infty ، ٢[$

∵ **للاقتران ق(س) قيمة عظمى عند س = ٢** ∴ $ن'(٢) = ٠ \leftarrow ن'(س) = ٣ا س^{٢} - ٢س$

$\leftarrow ن'(٢) = ٣ا(٢)^{٢} - ٢(٢) = ٠ \leftarrow ١٢ا - ٤ = ٠ \leftarrow ا = \frac{١}{٣}$ ، **لحساب مجال التقعر نحسب المشتقة الثانية ل ق(س)**

$ه''(س) = ٦ا س - ٢ = ٢س - ٢ \quad ه''(س) = ٠ \leftarrow ٢س - ٢ = ٠ \leftarrow س = ١$



ق(س) : **مقعر لأسفل في الفترة** $]-\infty ، ١[$ **ومقعر لأعلى في الفترة** $]١ ، \infty[$

السؤال العاشر : ما قيمة $\lim_{س \to ١} \frac{س^{٢} \times \sqrt{س^{٢} + ٣} - ٢}{س - ١}$ ؟

أ) ٣	ب) ٤,٥	ج) ٢	د) صفر

- **بالتعويض المباشر** $= \frac{٠}{٠} \leftarrow \lim_{س \to ١} \frac{س^{٢} \times \sqrt{س^{٢} + ٣} - ٢}{س - ١} = \lim_{س \to ١} \frac{(٢س \times \sqrt{س^{٢} + ٣}) + (\sqrt{س^{٢} + ٣} \times س^{٢} \times \frac{٢س}{٢\sqrt{س^{٢} + ٣}}) - ٠}{١}$
- $\lim_{س \to ١} \frac{(٢س \times \sqrt{س^{٢} + ٣}) + (\frac{٢س^{٣}}{٢\sqrt{س^{٢} + ٣}})}{١} = \frac{٢\sqrt{١^{٢} + ٣}(١) + \frac{٢}{٢\sqrt{١^{٢} + ٣}}}{١} = \frac{٤ + \frac{١}{٢}}{١} = \frac{٩}{٢} = ٤.٥$

السؤال الحادي عشر : إذا كان $ه(س) = هـ^{ا س}$ ، $ن^{(٣)}(٠) = ٢٧$ ، **ما قيمة الثابت أ ؟**

أ) ١	ب) ٣	ج) ٢	د) صفر

"بأخذ اللوغاريتم للطرفين" $لو_{هـ} ن(س) = لو_{هـ} هـ^{ا س} \leftarrow لو_{هـ} ن(س) = ا س$ **" نشتق الطرفين .**

$\frac{ن'(س)}{ن(س)} = ا \leftarrow ن'(س) = ا ن(س) \quad ** \quad ن''(س) = ا ن'(س) \; || \; ن''(س) = ا^{٢} ن(س)$ بالتعويض عن قيمة ق(س)

$ن''(س) = ا^{٢} ن'(س) \leftarrow ن''(س) = ا^{٣} ن(س) = ا^{٣} هـ^{ا س}$

∵ $ن''(٠) = ٢٧$ ∴ $ا^{٣} هـ^{ا(٠)} = ٢٧ \leftarrow ا^{٣} = ٢٧ \leftarrow ا = ٣$

السؤال الثاني عشر : إذا كان $ن(س) = \frac{١}{س^{٢} + ١}$ ، $ه(س) = ظاس$ ، $(ن ٥ ه)'(س) =$

أ) جا٢س	ب) -جا٢س	ج) جتا٢س	د) -جتا٢س

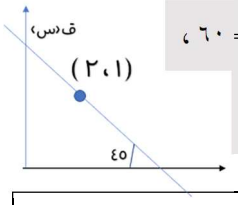
$(ن ٥ ه)'(س) = ن'(ه(س)) ه'(س) \leftarrow ن'(س) = \frac{-١ \times ٢س}{(س^{٢} + ١)^{٢}} \; || \; ه'(س) = قا^{٢} س$

$(ن ٥ ه)'(س) = ن'(ه(س)) ه'(س) = ن'(ظاس) قا^{٢} س = \frac{-٢ظاس}{(ظا^{٢} س + ١)^{٢}} \times قا^{٢} س = \frac{-٢ظاس}{(قا^{٢} س)^{٢}} \times قا^{٢} س = \frac{-٢ظاس}{(قا^{٢} س)}$

$ظاس = \frac{جاس}{جتاس}$ ، $\frac{١}{قا^{٢} س} \leftarrow || = \frac{-٢ظاس}{(قا^{٢} س)} = -٢ \frac{جاس}{جتاس} \times جتا^{٢} س = -٢جاس جتاس = -جا٢س$

السؤال الثالث عشر : معتمداً على الشكل ، إذا ق(س) ، هـ(س) اقترانين قابلين للاشتقاق حيث ق(س) × هَ(س) = ٦٠ ،

ما قيمة هً(١)



أ) ١٠	ب) ١٢	ج) ١٥	د) -١٥

- **من الشكل الذي يمثل ق(س)** ، ق(١) = ٢ ، قَ(١) = ظا(١٨٠ - ٤٥) = - ١

- هَ(س) = $\frac{٦٠}{ن(س)}$ ← هً(س) = $\frac{-٦٠ن'(س)}{(ن(س))^{٢}}$ ← هً(١) = $\frac{-٦٠ن'(١)}{(ن(١))^{٢}}$ = $\frac{-٦٠(-١)}{٤}$ = ١٥

السؤال الرابع عشر : **إذا كان** ن(س) = (س^{٢} - ٣)هـ^{س} ، س ∈ [-٣،٢] ، **ما القيمة الصغرى المطلقة للاقتران ق (س) ؟**

أ) ١	ب) -٢هـ	ج) ٣هـ^{٢}	د) -٣

ن'(س) = ٢سهـ^{س} + (س^{٢} - ٣)هـ^{س} ← ن'(س) = ٠ ← ٢سهـ^{س} + (س^{٢} - ٣)هـ^{س} = ٠ ← ٢سهـ^{س} = -(س^{٢} - ٣)هـ^{س} ← ٢س = -(س^{٢} - ٣)

س^{٢} + ٢س - ٣ = ٠ ← (س + ٣)(س - ١) = ٠ ← س = -٣ ، س = ١

يوجد ٣ قيم ، تكون عندها س نقطة حرجة وهي (-٣ ، ٢) " أطراف الفترة " و (١) " أصفار المشتقة "

نحسب قيمة كل واحدة منهم الأن :

ن(-٣) = ((-٣)^{٢} - ٣)هـ$^{-٣}$ = ٦هـ$^{-٣}$ | ن(١) = ((١)^{٢} - ٣)هـ^{١} = -٢هـ | ن(٢) = ((٢)^{٢} - ٣)هـ^{٢} = هـ^{٢}

ومنها تكون القيمة الصغرى المطلقة هي ن(١) = -٢هـ " أصغر قيمة "

السؤال الخامس عشر : **إذا كان** ل(س) = ن(٤س - س^{٢}) ، ن(س) **متناقص على ح ، فما العبارة الصحيحة دائماً للاقتران ل (س) ؟**

أ) **متناقص على**]-∞،٢[	ب) **متناقص على**]-٢،∞[
ج) **متزايد على**]-∞،٢[	د) **متزايد على**]-٢،∞[

ل'(س) = ن'(٤س - س^{٢}) × (٤ - ٢س) ← ∵ ق(س) متناقص ∴ إشارة ن'(س) سالبة .

إشارة ل'(س) = - × (٤ - ٢س) ، نبحث إشارة (٤ - ٢س) ← ٤ = ٢س ← س = ٢

∴ إشارة ل'(س) = - × - = + " متزايد " في الفترة]-∞،٢[، إشارة ل'(س) = - × + = - " متناقص " في الفترة]٢،∞-[

الإجابة النهائية هي : متزايد على]-∞،٢[

السؤال السادس عشر : **إذا كان** ن(س) = { اس^{٢} + بس + ٢ ، س ≤ ٢ ; س^{٢} + ٢١س - ١٠ ، س > ٢ } **وكانت** ن'(٢) **موجودة ، كما قيمة كل من أ ، ب على الترتيب ؟**

أ) ٠ ، ٤	ب) ٤ ، ٠	ج) ٠ ، ٢	د) ٢ ، ٠

نهـــا$_{س←٢^{+}}$ ن(س) = نهـــا$_{س←٢^{-}}$ ← ن(٢) = ٤أ + ٢ب + ٢ = ٤ + ٢٤ - ١٠ ← ٤أ + ٢ب = ١٦ ← (١)

ن'(س) = { ٢أس + ب ، س < ٢ ; ٢س + ١٢ ، س > ٢ } ← ن'(٢)$^{+}$ = ن'(٢)$^{-}$ ← ٤أ + ب = ١٦ ← (٢) **بطرح المعادلتين ينتج أن ب = صفر ، أ = ٤**

السؤال السابع عشر : **إذا كان المستقيم ٢ص + ٣س = ٧ ، يعامد منحنى ق(س) عند س = ١ ، ل(س) = ٣ن^{٢}(س) ، ما قيمة** ل'(١) ؟

أ) -١٨	ب) ٨	ج) ٤	د) -٩

ل'(س) = ٦ن(س)ن'(س) ← ل'(١) = ٦ن(١)ن'(١) ← (١)

∵ **المستقيم يعامد ق(س)** ∴ ص |$_{س=١}$ = ن(١) ← ٢ص + ٣(١) = ٧ ← ص = ٢ ∴ ن(١) = ٢

∴ ص' = $\frac{-١}{ن'(س)}$ |$_{س=١}$ ، **باشتقاق معادلة المستقيم** : ٢ص' + ٣ = ٠ ← ص' = $\frac{-٣}{٢}$ ← ن'(١) = $\frac{٢}{٣}$ ،، **بالتعويض في العلاقة** (١)

ل'(١) = ٦(٢)($\frac{٢}{٣}$) = ٨

السؤال الثامن عشر : إذا كان ق(س) كثير حدود حيث $\lim_{س\to ٢} \frac{ن(س)-٣}{٢-س} = ٦$ ، ل(س) = $س^{٢}$ ن(س) ، ما قيمة ل´(٢) ؟

أ) ـ٦	ب) ـ١٢	ج) ٦	د) ١٢

ل´(س) = ٢س ن(س) + $س^{٢}$ ن´(س) ← ل´(٢) = ٤ن(٢) + ٤ن´(٢) ... (١)

عند التعويض بقيمة النهاية نجد أن المقام = ٠ ، وبما أنَّ قيمتها موجودة ، بالتالي فإنَّ البسط = صفر

∴ ن(٢) − ٣ = ٠ ← ن(٢) = ٣ □□ ∵ $\lim_{س\to ٢} \frac{ن(س)-٣}{٢-س}$ = ٦ |∴ $\lim_{س\to ٢} \frac{ن´(س)-٠}{-١}$ = ٦ ← $\frac{ن´(٢)}{-١}$ = ٦ ∴ ن´(٢) = −٦ بالتعويض في (١)

ل´(٢) = ٤ن(٢) + ٤ن´(٢) = ٤(٣) + ٤(−٦) = ١٢ − ٢٤ = −١٢

السؤال التاسع عشر : إذا كان ن(س) = ٥جا٣س وكان ن´(س) = ا ن(س)، س ∈ $\left[٠، \frac{\pi}{٤}\right]$ ما قيمة الثابت ا ؟

أ) غير موجودة	ب) ـ٢	ج) ٢	د) صفر

ن´(س) = ٥جتا٣س × ٣ = ١٥جتا٣س || ن´(س) = −٥ ٤جا٣س ← ن(س) = −٥ ٤جا٣س ← ١٥جا٣س = −٥ ٤جا٣س ∴ ا = −٩

نلاحظ أنَّ قيمة أ غير موجودة ضمن الخيارات بالتالي تكون الإجابة غير موجودة .

السؤال العشرون : إذا كان $س^{٢}$ + $ص^{٢}$ + ١ = ٤س − ص ، ما قيمة $\left|\frac{د ص}{د س}\right|_{(١،١)}$ ؟

أ) ٢	ب) $\frac{٢}{٣}$	ج) $-\frac{٢}{٣}$	د) صفر

باشتقاق الطرفين بالنسبة لـ س . ← ٢س + ٢ص ص´ + ٠ = ٤ − ص´ بالتعويض عن قيمة النقطة (١ ، ١)

← ٢(١) + ٢(١)ص´ = ٤ − ص´ ← ٢ + ٢ص´ = ٤ − ص´ ← ٣ص´ = ٢ ← ص´ = $\frac{٢}{٣}$

السؤال الواحد و العشرون : إذا كان ن(س) = [٢س + ١] $(س-١)^{٢}$ ، فما قيمة ن´(١) ؟

أ) غير موجودة	ب) ٤	ج) ٢	د) صفر

نجد قيمة [٢س + ١] وذلك بالتعويض عن س = ١ ،، [٢(١) + ١] = ٣ □□ ن(س) = ٣$(س-١)^{٢}$ ← ن´(س) = ٦(س − ١) ← ن´(١) = ٦(١ − ١) = ٠

السؤال الثاني و العشرون : ما عدد نقاط الانعطاف لمنحنى الاقتران ن(س) = $\frac{س^{٢}+١}{س}$ ، س ≠ ٠

أ) ٢	ب) ١	ج) ٣	د) صفر

شروط نقطة الانعطاف عند س (١) س ضمن مجال الاقتران ٢) ن´(س) = ٠ ٣) الاقتران يغير من اتجاه التقعر عند س

- مجال الاقتران ح ما عدا الصفر .

نحسب أصفار المشتقة الثانية : س ن(س) = $س^{٢}$ + ١ ← ن(س) + س ن´(س) = ٢س نشتق مرة أخرى الطرفين : ن´(س) + ن´(س) + س ن´´(س) = ٢

٢ن´(س) + س ن´´(س) = ٢ ← ن´´(س) = $\frac{٢-٢ن´(س)}{س}$ ن´´(س) = ٠ = $\frac{٢-٢ن´(س)}{س}$ ← ٢ − ٢ن´(س) = ٠ ← ن´(س) = ١

$\frac{س(٢س)-(س^{٢}+١)}{س^{٢}}$ = ١ ← $\frac{-١+س^{٢}}{س^{٢}}$ = ١ ← $س^{٢}$ − ١ = $س^{٢}$ ← −١ ≠ ٠

نلاحظ أنه لا يوجد أصفار للمشتقة الثانية تنتمي للمجال و لا يوجد أطراف فترة ، بالتالي لا توجد نقاط انعطاف للاقتران

السؤال الثالث و العشرون : إذا كان ص = لـو$_{هـ}$ (لـو$_{هـ}$ س) حيث س > ٠ ما قيمة $\left|\frac{د ص}{د س}\right|_{س=هـ}$

أ) $\frac{١}{هـ^{٢}}$	ب) هـ	ج) ١	د) $\frac{١}{هـ}$

ص´ = $\frac{\frac{١}{س}}{لـو_{هـ} س}$ ← $\left|\frac{د ص}{د س}\right|_{س=هـ}$ = $\frac{\frac{١}{هـ}}{لـو_{هـ} هـ}$ = $\frac{١}{هـ}$

السؤال الرابع و العشرون : ما طول المستطيل الذي مساحته أكبر ما يمكن و محيطه ٢٤ سم ؟

أ) ١٠	ب) ٨	ج) ٦	د) ٤

نفرض أن الطول = س ، العرض = ص ،،

المساحة (م) = س × ص ← نحتاج أن نجعلهم بدلالة واحدة حتى نستطيع الاشتقاق .

المحيط (ع) = ٢(س + ص) ← ٢٤ = ٢(س + ص) ← ١٢ = س + ص ← ١٢ – س = ص

م = س × (١٢ – س) = ١٢س – س^{٢} ← الان نستطيع الاشتقاق بالنسبة ل س

م$'$ = ١٢ – ٢س ← ١٢ – ٢س = ٠ ← س = ٦ ، نشتق مرة أخرى لمعرفة نوع القيمة القصوى ← م$''$ = –٤ ∵ المشتقة الثانية (سالبة) ∴ قيمة عظمى

يمكن إيجاد أكبر مساحة للمستطيل عندما يكون طوله ٦سم . || في حال طلب العرض = ١٢ ـ ٦ = ٦ سم

السؤال الخامس و العشرون : إذا كان ن(س) =ظاسـ×جا٢سـ **فماذا تمثل** ن$'$(س) ؟

أ) ٢جا٢س	ب) ـ٢جا٢س	ج) ٤جتا٢س	د) ـ٤جا٢س

ظاسـ = $\frac{\text{جاسـ}}{\text{جتاسـ}}$ |جا٢سـ = ٢جاسـجتاسـ← ن(س) = $\frac{\text{جاسـ}}{\text{جتاسـ}}$ × ٢جاسـجتاسـ= ٢جا^{٢}س

ن$'$(س) = ٤جاسـجتاسـ= ٢جا٢سـ ← ن$''$(س) = ٢جتا٢سـ × ٢ = ٤جتا٢سـ

إعداد المعلم :

أ . عمر عبداللطيف عابدين

٠٥٩٢٦٥٤٥٠٢ — ٠٥٦٧٦٠٥٠١٣