بسم الله الرحمن الرحيم

الوحدة الأولى : الميكانيكا *Mechanics*

الفصل الأول: الزخم (كمية التحرك) الخطي والدفع

Linear Momentum and Impulse

إعداد : أ. محمد صابر فياض

مُدرس الفيزياء بمدرسة مهدية الشوا الثانوية للبنين

الفصل الأول: الزخم (كمية التحرك) الخطي والدفع

Linear Momentum and Impulse

الدرس الأول: الزخم (كمية التحرك) الخطي.

الدرس الثاني: الدفع.

الدرس الثالث: نظرية الدفع والزخم.

الدرس الرابع: حفظ الزخم في نظام معزول.

أسئلة الفصل الأول

3

بسم الله الرحمن الرحيم

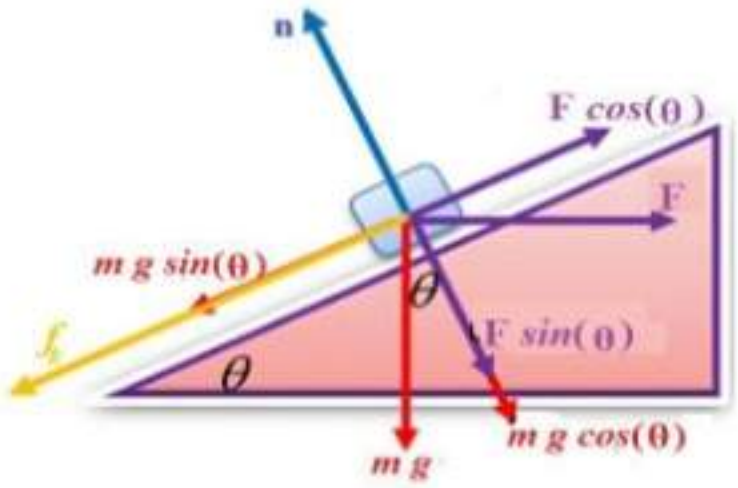
الوحدة الأولى : الميكانيكا

الفصل الأول : الزخم (كمية التحرك) الخطي والدفع

- **علم الفيزياء:** هو العلم الذي يدرس الظواهر الطبيعية ويفسرها ويضع لها النظريات والقوانين
- **الكمية الفيزيائية المتجهة :** هي الكمية الفيزيائية التي تمثل برقم ووحدة قياس واتجاه مثل السرعة والقوة
- **الكمية الفيزيائية القياسية :** هي الكمية الفيزيائية التي تمثل برقم ووحدة قياس فقط مثل الزمن والطول
- **القصور الذاتي :** هي الممانعة التي يبذلها الجسم ضد القوة التي تحاول تغيير حالته
- **قانون نيوتن الأول :** يبقى الجسم على حالته من السكون أو الحركة بسرعة ثابتة ما لم يؤثر عليه مؤثر خارجي .
- **قانون نيوتن الثاني :** يتناسب تسارع جسم طردياً مع القوة المؤثرة عليه : $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$
- **قانون نيوتن الثالث :** لكل فعل رد فعل مساوي له في المقدار ومضاد له في الاتجاه .
- **أنواع الحركة من حيث السرعة والتسارع :**

1. حركة بسرعة ثابتة وتسارع معدوم.
2. حركة بسرعة متغيرة بشكل منتظم وتسارع ثابت وهنا نستخدم معادلات الحركة الثلاثة.

- **طاقة الحركة :** الطاقة التي يكتسبها الجسم بسبب حركته : $K.E = \frac{1}{2} m v^2$
- **طاقة الوضع :** الطاقة التي يكتسبها الجسم بسبب وضعه : $U = m\,g\,h$
- **الشغل :** حاصل الضرب النقطي للقوة في متجه الازاحة :
- **القدرة :** الشغل المبذول لوحدة الزمن : القدرة = الشغل / الزمن .
- **تحليل القوة على سطح مائل :** كما في الشكل المجاور .
- **حالات إيجاد محصلة قوتين :**



1. إذا كانت القوتين بنفس الاتجاه فإن المحصلة = مجموعهما وبنفس اتجاههما : $F_R = F_1 + F_2$
2. إذا كانت القوتين متعاكستين في الاتجاه فإن المحصلة = القيمة المطلقة لحاصل طرحهما وفي اتجاه الأكبر منهما : $F_R = |F_1 - F_2|$.
3. إذا كانت القوتين متعامدتين فإن المحصلة : $F_R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$
4. إذا كانت القوتين تصنعان بينهما زاوية فإن المحصلة : $F_R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos(\theta)}$
5. إذا كان القوتين متساوتين ويصنعان بينهما زاوية فإن المحصلة: $F_R = 2F\cos(\frac{\theta}{2})$
6. إذا كان القوتين متساوتين ومتعامدتين فإن المحصلة: $F_R = \sqrt{2}\,F$
7. إذا كان عدة متجهات وتصنع زوايا مع بعضها، نوجد محصلة المتجهات في اتجاه محور س ومحصلة المتجهات في اتجاه محور ص وتكون المحصلة: $F_R = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$ ،

ما دور الفيزياء في فهم العوامل المؤثرة بالتصادمات وآثارها؟

تكمن اهمية دراسة التصادمات هي معرفة طبيعة الاجسام ومرونتها وحساب سرعة الاجسام المتصادمة بعد التصادم كما ويستفاد من دراسة التصادمات في تفسير بعض الحوادث وكذلك في بعض الألعاب ككرات البلياردو والكرات الزجاجية وكذلك في تجربة راذرفورد في صفيحة الذهب لدراسة نماذج الذرة.

2
تعليق واحد

بسم الله الرحمن الرحيم

الوحدة الأولى: الميكانيكا

الفصل الأول: الزخم (كمية التحرك) الخطي والدفع

الدرس الأول : الزخم (كمية التحرك) الخطي
Linear Momentum and Impulse

❖ يسهل عليك إيقاف كرة متحركة بسرعة منخفضة من إيقاف أخرى مماثلة متحركة بسرعة عالية ، كما يسهل إيقاف كرة صغيرة عن إيقاف كرة كبيرة متحركتين بنفس السرعة، فلماذا ؟

أفكر؟ ما العوامل التي تتحكم في إيقاف كرة مندفعة باتجاهك؟

1.كتلة الكرة 2. سرعتها

ما المقصود بالزخم الخطي ؟

كمية فيزيائية متجهة واتجاهها بنفس اتجاه سرعة الجسم وتساوي حاصل ضرب كتلة الجسم في سرعته، ووحدة قياسها ($kg.m/s$).

$$\mathbf{p} = m\,\mathbf{v} \qquad kg.m/s$$

- عندما يتحرك جسم كتلته (m) بسرعة ($\mathbf{v}$) فإنه يمتلك قوة تؤثر على جسم آخر يحاول إيقافه أو اعاقة حركته ، وكلما كانت كتلة هذا الجسم كبيرة وسرعته عالية كلما كانت القوة اللازمة لإيقافه اكبر فمثلا لو كانت سيارة تتحرك بسرعة ($40\ km/h$) فإن القوة المستخدمة لإيقافها تكون أقل مما لو كانت سرعة السيارة ($100\ km/h$). ونقول أن زخم السيارة في الحالة الثانية أكبر من زخم السيارة في الحالة الأولى.
- تتناسب سرعة جسم عكسياً مع كتلته عند ثبوت زخمه الخطي.

مثال: احسب الزخم الخطي لكل مما يأتي:

1) سيارة كتلتها ($1000\ kg$) تسير بسرعة ($20\ m/s$) باتجاه الشرق.
2) كرة كتلتها ($2\ kg$) تتحرك نحو الجنوب بطاقة حركية ($16\ J$) .

الحل :

1. $\mathbf{p} = m\mathbf{v} = 1000 \times 20 = 20000 kg.m/s$ شرقاً

2. $K.E = \frac{1}{2} m\mathbf{v}^2$

$$\Rightarrow 2m(K.E) = m^2\mathbf{v}^2 = P^2$$

$$\mathbf{p} = \sqrt{2m(K.E)} = \sqrt{2 \times 2 \times 16}$$

$$= 8 \quad kg.m/s \qquad \text{جنوبا}$$

2

ما المقصود بأن زخم جسم (10 *kg.m/s*) :

: أي أن جسم كتلته (1 *kg*) يتحرك بسرعة (10 *m/s*) .

: حاصل ضرب كتلة الجسم في سرعته (10 *kg.m/s*) .

أناقش:

1. ما وحدة قياس الزخم في النظام الدولي؟

وحدة قياس الزخم الخطي هي (*kg.m/s*)

2. ما العوامل التي يعتمد عليها الزخم؟

يعتمد الزخم على كلاً من كتلة الجسم وسرعته.

3. أثبت أن ($\frac{J.s}{m}$) هي وحدة قياس للزخم .

$$\frac{J.s}{m} = \frac{N.m.s}{m} = N.s = \frac{kg.m}{s^2}.s = kg.m/s$$

4. ما العلاقة بين زخم جسم وطاقته الحركية؟

$$\mathbf{p} = \sqrt{2m(K.E)}$$

مركبتان متساويتان في الكتلة وسرعة إحداهما ضعفي سرعة الأخرى، أيهما تحتاج قوة أقل لإيقافها في نفس الفترة الزمنية؟ ولماذا؟

الحل: الأقل سرعة يكون زخمها أقل وبالتالي تحتاج قوة أقل لإيقافها حيث أن القوة هي المعدل الزمني للتغير في الزخم (سيشرح لاحقاً)

أثبت أن الزخم يعطى بالعلاقة: $K.E = \frac{\mathbf{p}^2}{2m}$

الحل :

$$K.E = \frac{1}{2} m \mathbf{v}^2$$

$$= \frac{1}{2m} m^2 \mathbf{v}^2 = \frac{\mathbf{p}^2}{2m}$$

بسم الله الرحمن الرحيم

الوحدة الأولى: الميكانيكا

الفصل الأول: الزخم (كمية التحرك) الخطي والدفع

الدرس الثاني: الدفع Impulse

❖ يلعب الدفع دوراً مهماً في حياتنا لأن له تطبيقات كثيرة :مثل دفع كرة تنس، وكرة قدم، وكرة البيسبول، وكرة بلياردو، وسيارة لا تعمل، فلماذا تدفع سيارة عندما لا يعمل محركها؟

ما المقصود بالدفع ؟

كمية فيزيائية متجهه تساوي حاصل ضرب محصلة القوة المؤثرة في الجسم في زمن تأثيرها واتجاهها نفس اتجاه القوة، ووحدة قياسها ($N.s$)

$$\mathbf{I} = \mathbf{F}.\Delta t$$

❖ إذا أثرت على الجسم عدة قوى فإن الدفع الكلي على الجسم يساوي حاصل ضرب محصلة القوى المؤثرة على الجسم في زمن تأثيرها.

$$\mathbf{I} = \Sigma\mathbf{F}.\Delta t$$

أناقش:

1. ما وحدة قياس الدفع؟

وحدة قياس الدفع هي ($N.s$)

2. ما العوامل التي يعتمد عليها الدفع؟

يعتمد الدفع على كلاً من القوة المؤثرة على جسم وزمن تأثيرها.

3. بين أن وحدة الدفع هي نفسها وحدة الزخم.

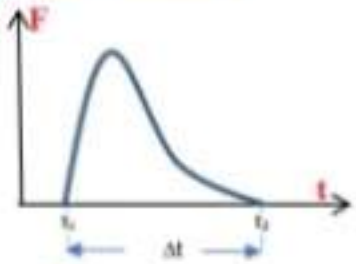
$$N.s = \frac{kg.m}{s^2}.s = kg.m/s$$

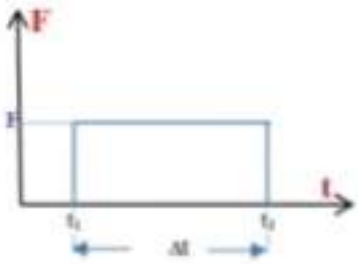
4. أذكر أمثلة أخرى على قوة تكسب الأجسام دفعاً؟

أغلب أنواع القوة التي ينتج عنها تغير في سرعة الجسم ينتج عنها دفع مثل قوى الشد والجاذبية والاحتكاك.

إلا أنه هناك قوة لا ينتج عنها دفع مثل قوة التلامس العمودية

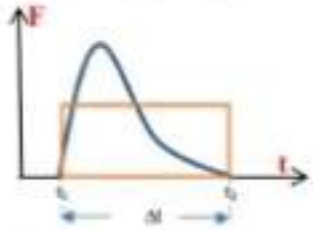
❖ إذا أثرت قوة متغيرة على الجسم خلال فترة زمنية فإنه يمكن تمثيل مقدار الدفع بيانياً بمساحة الشكل المحصور تحت منحنى (القوة – الزمن).





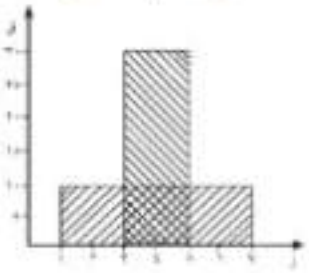
ما المقصود بمتوسط قوة الدفع ؟

هو القوة الثابتة التي إذا أثرت على الجسم خلال نفس الفترة الزمنية التي تؤثر فيه القوة المتغيرة على الجسم، أكسبته نفس الدفع.



❑ يمكن الحصول على قيم دفع متساوية من قوى ثابتة وغير متساوية.

يتم ذلك بتغيير زمن تأثير هذه القوة، الدفع الناشئ من قوة كبيرة في زمن قصير = الدفع الناشئ من قوة صغيرة في زمن طويل حيث القوة تتناسب عكسياً مع زمن تأثيرها عند ثبوت الدفع.



ما المقصود بأن متوسط قوة الدفع (30 N) : أن القوة الثابتة التي إذا أثرت في الجسم خلال نفس الفترة الزمنية التي تؤثر بها القوة المتغيرة أكسبته نفس الكمية من الدفع هي (30 N) .

ما المقصود بأن المساحة المحصورة تحت منحنى (القوة – الزمن) = (30 N)

: أي أن الدفع = (20 N) .

ما المقصود بأن الدفع على جسم ما = (5 N.s) .

: أي أن حاصل ضرب القوى المؤثرة في زمن تأثيرها (5 N.s) .

: أي أن القوة المؤثرة على الجسم خلال (1 s) هي (5 N) .

❑ يلجأ سائق سيارة إلى الضغط على الفرامل لفترات زمنية متتالية حتى تتوقف السيارة عند الاقتراب من مفترق طرق أو إشارة ضوئية؟

الحل: لزيادة زمن تأثير القوة مما يقلل من القوة المؤثرة على السيارة، حيث أن القوة تتناسب عكسياً مع الزمن عند ثبوت الدفع. (عند التوقف المفاجئ يكون الزمن قليل جداً فتزداد القوة المؤثرة على السيارة)

الوحدة الأولى: الميكانيكا

الفصل الأول: الزخم (كمية التحرك) الخطي والدفع

الدرس الثالث : نظرية الدفع – الزخم

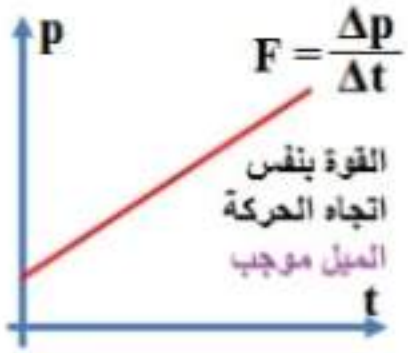
❖ يُعد الركض على الأقدام عملاً شاقاً فعندما يضرب العدّاء الأرض بقدمه تؤثر الأرض في القدم بقوة قد تزيد عن وزنه، فيصمم الحذاء الرياضي بحيث يكون نعله مزودا بوسائد امتصاص، لماذا ؟

أثبت أن المعدل الزمني للتغير في زخم جسم يساوي القوة المؤثرة عليه .

عند تأثير قوة خارجية (F) على الجسم كتلته (m) لفترة زمنية (Δt) فإن الجسم تتغير سرعته (Δv) بالتالي يتغير زخمه (Δp) .

$$\Delta \mathbf{p} = m\Delta \mathbf{v}$$

$$\frac{\Delta \mathbf{p}}{\Delta t} = \frac{m\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} = m\,\mathbf{a} = \mathbf{F}$$

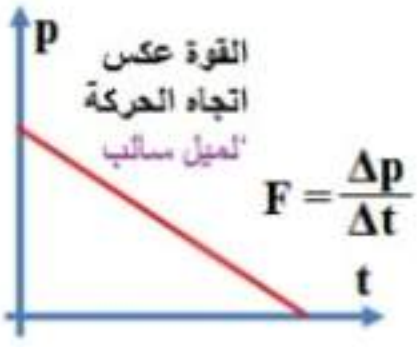


ما المقصود بالقوة ؟

المعدل الزمني للتغير في الزخم ووحدة قياسها ، $(kg.m/s^2 = N)$.

$$\mathbf{F} = \frac{\Delta \mathbf{p}}{\Delta t}$$ (صيغة أخرى لقانون نيوتن الثاني)

$$\Rightarrow \Delta \mathbf{p} = \mathbf{F}.\Delta t = \mathbf{I}$$



أذكر العوامل التي يعتمد عليها التغير في الزخم.

1. مقدار القوة المؤثرة على الجسم (تناسب طردي)
2. زمن تأثير القوة (تناسب طردي)

ما المقصود بنظرية الدفع والزخم ؟

الدفع الذي تحدثه محصلة القوة المؤثرة في جسم خلال فترة زمنية = التغير في زخم الجسم خلال تلك الفترة .

قارن بين القوة والدفع ؟

القوة : المعدل الزمني للتغير في الزخم .

الدفع : التغير في الزخم .

☒ مستخدما نظرية الدفع – الزخم، بين أهمية تزويد المركبات الحديثة بوسادات هوائية (Air Bags).

الحل: تندفع منتفخة لتدفع السائق عند التصادم لتعمل على زيادة زمن التصادم بين السائق وأجزاء المركبة مما يقلل من القوة التي تؤثر عليه حيث أن القوة تتناسب عكسياً مع الزمن عند ثبوت الدفع، وتقوم بتوزيع القوة على مساحة أكبر من جسم السائق لتخفيف شدة الصدمة.

☒ كيف يحدث تغير في زخم الجسم؟ أعط أمثلة وشواهد من الحياة.

الحل: يحدث تغير في زخم جسم بتغيير القوة المؤثرة عليه أو بتغيير زمن تأثيرها. كضغط السائق على فرامل سيارته

ما المقصود بأن القوة المؤثرة على جسم = (10 N)

: أي أن المعدل الزمني للتغير في زخم هذا الجسم (10 N)

: أي أن التغير في زخم الجسم في زمن (1 s) يساوي (10 kg.m/s)

مثال : سيارة كتلتها (1200 kg) تسير بسرعة (20 m/s) ، انخفضت سرعتها إلى (8 m/s) في نفس الاتجاه وفي زمن مقداره (6 s) ، أوجد متوسط القوة التي أثرت على السيارة خلال تلك الفترة .

$$\Delta \mathbf{p} = \mathbf{F}.\Delta t$$

$$m\Delta \mathbf{v} = \mathbf{F}.\Delta t$$

$$1200(8-20) = \mathbf{F} \times 6$$

$$\mathbf{F} = \frac{-14400}{6} = -2400N$$

إشارة السالب تدل على أن القوة المؤثرة عكس اتجاه الحركة

أثبت : باستخدام معادلات الحركة أن الدفع يساوي التغير في الزخم.

$$\mathbf{v}_2 = \mathbf{v}_1 + \mathbf{a}t \Rightarrow \mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1 = \mathbf{a}t$$

$$\Rightarrow m(\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1) = m\mathbf{a}.t$$

$$\Rightarrow m\Delta \mathbf{v} = \mathbf{F}.\Delta t \Rightarrow \Delta \mathbf{p} = \mathbf{I}$$

بسم الله الرحمن الرحيم

الوحدة الأولى : الميكانيكا

الفصل الأول : الزخم (كمية التحرك) الخطي والدفع

الدرس الرابع: حفظ الزخم في نظام معزول

$$F = \frac{\Delta P}{\Delta t}$$

❖ إذا كانت محصلة القوى المؤثرة على نظام معدومة فإن زخم النظام محفوظ، ما المقصود بحفظ الزخم ؟

❖ إذا كانت القوة المحصلة التي تؤثر في نظام (مجموعة من الأجسام) تساوي صفر يكون النظام معزولاً، وتبقى القوة المتبادلة بين الأجسام داخله هي القوى الوحيدة في النظام.

$$\Rightarrow \mathbf{F} = \frac{\Delta \mathbf{p}}{\Delta t} = 0 \Rightarrow \Delta \mathbf{p} = 0$$

$$\Rightarrow \mathbf{p}_2 = \mathbf{p}_1 = \text{ثابت}$$

أي يعتبر الزخم كمية محفوظة

ما المقصود بقانون حفظ الزخم ؟

إذا كانت محصلة القوى الخارجية المؤثرة في نظام مغلق تساوي صفراً، فإن مجموع زخم هذه الأجسام يبقى ثابتٌ مقداراً واتجاهاً قبل التأثير وبعده، أي أن:

$$\Sigma \mathbf{p}_i = \Sigma \mathbf{p}_f$$

❖ النظام المغلق: مجموعة من الأجسام التي تبقى كتلها ثابتة خلال أية عملية تبادل للقوى.

❖ قانون حفظ الزخم لا ينطبق على تصادم جسمين أحدهما ثابت (جدار، سقف، أرض)

مثال: يجلس ولد كتلته (35 kg) في قارب ساكن كتلته (65 kg) ويحمل حقيبة كتلتها (6 kg) ، إذا قذف الولد الحقيبة أفقياً بسرعة (10 m/s) وبإهمال مقاومة الماء ، جد سرعة القارب بعد قذف الحقيبة مباشرة .

الحل:

$$\Sigma \mathbf{p}_i = \Sigma \mathbf{p}_f$$

$$0 = 6 \times 10 + (35 + 36)\mathbf{v}_{2f}$$

$$\Rightarrow \mathbf{v}_{2f} = -0.6 \quad m/s$$

بعكس اتجاه حركة الحقيبة (للخلف)

انفجر جسم ساكن إلى جزأين، كتلة الأول تساوي مثلي كتلة الثاني، إذا كانت الطاقة الحركية الناتجة عن الانفجار تساوي (**7500 J**) ، ما الطاقة الحركية التي يكتسبها كل منهما ؟

الحل:

$$\Sigma \mathbf{p}_i = \Sigma \mathbf{p}_f$$

$$0 = \mathbf{p}_{1f} + \mathbf{p}_{2f} \Rightarrow \mathbf{p}_{1f} = -\mathbf{p}_{2f}$$

$$\Rightarrow \sqrt{2m_1(K.E)_1} = -\sqrt{2m_2(K.E)_2} \qquad \Rightarrow \frac{(K.E)_1}{(K.E)_2} = \frac{m_2}{m_1}$$

$$2m_1(K.E)_1 = 2m_2(K.E)_2$$

$$2(K.E)_1 = (K.E)_2 \qquad .....(1)$$

$$(K.E)_1 + (K.E)_2 = 7500 \qquad .....(2)$$

$$\Rightarrow 3(K.E)_1 = 7500 \Rightarrow (K.E)_1 = 2500J$$

$$\Rightarrow (K.E)_2 = 5000J$$

بسم الله الرحمن الرحيم

الوحدة الأولى : الميكانيكا

الفصل الأول : الزخم (كمية التحرك) الخطي والدفع

أسئلة الفصل الأول : الزخم (كمية التحرك) الخطي والدفع

س 1 : ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة فيما يلي:

1. أي الكميات التالية تمثل " المعدل الزمني للتغير في كمية التحرك " ؟
   أ. الدفع ب. الشغل ج. القوة د. التسارع
2. ما مقدار الدفع المؤثر على الحائط عند اصطدام جسم كتلته $2\ kg$ يتحرك أفقيا بسرعة $4\ m/s$ بحائط وارتداده بنفس السرعة بوحدة $(N.s)$ ؟
   أ. 8 ب. 16 ج. 0 د. 32
3. إذا مثلت العلاقة بيانيا بين الزخم لجسم على محور الصادات والزمن على محور السينات، ماذا يمثل ميل المنحنى؟
   أ. كمية التحرك ب. مقلوب الدفع ج. الطاقة الحركية د. القوة
4. جسم كتلته $0.5\ kg$ سقط من السكون من ارتفاع $180\ cm$ عن سطح الأرض، فما زخمه عند وصوله الأرض بوحدة $(kg.m/s)$؟
   أ. 5 ب. 6 ج. 3 د. 9
5. يدور قمر صناعي حول الأرض فإذا كانت كتلته (m) سرعته (v) ثابتة، فما التغير في كمية تحركه لدى اجتيازه نصف المدار حول الأرض؟
   أ. 0 ب. $m\ \mathrm{v}$ ج. $2\ m\ \mathrm{v}$ د. $0.5\ m\ \mathrm{v}$
6. جسم كتلته $4\ kg$ يتحرك بسرعة $2\ m/s$ أثرت عليه قوة $8\ N$ بنفس اتجاه حركته لمدة $5\ sec$ ، كم يصبح زخمه بوحدة $(kg.m/s)$؟
   أ. 12 ب. 8 ج. 40 د. 48
7. كرة كتلتها $0.2\ kg$ تقترب من مضرب بسرعة $40\ m/s$ وترتد عنه بسرعة $50\ m/s$ إذا دام التلامس $0.2\ sec$، فكم يساوي متوسط القوة التي يؤثر بها المضرب على الكرة بوحدة (N) ؟
   أ. 18 ب. 10 ج. 90 د. 2
8. في منحنى (القوة - الزمن) ماذا تمثل المساحة تحت المنحنى.
   أ. التغير في السرعة ب. التسارع ج. الدفع د. كمية التحرك
9. إذا دفع رجل كتلته $70\ kg$ يقف على أرض جليدية أفقية ولد كتلته $50\ kg$ ، فكم يساوي التغير في زخم الرجل والولد معاً بوحدة $(kg.m/s)$؟
   أ. 0 ب. 100 ج. 140 د. 240
10. إذا علمت مقدار الدفع المؤثر على جسم كتلته (m) فأي مما يلي تستطيع حسابه؟
    أ. سرعته الابتدائية ب. تسارعه ج. سرعته النهائية د. التغير في السرعة
11. قذيفة كتلتها $2\ kg$ انطلقت بسرعة $200\ m/s$ من فوهة مدفع كتلته $500\ kg$، فما سرعة ارتداد المدفع بوحدة (m/s)؟
    أ. 1.25 ب. 0.75 ج. 0.8 د. 2.5

س 2 : وضح المقصود بكل من

- **الزخم:** كمية فيزيائية متجهة واتجاهها بنفس اتجاه سرعة الجسم وتساوي حاصل ضرب كتلة الجسم في سرعته، ووحدة قياسها $(kg.m/s)$. $\mathbf{p} = m\ \mathbf{v}$
- **الدفع:** كمية فيزيائية متجهه تساوي حاصل ضرب محصلة القوة المؤثرة في الجسم في زمن تأثيرها واتجاهها نفس اتجاه القوة، ووحدة قياسها $(N.s)$ $\mathbf{I} = \mathbf{F}.\Delta t$
- **النظام المعزول:** هو النظام التي تكون محصلة القوى المؤثرة فيه تساوي صفر.

س 3 : علل :

1. تتكسر بيضة نينة إذا سقطت من ارتفاع ما باتجاه أرض صلبة من الاسمنت بينما لا تتكسر نفس البيضة إذا وقعت على أرض من الرمل الناعم.

وذلك لزيادة زمن التصادم بين البيضة والرمل وبالتالي تقليل القوة المؤثرة في البيضة فلا تتكسر. $\mathbf{F}=\frac{\Delta \mathbf{p}}{\Delta t}$

2. تكون مواسير بنادق الصيد طويلة.

ليزداد زمن تأثير القوة على الرصاصة فيكون دفع البندقية على الرصاصة أكبر وبالتالي سرعة أكبر فتصل مسافة أبعد.

3. سرعة ارتداد المدفع أقل من سرعة انطلاق القذيفة.

لأن كتلة المدفع أكبر من كتلة القذيفة، حيث أن زخم المدفع = زخم القذيفة فالسرعة تتناسب عكسياً مع الكتلة عند ثبوت الزخم

س 4 : أثرت قوة ($15\ N$) في جسم ودام تأثيرها ($7\ s$) ، احسب:

أ الدفع الذي أثر في الجسم .

ب الزمن اللازم لقوة مقدارها ($1.5\ N$) تؤثر في الجسم ويكون لها نفس دفع القوة الأولى.

الحل:

$$\mathbf{I}=\mathbf{F}.\Delta t=15\times 7=105 N.s$$

$$\mathbf{I}=\mathbf{F}.\Delta t \Rightarrow 105=1.5\times \Delta t \Rightarrow \Delta t=\frac{105}{1.5}=70 s$$

س 5 : ضرب لاعب كرة كتلتها ($0.6\ kg$) ساكنة فانطلقت بسرعة ($15\ m/s$) ، احسب:

أ التغير في زخم الكرة .

ب متوسط القوة التي اثر بها اللاعب على الكرة إذا دام التلامس ($0.06\ s$) .

الحل:

$$\mathbf{p}=m\,\mathbf{v}=0.6\times 15=9 kg.m/s$$

$$\mathbf{F}=\frac{\Delta \mathbf{p}}{\Delta t}=\frac{9}{0.06}=150 N$$

س 6 : أثرت قوة لمدة ($0.6\ s$) على جسم فازداد زخمه بمقدار ($12\ kg.m/s$) ، احسب متوسط القوة المؤثرة.

الحل:

$$\mathbf{F}=\frac{\Delta \mathbf{p}}{\Delta t}=\frac{12}{0.6}=20 N$$

س 7 : سائق سيارة كتلته ($80\ kg$) يقود سيارة بسرعة ($25\ m/s$) شاهد حيوانا على الطريق، فضغط على الكوابح ليتفادى الاصطدام بالحيوان فاندفع إلى الأمام إلا أن حزام الأمان أوقف جسمه عن الحركة خلال ($0.5\ s$) ، أجب عما يلي:

1. ما متوسط القوة التي أثر بها حزام الأمان في السائق؟
2. ما متوسط القوة التي سيؤثر بها المقود في السائق عند ارتطامه به خلال ($0.001\ s$) في حالة عدم وجود حزام الأمان؟
3. ماذا تستنتج من خلال إجابتك على الفرعين السابقين؟

الحل: في حالة وجود حزام الأمان:

$$\mathbf{F}=\frac{\Delta \mathbf{p}}{\Delta t}=\frac{m(\mathbf{v}_f-\mathbf{v}_i)}{\Delta t}=\frac{80(0-25)}{0.5}=4000 N$$

في حالة عدم وجود حزام الأمان:

$$\mathbf{F}=\frac{\Delta \mathbf{p}}{\Delta t}=\frac{m(\mathbf{v}_f-\mathbf{v}_i)}{\Delta t}=\frac{80(0-25)}{0.001}=2\times 10^6\ N$$

الاستنتاج: أن حزام الأمان يعمل على إطالة الزمن مما يقلل من القوة المؤثرة في السائق.

س 8 : تسير سيارة كتلتها (600 kg) بجانب متسابق وبسرعة (9 km/h) ، إذا كانت كتلة المتسابق (60 kg)، أجب عما يلي:

1. ما زخم السيارة؟
2. زخم المتسابق؟
3. هل يمكن أن يركض المتسابق بحيث يكون له زخم السيارة نفسه .علل إجابتك .

الحل:

1. $\mathbf{p}_1 = m\,\mathbf{v}_1 = 600\times\frac{9\times1000}{3600} = 1500N.s$

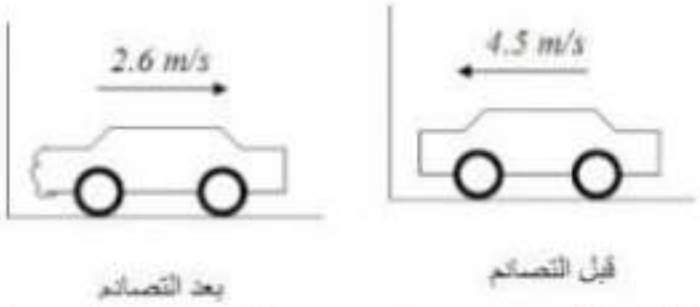
2. $\mathbf{p}_2 = m\,\mathbf{v}_2 = 60\times\frac{9\times1000}{3600} = 150N.s$

3. يمكن أن يكون للمتسابق نفس زخم السيارة إذا ضاعف سرعته لتصبح (90 km/h).

3. $\mathbf{p}_2 = m\,\mathbf{v}_2 \Rightarrow 1500 = 60\times\mathbf{v}_2 \Rightarrow \mathbf{v}_2 = 25m/s = 90km/h$

س 9 : في الشكل تقترب سيارة كتلتها (1600 kg) من جدار وترتد عنه، فما:

1. التغير في زخم السيارة .
2. الطاقة الحركية المفقودة.



الحل:

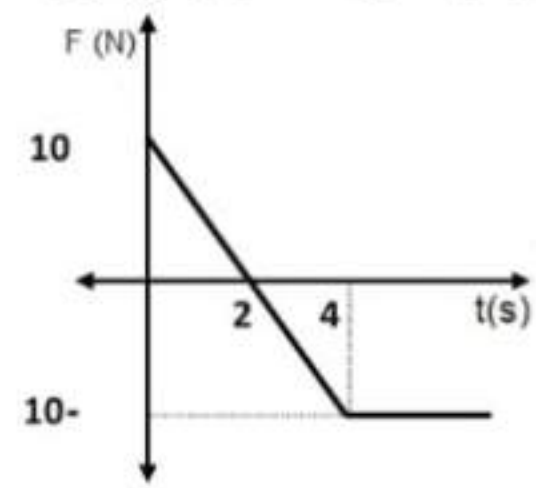
1. $\Delta\mathbf{p} = m\,\Delta\mathbf{v} = m(\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_i) = 1600\times(2.6-(-4.5)) = 11360N.s$

2. $K.E_{loss} = K.E_i - K.E_f = \frac{1}{2}m(\mathbf{v}_i^2 - \mathbf{v}_f^2)$

$= \frac{1}{2}\times1600\times(4.5^2 - 2.6^2) = 10792J$

س 10 : جسم كتلته (2 kg) يتحرك بسرعة (5 m/s) على سطح أفقي أملس، أثرت عليه قوة متغيرة مثلت بيانيا مع الزمن كما في الشكل المجاور، بالاعتماد على البيانات المثبتة عليه، جد:

1. أكبر سرعة يمكن أن يمتلكها الجسم .
2. زمن توقف الجسم.
3. شغل القوة خلال (4 s).
4. متوسط القوة المؤثرة من بداية تأثيرها وحتى سكون الجسم.



الحل:

1. أكبر سرعة يمتلكها الجسم تكون عند أكبر دفع، عند (2 s)، ويكون الدفع = مساحة الشكل تحت المنحنى

1. $\mathbf{I} = \frac{1}{2}\times2\times10 = 10N.s$

$= \Delta\mathbf{p} = m\,\Delta\mathbf{v} = m(\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_i)$

$\Rightarrow 10 = 2\times(\mathbf{v}_f - 5) \Rightarrow \mathbf{v}_f = 10m/s$

2. زمن توقف الجسم: ($\mathbf{v}_f = 0$)

2. $\Delta \mathbf{p} = m\Delta \mathbf{v} = m(\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_i) = 2(0-5) = -10\,N.s$

$$\Rightarrow \mathbf{I} = -10 = \frac{1}{2}\times 2\times 10 + \frac{1}{2}\times 2\times -10 + \Delta t \times -10 \Rightarrow \Delta t = 1\sec$$

$$t = 1+4 = 5\sec$$

3. شغل القوة خلال ($4\ s$).

3. $\mathbf{I}\big|_{t=4\sec} = \frac{1}{2}\times 2\times 10 + \frac{1}{2}\times 2\times -10 = 0$

4. متوسط القوة المؤثرة من بداية تأثيرها وحتى سكون الجسم:
عند توقف الجسم يكون الدفع = التغير في الزخم = ($-10\ N.s$)

4. $\mathbf{F} = \frac{\Delta \mathbf{p}}{\Delta t} = \frac{-10}{5} = -2\,N$

بسم الله الرحمن الرحيم

الوحدة الأولى : الميكانيكا *Mechanics*

الفصل الثاني : التحريك الدوراني

Rotational Dynamics

إعداد : أ. محمد صابر فياض

مُدرس الفيزياء بمدرسة مهدية الشوا الثانوية للبنين

الفصل الثالث : التحريك الدوراني

الدرس الأول : العزم . *Torque*

الدرس الثاني : القصور الدوراني . *Moment of Inertia*

الدرس الثالث : الشغل والطاقة الحركية في الحركة الدورانية

الدرس الرابع: الزخم الزاوي *Angular Moment*

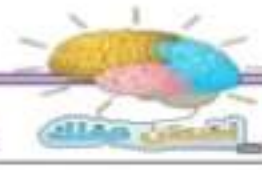
أسئلة الفصل الثالث :

أسئلة الوحدة الأولى :

مقدمـــــة

❖ تعرفنا سابقًا على الحركة الدائرية (*Circular Motion*) ، التي تعتبر حالة خاصة من حالات الحركة الدورانية (*Rotational Motion*)، ما المقصود بكلٍ منها؟

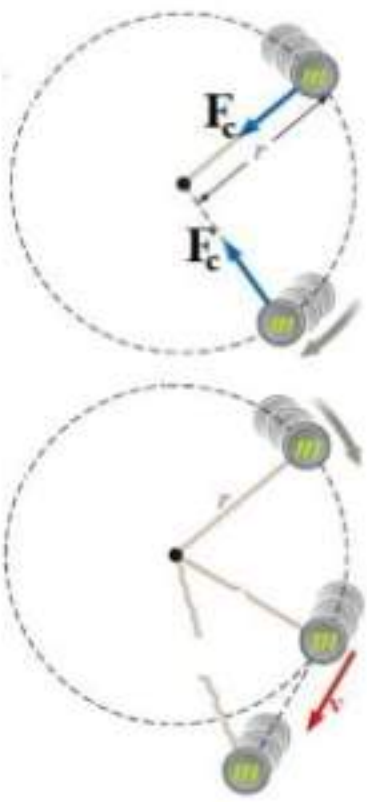
- **الحركة الدورانية:** دوران الجسم حول مركزه أو محوره. (محور يمر بالجسم)
- **الحركة الدائرية:** دوران الجسم في مسار دائري بسرعة ثابتة حول محور محدد.



قوانين الحركة الدائرية:

	s	طول القوس (*m*)
	θ	الزاوية (*rad*)
$s = \theta r$	r	نصف القطر (*m*)
$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$	ω	السرعة الزاوية (*rad/s*)
	f	التردد (*Hz*)
$\mathbf{a}_c = \frac{v^2}{r} = r\omega^2$	t	الزمن (*sec*)
	T	الزمن الدوري (*sec*)
$\mathbf{v} = r\omega$	$\mathbf{a}_c$	التسارع المركزي (m/s^2)
$\mathbf{a} = r\alpha$	$\mathbf{a}$	التسارع الخطي (m/s^2)
$\mathbf{F}_c = m\mathbf{a}_c = \frac{mv^2}{r}$	α	التسارع الزاوي (rad/s^2)
	$\mathbf{v}$	السرعة الخطي (*m/s*)
	$\mathbf{F}_c$	القوة المركزية (*N*)

نشاط :القوة المركزية

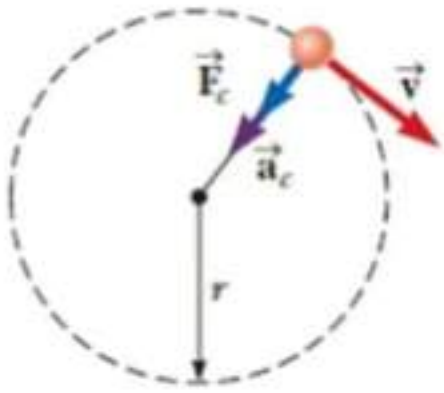


المواد والأدوات :سيارة أطفال تعمل بالبطارية، وخيط طوله **40 cm** ، وقلم، ومسمار أو برغي، ولوح خشبي، وورق بروستل، ودبابيس.

الخطوات :

1. ثبت ورق البروستل على اللوح الخشبي بالدبابيس وثبت البرغي في منتصف اللوح .
2. ثبت القلم الجاف على نهاية السيارة بحيث يلامس رأسه ورق البروستيل.
3. شغل السيارة واتركها تتحرك، ماذا تلاحظ؟
4. اربط السيارة من منتصفها بطرف الخيط واربط طرفه الآخر بالبرغي .
5. شغل السيارة وراقب ما يحدث، كيف تتحرك السيارة؟
6. حرر الخيط ودع السيارة تتحرك، ولاحظ ماذا يحدث؟
7. ما شكل المسار الذي رسمته السيارة في الخطوات السابقة؟

القوة المركزية



❖ بفرض أن لدينا كرة كتلتها m مربوطة بخيط تدور في مسار دائري أفقي بسرعة ثابتة، وبما أن اتجاه السرعة يتغير باستمرار أثناء الحركة مما يولد تسارع مركزي مقداره:

$$\mathbf{a}_c = \frac{\mathbf{v}^2}{r} = r\,\omega^2$$

يحاول قصور الكرة الذاتي أن يحافظ على سيرها في خط مستقيم، إلا أن الخيط يمانع هذا الميل ببذله قوة على الكرة تخضعها للحركة في مسار دائري ويمكن إيجاد مقدار القوة في الاتجاه المركزي بتطبيق نيوتن الثاني:

$$\mathbf{F}_c = m\,\mathbf{a}_c = m\frac{\mathbf{v}^2}{r} = m\,r\,\omega^2$$

❖ التسارع المركزي عمودي على اتجاه سرعة الجسم أي باتجاه المركز، لأنه لو كانت هناك مركبة تسارع باتجاه السرعة لأصبحت السرعة متغيرة القيمة.

أفكر؟ اذكر أمثلة على قوة مركزية في الطبيعية؟

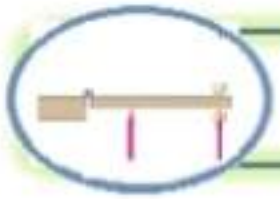
القوة في الطبيعة هي (الجاذبية والشد والتلامس العمودية والاحتكاك)، هذه القوى هي التي تُحدث حركة دائرية وتكون سبب في القوة المركزية، مثل:

- حركة الأرض حول الشمس فإن قوة الجذب هي القوة المركزية.
- حركة حجر مربوط بخيط فإن الشد في الخيط هو القوة المركزية.
- حركة الإلكترونات حول النواة فإن قوة الجذب هي القوة المركزية.
- حركة الأقمار الصناعية حول الأرض فإن قوة الجذب هي القوة المركزية.
- حركة الانعطاف بالسيارة حول منعطف دائري فإن قوة الاحتكاك هي القوة المركزية.

بسم الله الرحمن الرحيم

الوحدة الأولى : الميكانيكا

الفصل الثالث : التحريك الدوراني



الدرس الأول :العزم *Torque*

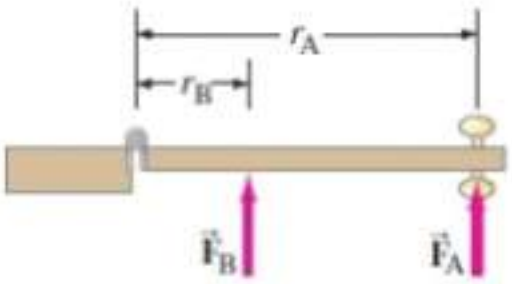
❖ لماذا يوضع مقبض الباب ومفصل الدوران بالقرب من الحافتين المتقابلتين للباب؟

ما المقصود بالعزم الدوراني ؟

كمية فيزيائية متجهة، الأثر الدوراني للقوة المؤثرة على جسم حول محور ثابت، كغلق أو فتح باب الغرفة.

حاصل الضرب التقاطعي بين بُعد نقطة تأثير القوة عن محور الدوران في القوة المؤثرة.

$$\tau = r \times \mathbf{F} = r\,F\sin(\theta)$$

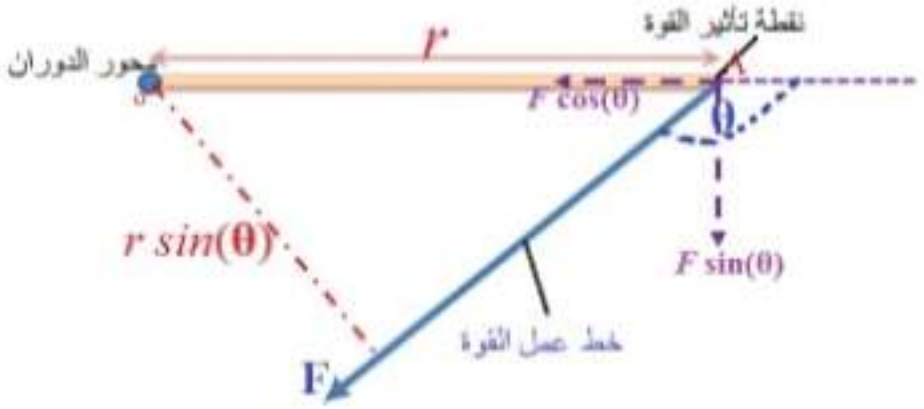


بغلق وفتح الباب بعدة قوى وبأبعاد مختلفة عن محور الدوران نستنتج أن سرعة دوران الباب تعتمد على مقدار واتجاه القوة المؤثرة وكذلك بعدها عن محور الدوران.

أي أن التسارع الزاوي للباب يتناسب طرديا مع كل من مقدار القوة المؤثرة، والمسافة العمودية بين القوة ومحور (ذراع القوة)

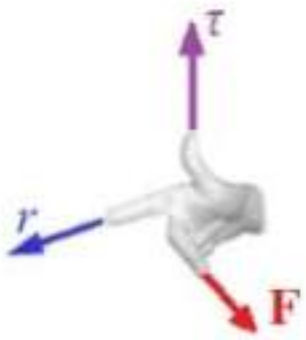
أي أن عزم الدوران يتناسب طردياً مع التسارع الزاوي للباب

نشاط :عزم القوة



تأمل الشكل المجاور ثم ناقش المفاهيم التالية.

1. محور دوران الجسم :المحور (النقطة) الذي يدور الجسم حوله عند التأثير عليه بقوة. (O)
2. نقطة تأثير القوة: نقطة تقاطع خط تأثير القوة مع الجسم. (A)
3. ذراع القوة: المتجه الواصل من نقطة الدوران (المحور) إلى نقطة تأثير القوة. (r)
4. الزاوية θ : الزاوية المحصورة بين خط عمل القوة المؤثرة وذراع القوة.
5. $r\sin\theta$: البعد العمودي بين خط عمل القوة ومحور الدوران.
6. حدد على الرسم مركبتي القوة: $\mathbf{F}\sin\theta$، $\mathbf{F}\cos\theta$



يعطى العزم بالعلاقة: $\tau = r \times \mathbf{F} = r\,F\sin(\theta)$

7. حدد العوامل التي يعتمد عليها عزم القوة (τ) : يعتمد عزم القوة على مقدار واتجاه القوة المؤثرة وكذلك على بعدها عن محور الدوران.
8. استنتج وحدة قياس عزم القوة: يقاس العزم بوحدة ($N.m$)
9. هناك تشابه بين وحدة قياس عزم القوة ووحدة قياس الشغل كيف تفرق بينهما؟

العزم يعتبر كمية متجهة ووحدة قياسه ($N.m$) وهو ناتج عن ضرب الاتجاهي لمتجه الازاحة في متجه القوة، أما الشغل فهو كمية قياسية ووحدة قياسه ($N.m = J$) وهو ناتج عن الضرب العددي للمسافة في القوة.

10. هل عزم القوة كمية قياسية أم كمية متجهة؟ عزم القوة كمية متجهة.
11. كيف نحدد اتجاه عزم القوة؟ يحدد اتجاه عزم القوة حسب قاعدة اليد اليمنى.

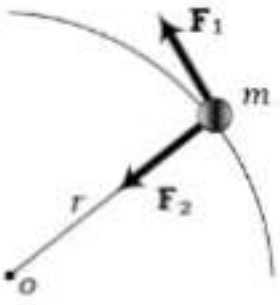
❖ يُستنتج أنه لكي يدور الجسم يجب أن يكون ذراع القوة (r) لا يوازي خط عملها ($\mathbf{F}$).

قاعدة اليد اليمنى :يحدد اتجاه عزم القوة بقاعدة اليد اليمنى حيث نجعل اتجاه الاصابع باتجاه ذراع القوة (المتجه r) وتدوير الأصابع باتجاه متجه القوة ($\mathbf{F}$) بأصغر زاوية فيشير الابهام إلى متجه العزم (τ).

أي يكون متجه العزم (τ) عمودي على مستوى (r , $\mathbf{F}$).

عند إدارة برغي مع عقارب الساعة فإنه يتجه داخل الورقة باتجاه عزم القوة وعند إدارة البرغي باتجاه عكس عقارب الساعة فإنه يتجه خارج الورقة، فاتجاه العزم باتجاه حركة البرغي ليس اتجاه الدوران.

مثال : ما عزم كل من F_1 ، F_2 المؤثرين على جسم نقطي يدور حول محور دوران وذلك لحظة مروره بالنقطة (K) .



الحل : الحل :القوة F_1 قوة مماسية وعمودية على نصف القطر (ذراع الدوران)، ويكون العزم:

$$\tau_1 = r\,F_1\sin(\theta) = r\,F_1$$

واتجاه العزم حسب قاعدة اليد اليمنى يكون خارج الورقة (موجباً)
القوة F_2 قوة موازية لنصف القطر ويكون العزم معدوماً:

$$\tau_2 = r\,F_2\sin(180) = 0$$

نتيجة : عزم أي قوة يتقاطع خط تأثيرها مع محور الدوران يساوي الصفر.

بسم الله الرحمن الرحيم

الوحدة الأولى : الميكانيكا

الفصل الثالث : التحريك الدوراني

الدرس الثاني : القصور الدوراني *Moment of Inertia*

❖ نشعر بصعوبة عند محاولة إدارة عجلة دراجة هوائية حول محورها من السكون، وإيقافها، **فما مصدر هذه الصعوبة؟**

ما المقصود بعزم القصور الدوراني (عزم العطالة) ؟

مقاومة أو ممانعة الجسم لعزم القوة التي تحاول إحداث تغير في حالة حركة الجسم الدورانية، ويرمز له بالرمز (I)

- نفرض أن لدينا جسم كتلته (m) يتحرك في مسار دائري طول نصف قطره (r)، فإن القصور الدوراني يعطى بالعلاقة:

$$I = m r^2$$

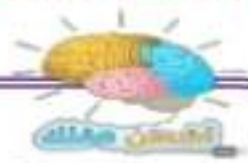
وهو مقدار موجب دائماً.

- القصور الدوراني لنظام يتكون من عدد من الجسيمات يمثل حاصل جمع كتل للجسيمات مضروبا في مربع المسافة للجسيمات من محور الدوران، فإن:

$$\mathbf{I} = \sum m r^2 = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + \ldots$$

أما في حالة جسم صلب كبير فيحسب عن طريق التكامل، مثل :كرة، أسطوانة، سلك رفيع،.....

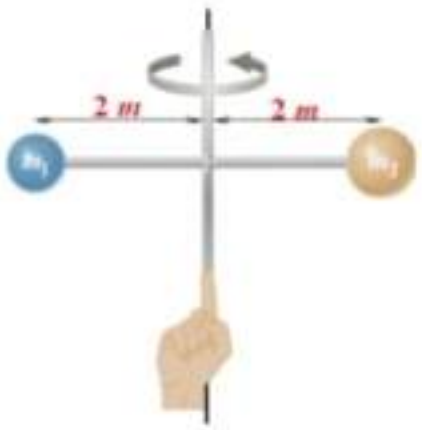
- ما وحدات قياس القصور الدوراني؟ وحدة قياس القصور الدوراني $(kg.m^2)$
- هل القصور الدوراني كمية فيزيائية قياسية أم متجهة؟ القصور الدوراني كمية قياسية.
- كيف يتناسب القصور الدوراني لجسم مع كل من الكتلة ونصف قطر الدوران؟ يتناسب القصور الدوراني طردياً مع كلاً من كتلة الجسم ومربع نصف قطر الدوران.



يستخدم المهندسون المدنيون عزم القصور الدوراني لتمييز خواص المرونة للبنيان مثل الأعمدة المحملة.

صعوبة إدارة عجلة ساكنة أو إيقاف عجلة متحركة بسرعة كبيرة بسبب خاصية القصور الدوراني الذي يقاوم التغير في حركته الدورانية.

مثال : وضع جسمان كتلتاهما $(5\ kg)$, $(7\ kg)$ على بُعد $(4\ m)$ على ساق معدني خفيف (مهمل الوزن)كما في الشكل المجاور ، احسب عزم القصور الذاتي للنظام :



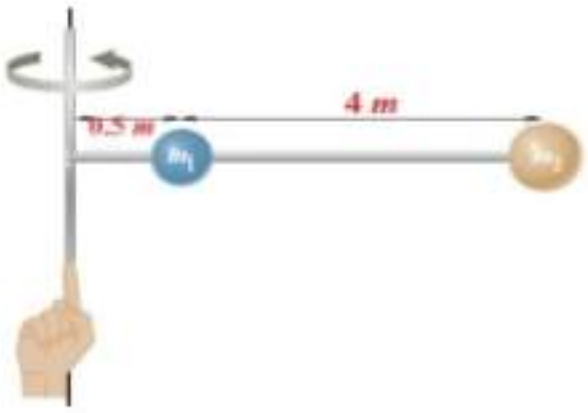
1. عندما يدور حول محور في منتصف المسافة بينهما.

الحل :

$$\mathbf{I} = \sum m r^2 = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2$$
$$= 5 \times 2^2 + 7 \times 2^2 = 48 kg.m^2$$

2. عندما يدور حول محور على بُعد $(0.5\ m)$ إلى يسار الجسم الذي كتلته $(5\ kg)$ كما في الشكل المجاور.

الحل :



$$\mathbf{I} = \sum m r^2 = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2$$
$$= 5 \times 0.5^2 + 7 \times 4.5^2 = 143 kg.m^2$$

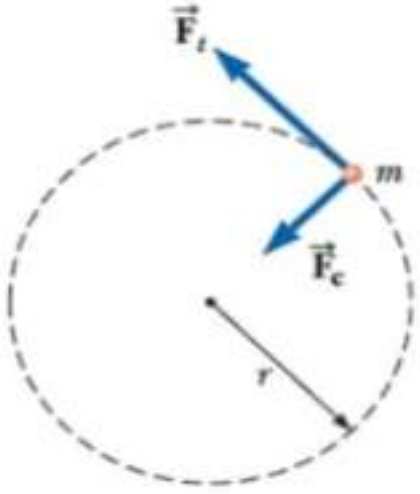
أي أن القصور الدوراني لنظام يختلف باختلاف محور الدوران.

القانون الثاني لنيوتن في الحركة الدورانية:

- مما سابق نستنتج أنه إذا كانت محصلة العزوم المؤثرة على جسم معدومة فسيبقى على حالته من التحريك الدوراني (تبقى سرعته الزاوية ثابتة أو معدومة) أما إذا كانت محصلة العزوم غير معدومة فستتغير السرعة الزاوية ويكتسب الجسم تسارع زاوي، أي أن محصلة عزم الدوران يتناسب طردياً مع التسارع الزاوي، كيف ذلك؟

دوران جسم حول نقطة معينة تحت تأثير قوة خارجية:

جسم كتلته (m) يدور في مسار دائري بنصف قطر (r) بتأثير قوة خارجية مماسية $(\mathbf{F}_t)$ ، فتتولد قوة مركزية $(\mathbf{F}_c)$.



القوة المركزية ستبقى على دوران الجسم في مسار دائري، أما القوة المماسية تؤدي لتسارع مماسي، وتعطى حسب القانون الثاني لنيوتن بالعلاقة:

$$\mathbf{F}_t = m\mathbf{a}_t = m r \alpha$$

حيث أن : $(\mathbf{a}_t = r\alpha)$ تمثل التسارع المماسي ، (α) : التسارع الزاوي.

$$\tau = F_t\, r = (m\mathbf{a}_t)\, r = m r^2\, \alpha = I\ \alpha$$

وبذلك فإن عزم الدوران حول مركز الدائرة نتيجة القوة المماسية هو : $\tau = I\ \alpha$

حيث أن : (I) تمثل عزم القصور الدوراني.(عزم العطالة)

وتعبر هذه العلاقة عن القانون الثاني لنيوتن في الحركة الدورانية والذي ينص على: (يتناسب التسارع الزاوي لجسم يتحرك دورانياً حول محور طرديا مع عزم الدوران المؤثر عليه بالنسبة لهذا المحور وعكسياً مع قصوره الدوراني بالنسبة لنفس المحور)

❖ القوة المركزية (F_c) هي قوة موازية لذراع القوة (r) لذا ليس لها عزم دوران.

التناظر الواضح بين الحركة الانتقالية والحركة الدورانية.

وجه المقارنة	الحركة الانتقالية	الحركة الدورانية
	$F = ma$	$\tau = I\ \alpha$
سبب التحريك	محصلة القوة المؤثرة	محصلة عزوم القوة المؤثرة
دليل التحريك	التسارع الخطي	التسارع الزاوي
ممانعة التحريك	الكتلة	عزم القصور الدوراني
التغير والثبات	الكتلة ثابتة	القصور الدوراني متغير يعتمد على موضع محور الدوران

❖ إلا أن هناك فرق أساسي ففي حين تبقى كتلة الجسم ثابتة كيفما تحرك الجسم إلا أن عزم القصور الدوراني يعتمد على طريقة دوران الجسم والمحور الذي يدور حوله، فقد يدور الجسم حول محور ما تحت تأثير عزم ما بسهولة إلا أنه قد لا يدور حول محور آخر تحت تأثير نفس العزم والسبب هو اختلاف عزم القصور الدوراني للجسم حسب موضع لمحور الدوران.

دوران جسم جاسئ تحت تأثير قوة خارجية:

❑ **لنفترض جسما جاسئا يدور، مثل دولاب يدور حول محور في منتصفه، والذي يمكن اعتبار أنه يتكون من عدد كبير من الجسيمات على أبعاد متعددة من محور الدوران .وبذلك يكون مجموع عزوم الدوران الناتجة عن كل جسيم:**

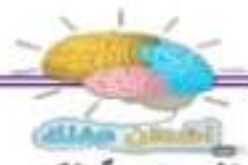
$$\tau_{net} = \left(\sum m r^2\right)\alpha = \mathbf{I}\,\alpha$$

حيث : $\mathbf{I} = \sum m r^2$

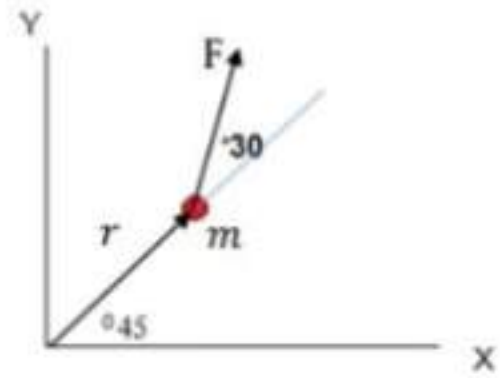
هي نفس العلاقة المستخدمة لجسم يدور في مسار دائري (عزم الدوران حول محور يتناسب طردياً التسارع الزاوي للجسم) يعتمد القصور الدوراني ($\mathbf{I}$) على محور الدوران شكل وحجم الجسم كما ويعتمد على الكتلة وكيفية توزيعها بالنسبة لمحور الدوران.

❖ فمثلا أسطوانة ذات قطر كبير سيكون لها قصور أكبر من أخرى مساوية لها في الكتلة، ولكن بقطر أصغر (ومن ثم طول أكبر) كما هو مبين في الشكل المجاور .فالأولى ستكون أصعب في البدء في الدوران، وكذلك أصعب عند الوقوف.

عندما تتركز الكتلة بعيدا عن محور الدوران، فإن القصور الدوراني سيكون أكبر (في للحركة الدورانية لا يمكن اعتبار الكتلة كما لو أنها مركزة في مركز الكتلة).



على الرغم من أن كل النقاط على الجسم الجاسئ تدور حول محور ثابت لكنها لا تعاني نفس كمية القصور الدوراني ولا نفس السرعة الخطية أو التسارع الخطي، لكن لها نفس التسارع الزاوي والسرعة الزاوية .



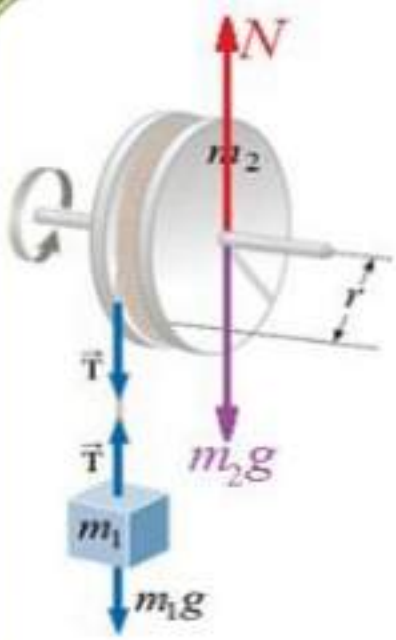
مثال : يتحرك جسيم نقطي كتلته $(2\ kg)$ في المستوى $(x\ y)$ بحيث يعطى موضعه والقوة المؤثرة عليه في لحظة معينة بالمتجهين الموضحين بالشكل المجاور، حيث ($\mathbf{F = 4}$ N , $r = 2\ m$) احسب العزم المؤثر على الجسيم بالنسبة لمحور عمودي على المستوى $(x\ y)$، وما تسارع الجسيم الزاوي؟

الحل :

1. $\tau = F_t\, r = F\ r\sin(\theta) = 4\times 2\times \sin(\theta) = 4\,N.m$ خارج

2. $\tau = I\ \alpha = m r^2\,\alpha$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{\tau}{m r^2} = \frac{4}{2\times 2^2} = 0.5\,rad/s^2$$



☒ يعلق جسم كتلته (m_1) بنهاية خيط يمر حول بكرة خشنة كتلتها (m_2) ونصف قطرها (r) مثبتة بحيث يمكنها الدوران حول محور أفقي يمر من مركزها، كما في الشكل المجاور.

1. ما عزم القوى المؤثرة على البكرة؟
2. إذا كان القصور الدوراني للبكرة ($I = \frac{1}{2} m_2 r^2$) ، فما التسارع الزاوي للنظام؟

الحل: 1. كلاً من وزن البكرة وقوة تلامسها العمودية تؤثران على محور الدوران لذا ليس لهما عزم. ليبقى عزم الشد فقط

$$\tau = T\ r \sin(90) = T\ r$$

2 . يتكون النظام من جسم يتحرك حركة انتقالية بتسارع خطي (a) وبكرة تتحرك حركة دورانية بتسارع زاوي (α)، حيث أن التسارع الخطي يعطى بالعلاقة ($a = r\ \alpha$).

$$\tau = T\ r \sin(90) = T\ r$$

$$\tau = I\ \alpha$$

$$\Rightarrow T = \frac{I\ \alpha}{r} \ldots\ldots (1)$$

حيث أن الجسم يتحرك انتقاليًا بتسارع خطي (a) .

$$\sum F = m_1\ a$$

$$m_1\ g - T = m_1\ a$$

$$\Rightarrow T = m_1\ g - m_1\ r\ \alpha \ldots\ldots (2)$$

بحل المعادلتين معًا

$$\alpha = \frac{m_1\ g}{\frac{I}{r} + m_1\ r} = \frac{m_1\ g\ r}{I + m_1\ r^2}$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{m_1\ g\ r}{\frac{1}{2} m_2 r^2 + m_1\ r^2} = \frac{m_1\ g}{\left(\frac{1}{2} m_2 + m_1\right) \times r}$$

بسم الله الرحمن الرحيم

الوحدة الأولى : الميكانيكا

الفصل الثالث : التحريك الدوراني

الدرس الثالث : الطاقة الحركية في الحركة الدورانية

الطاقة الحركية الدورانية :

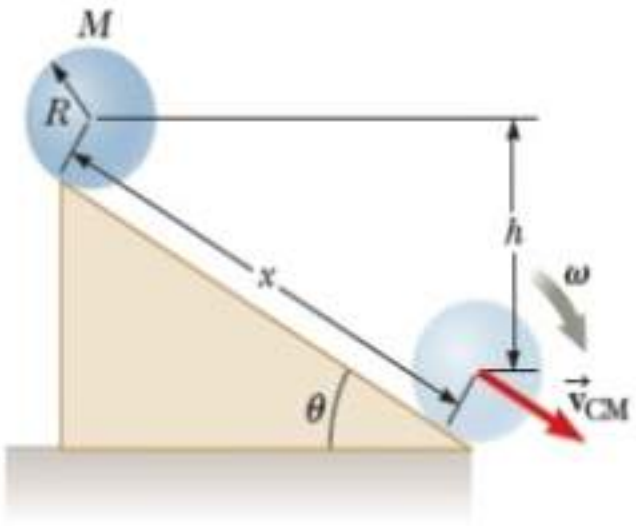
تعلمت أن طاقة الحركة تعطى من العلاقة: $K.E = \frac{1}{2} m \mathbf{v}^2$

$$\Rightarrow K.E = \frac{1}{2} m \mathbf{v}^2 = \frac{1}{2} m (r\omega)^2 = \frac{1}{2} m r^2 \omega^2 = \frac{1}{2} I \omega^2$$

حيث أن السرعة الخطية: ($\mathbf{v} = r\omega$)، عزم القصور الدوراني لجسم نقطي بالنسبة لمحور دوران: ($I = m r^2$)

- مرة أخرى نلاحظ التناظر بين التحريك الانتقالي والتحريك الدوراني، فالطاقة الحركية هي نصف حاصل ضرب الممانعة في مربع السرعة في كلتا الحالتين.

الجسم الذي يدور في حال مركز كتلته يعمل حركة انتقالية، سيكون له طاقة حركية وأخرى دورانية (مثل تدحرج دولاب على سطح مائل) ، فإن الطاقة الحركية الكلية هي:



$$K.E = \frac{1}{2} M \mathbf{v}_{CM}^2 + \frac{1}{2} I_{CM} \omega^2$$

حيث : $\mathbf{v}_{CM}$: السرعة الخطية لمركز الكتلة.

: I_{CM} : القصور الدوراني حول محور يمر بمركز الكتلة.

: ω : السرعة الزاوية حول محور يمر بمركز الكتلة.

: M : الكتلة الكلية للجسم.

مثال : احسب الطاقة الحركية الدورانية لدولاب القصور الدوراني له ($1.12\ kg.m^2$) ، يدور بمعدل ($6\ rev/s$) .

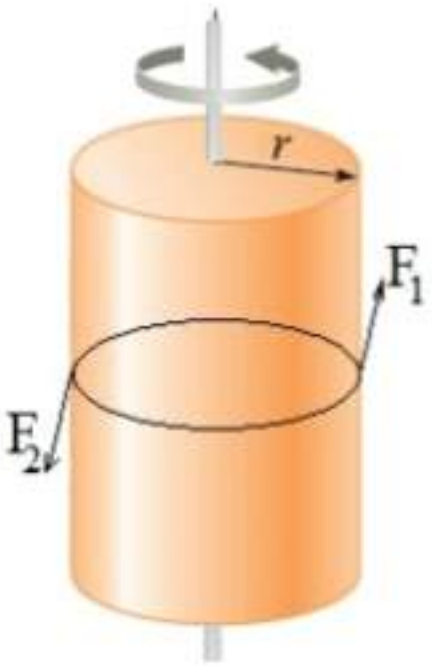
الحل :

$$\omega = 2\pi f = 12\pi$$

$$\mathbf{I} = 1.12 kg.m^2$$

$$K.E = \frac{1}{2} \mathbf{I} \omega^2 = \frac{1}{2} \times 1.12 \times (12\pi)^2 = 795 J$$

مثال : ما الطاقة الحركية الدورانية للأسطوانة الموضحة بالشكل بعد ثانيتين من بدء حركتها من السكون تحت تأثير القوتين $(F_1 = 5\ N)$ و$(F_2 = 7\ N)$ وكان العزم الدوراني للأسطوانة حول محور الدوران $(0.2\ kg.m^2)$ ونصف قطر قاعدتها $(3\ m)$ ؟



الحل:

$$K.E = \frac{1}{2}\mathbf{I}\omega^2$$

من الشكل نلاحظ أن عزم كل قوة يتجه للأعلى حسب قاعدة اليد اليمنى:

$$\tau_{net} = r F_1 \sin(90) + r F_2 \sin(90)$$
$$= r(F_1 + F_2) = 3 \times 12 = 36 N.m$$

$$\tau_{net} = \mathbf{I}\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{\tau_{net}}{\mathbf{I}} = \frac{36}{0.2} = 180 rad/s^2$$

$$\omega_f = \omega_i + \alpha t = 0 + 180 \times 2 = 360 rad/s$$

$$\Rightarrow K.E = \frac{1}{2}\mathbf{I}\omega^2 = \frac{1}{2} \times 0.2 \times 360^2 = 12960 J$$

مثال: القصور الدوراني لحجر رحى يساوي $(1.6\times10^{-3}\ kg.m^2)$ وعند التأثير بعزم دوران ثابت تصل سرعة دوران الحجر إلى $(1200\ rev/min)$ خلال $(15\ s)$ وعلى فرض أن الحجر كان ساكنا قبل بدء الحركة، احسب:

1. التسارع الزاوي.
2. عزم الدوران المؤثر.
3. الزاوية التي يدورها حجر الرحى خلال $(15\ s)$.

الحل:

1. $\omega_f = \omega_i + \alpha t$

$$2\pi f = 0 = \alpha t$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{2\pi f}{t} = \frac{2\pi \times \frac{1200}{60}}{15} = 8.38 rad/s^2$$

2. $\tau_{net} = \mathbf{I}\alpha = 1.6\times10^{-3} \times 8.38 = 0.0134 N.m$

3. $\theta = \omega_i t + \frac{1}{2}\alpha t^2 = 0 + \frac{1}{2} \times 8.38 \times (15)^2 = 942.75 rad$

الشغل المبذول من عزم الدوران:

عندما تؤثر القوة (F) على دولاب لتحركه حركة دائرية تُولد عليه عزم: ($\tau = r\,F$) .

ويكون الشغل المبذول على الدولاب (البكرات) ليدور حول محور دوران ثابت مسافة ($\Delta l = r\,\Delta\theta$) :

$$W = F\,\Delta l = F\,r\,\Delta\theta$$
$$= \tau\,\Delta\theta$$

ويكون القدرة: المعدل الزمني للشغل المبذول على الدولاب يدور حول محور دوران ثابت:

$$Power = \frac{W}{\Delta t} = \frac{\tau\,\Delta\theta}{\Delta t} = \tau\,\omega$$

حيث أن: السرعة الزاوية (ω) هي المعدل الزمني للتغير في الزاوية.

بسم الله الرحمن الرحيم

الوحدة الأولى : الميكانيكا

الفصل الثالث : التحريك الدوراني

الدرس الرابع : الزخم الزاوي *Angular Moment*

الزخم الزاوي :

الزخم الزاوي لجسيم نقطي (m) يتحرك بسرعة ($\mathbf{v}$) بالنسبة لمحور يبعد عن الجسيم مسافة محددة بالمتجه (r) مقاساً من محور الدوران إلى الجسيم يعطى بالعلاقة:

$$\mathbf{L} = r \times \mathbf{p} = m\,\mathbf{v}\,r$$

حيث أن: $\mathbf{p} = m\,\mathbf{v}$: الزخم الخطي .

بالتعويض عن : $\mathbf{v} = r\,\omega$ ليصبح الزخم الزاوي :

$$\mathbf{L} = m\,\mathbf{v}\,r = m\,r^2\,\omega$$
$$= I_{CM}\,\omega$$

ما المقصود بالزخم الزاوي ؟

كمية فيزيائية متجهة واتجاهها بنفس اتجاه السرعة الزاوية وتساوي حاصل السرعة الزاوية في القصور الدوراني، ووحدة قياسه $(kg.m^2.rad/s) = (kg.m^2/s)$.

أناقش:

- هل الزخم الزاوي كمية متجهة أم قياسية؟ الزخم الزاوي كمية متجهة.
- ما وحدة قياس الزخم الزاوي في النظام الدولي؟ وحدة قياس الزخم الزاوي $(kg.m^2/s)$.
- كيف يمكن تعيين اتجاه الزخم الزاوي؟ اتجاه الزخم الزاوي يكون باتجاه السرعة الزاوية.

ومن التماثل بين الحركتين الدورانية والانتقالية،

فإن صيغة قانون نيوتن الثاني بدلالة التغير في الزخم : $\mathbf{F} = \dfrac{\Delta \mathbf{P}}{\Delta t}$

ليصبح الزخم الزاوي يعطى بالعلاقة $\tau_{net} = \dfrac{\Delta \mathbf{L}}{\Delta t}$

" محصلة العزم المؤثرة على جسم تساوي المعدل الزمني للتغير في زخمه الزاوي"

حفظ الزخم الزاوي:

للزخم الزاوي دور مهم لأنه تحت ظروف معينة، يكون كمية محفوظة،
إذا كان العزم الكلي يساوي صفراً، فإن:

$$\tau_{net} = \frac{\Delta \mathbf{L}}{\Delta t} = 0 \Rightarrow \Delta \mathbf{L} = 0$$

$$\Rightarrow \mathbf{L}_1 = \mathbf{L}_2 \Rightarrow I_1\omega_1 = I_2\omega_2$$

قانون حفظ الزخم الزاوي: "الزخم الزاوي لجسم أو مجموعة من الأجسام ثابت ما لم تؤثر عليها عزوم دوران خارجية"

شروط حفظ الزخم الزاوي:

1. أن تكون محصلة العزوم المؤثرة على الجسم أو المنظومة تساوي صفراً.
2. أن يبقى محور الدوران ثابتا بدون تغيير.

- يقوم الغطاس عند القفز بلوي جسمه وضم صدره إلى ركبتيه وعندما يقترب من الماء يقوم بفرد جسمه، لماذا؟

عندما يلوي الغطاس جسمه ويضم صدره يقلل عزم القصور الدوراني (يتناسب طرديًا مع نصف قطر الدوران) وبالتالي تزداد سرعته الزاوية لثبوت زخمه الزاوي بإهمال عزم دورانه الخارجي، وعندما يقترب من الماء يفرد جسمه فيزداد عزم القصور الدوراني ويقلل سرعته الزاوية .

- يقوم الراقص على الجليد بضم يديه إلى صدره عند الدوران، ويفردهما عندما يريد التوقف عن الدوران، لماذا؟

عندما يضم يديه يقلل عزم القصور الدوراني (يتناسب طرديًا مع نصف قطر الدوران) وبالتالي تزداد سرعته الزاوية لثبوت زخمه الزاوي بإهمال عزم دورانه الخارجي، ويفرد يديه فتقل سرعته الزاوية ليتوقف.

في الحالات السابقة القوى الخارجية الناتجة عن الجاذبية تؤثر على مركز الكتلة لذا ليس لها عزم دوران حول المركز فيبقى الزخم الزاوي ثابت. $I_1\omega_1 = I_2\omega_2$.

لزيادة السرعة الزاوية للضعف يجب إنقاص عزم القصور الدوراني للنصف.

- اذكر تطبيقات أخرى. لعبة الصحن الطائر ، جهاز البوصلة الدوارة (الجيروسكوب) ،

☒ ما أهمية قانون حفظ الزخم الزاوي في الكون المحيط؟

الحل: مهم بالنسبة لدوران الأرض حول الشمس حيث يبقى محور دوران الأرض ثابتًا لثبوت الزخم الزاوي.

مهم لتحديد موعد ومكان حدوث خسوف القمر على الأرض بسبب ثبات محور دوران الأرض حول الشمس

مثال: تدور الأرض حول محورها مرة واحدة في كل يوم، افترض أن الأرض قد انكمشت بطريقة ما بحيث أصبح قطرها مساويا لنصف قيمته الحالية، ما سرعة الأرض في الحالة الافتراضية؟

الحل : بما أنه لا يؤثر أي عزم دوران خارجي على الأرض أثناء الانكماش ومحور الدوران ثابت فإن الزخم الزاوي يبقى ثابت أي:

$$\Delta \mathbf{L} = 0 \Rightarrow \mathbf{L}_1 = \mathbf{L}_2$$

$$\Rightarrow I_1 \omega_1 = I_2 \omega_2$$

$$\frac{2}{5} m r_1^2 \omega_1 = \frac{2}{5} m r_2^2 \omega_2$$

$$\Rightarrow \omega_2 = \frac{r_1^2 \omega_1}{r_2^2} = \frac{r_1^2 \omega_1}{(\frac{r_1}{2})^2} = 4\omega_1$$

أي تدور الأرض حول محورها 4 دورات يومياً، مدة اليوم سوف تصبح 6 ساعات.

منشار يستخدم لقطع الأحجار على شكل قرص مستدير يدور بسرعة منتظمة حول محور يمر من مركزه وعمودي على وجهيه، فإذا كان ينجز 100 دورة في ثلث دقيقة وكان قصوره الدوراني ($7\ kg.m^2$) فما مقدار كل من:

أ. سرعته الزاوية　　ب الزخم الزاوي

الحل:

$$1.\quad \omega = 2\pi f = 2\pi \times \frac{100}{20} = 10\pi\ rad/s$$

$$2.\ \mathbf{L} = \mathbf{I}\omega = 7 \times 10\pi = 70\pi\ kg.m^2/s$$

مثال: تدور كرة صغيرة كتلتها (m) مثبتة في نهاية خيط في مسار دائري على سطح طاولة أفقي أملس، ويمر الطرف الآخر للخيط عبر ثقب في سطح الطاولة كما في الشكل المجاور .إذا كانت تدور بسرعة ($2.4\ m/s$) في مسار دائري نصف قطره (0.8) ، ثم سُحب الخيط ببطء عبر الثقب، بحيث يقل نصف القطر إلى ($0.48\ m$)، فكم تصبح سرعة الكرة ؟

الحل :

بما أن القوة تمر في مركز كتلة الكرة، فإن ذراع القوة يساوي صفراً، أي أنه لا يؤثر أي عزم دوران خارجي على الكتلة فإن الزخم الزاوي يبقى ثابت أي:

$$\Delta \mathbf{L} = 0 \Rightarrow \mathbf{L}_1 = \mathbf{L}_2$$

$$\Rightarrow m r_i \mathbf{v}_i = m r_f \mathbf{v}_f$$

$$\Rightarrow \mathbf{v}_f = \frac{r_i \mathbf{v}_i}{r_f} = \frac{0.8 \times 2.4}{0.48} = 4\ m/s$$

مثال: تدور متزلجة على الجليد حول نفسها بذراعين مفتوحتين بمعدل(**1.9** *rev/s*) ، فيكون عزم القصور الذاتي لها **(1.33** $kg.m^2$) واذا ضمت ذراعيها بعد ذلك بهدف زيادة سرعة دورانها حول نفسها، فأصبح عزم القصور الذاتي لها (**0.48** $kg.m^2$) ، ما السرعة الزاوية في هذه الحالة؟

الحل : بما أنه لا يؤثر أي عزم دوران خارجي على المتزلجة أثناء ضم ذراعيها ومحور الدوران ثابت فإن الزخم الزاوي يبقى ثابت أي:

$$\Delta \mathbf{L} = 0 \Rightarrow \mathbf{L}_1 = \mathbf{L}_2$$

$$\Rightarrow I_1\omega_1 = I_2\omega_2$$

$$\Rightarrow 1.33 \times 2\pi f_1 = 0.48\omega_2$$

$$\Rightarrow \omega_2 = \frac{1.33 \times 2\pi \times 1.9}{0.48} = 33 rad/s$$

يدور قمر صناعي كتلته (3×10^3 *kg*) حول الأرض بسرعة مماسية (خطية) مقدارها (8×10^3 *m/s*)، وفي مسار دائري نصف قطره (7×10^6 *m*) احسب:

أ. السرعة الزاوية للقمر الصناعي.

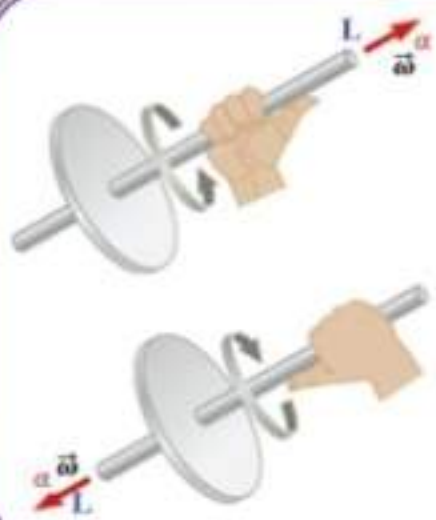
ب. الزخم الزاوي للقمر الصناعي

الحل:

$$1.\quad \omega = \frac{\mathbf{v}}{r} = \frac{8\times10^3}{7\times10^6} = 1.14\times10^{-3} rad/s$$

$$2.\mathbf{L} = m\,r\,\mathbf{v} = 3\times10^3 \times 7\times10^6 \times 8\times10^3$$

$$= 1.68\times10^{14}\ kg.m^2/s$$



اتجاه السرعة الزاوية (ω) : عمودي على مستوى الدوران ، حيث يكون دوران أصابع اليد اليمنى باتجاه السرعة الخطية (v) فيشير الابهام لاتجاه السرعة الزاوية (ω).

اتجاه الزخم الزاوي (L) : باتجاه السرعة الزاوية (ω).

اتجاه التسارع الزاوي (α) : باتجاه السرعة الزاوية (ω) إذا كانت تتزايد ، وبعكس اتجاه السرعة الزاوية (ω) إذا كانت تتناقص.(اتجاه التسارع الزاوي لا يعتمد على اتجاه الدوران)

مقارنة بين قوانين الحركة الانتقالية والحركة الدورانية

الحركة الخطية الانتقالية		الحركة الدورانية حول محور ثابت	
السرعة الخطية	$\mathbf{v}=\frac{\Delta d}{\Delta t}$	السرعة الزاوية	$\omega=\frac{\Delta\theta}{\Delta t}=\frac{\mathbf{v}}{r}$
التسارع الخطي	$\mathbf{a}=\frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t}$	التسارع الزاوي	$\alpha=\frac{\Delta\omega}{\Delta t}=\frac{\mathbf{a}}{r}$
القوة المحصلة	$\mathbf{F}=m\mathbf{a}$	عزم الدوران	$\tau=I\alpha$
الشغل	$W=\mathbf{F}.d$	الشغل	$W=\tau.\theta$
طاقة الحركة الانتقالية	$K.E=\frac{1}{2}m\,\mathbf{v}^2$	طاقة الحركة الدورانية	$K.E=\frac{1}{2}I\,\omega^2$
القدرة	$Power=\mathbf{F}.\mathbf{v}$	القدرة	$Power=\tau.\omega$
الزخم الخطي	$\mathbf{p}=m\,\mathbf{v}$	الزخم الزاوي	$\mathbf{L}=I\,\omega=m\omega r^2$
عند ثبوت التسارع الخطي	$\mathbf{v}_f=\mathbf{v}_i+\mathbf{a}t$ $\Delta x=\mathbf{v}_i t+\frac{1}{2}\mathbf{a}t^2$ $\mathbf{v}_f^2=\mathbf{v}_i^2+2\mathbf{a}\,\Delta x$	عند ثبوت التسارع الزاوي	$\omega_f=\omega_i+\alpha t$ $\Delta\theta=\omega_i t+\frac{1}{2}\alpha t^2$ $\omega_f^2=\omega_i^2+2\alpha\,\Delta\theta$

أسئلة الفصل الثالث : التحريك الدوراني

س 1 : اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي:

1. كرتان متجانستان مصمتتان لهما نفس الكتلة طول نصف قطر الأولى مثلي طول نصف قطر الثانية ($r_1 = 2r_2$) والقصور الدراني حول محور مار من مركز كل منهما (I_1 ، I_2) على الترتيب، فإن (I_1) يساوي:

أ. $32I_2$ ب. $8I_2$ <u>ج. $4I_2$</u> د. $\frac{1}{4}I_2$

2. ما القصور الدوراني لأربع كتل متماثلة قيمة الواحدة منها ($3\ kg$) موضوعة على رؤوس مستطيل أبعاده ($40\ cm$,$30\ cm$) بالنسبة لمحور عمودي عليه في مركزه بوحدة ($kg.m^2$) ؟.

<u>أ. 0.75</u> ب. 7.5 ج. 75 د. 300

3. ساق مهملة الكتلة طولها ($1\ m$) يوجد على كل طرف من أطرافها كتلة ($5\ kg$) ما القصور الدوراني عند أحد أطرافها بوحدة ($kg.m^2$) ؟.

أ. 10 ب. 7.5 <u>ج. 5</u> د. 2.5

4. الطاقة الحركية الدورانية لجسم يدور حول محور ثابت تتناسب:

أ. طرديا مع السرعة الزاوية للجسم ب. عكسيا مع مربع السرعة الزاوية للجسم.
<u>ج. طردياً مع مربع السرعة الزاوية للجسم.</u> د. عكسيا مع العزم الدوراني للجسم

5. جسم يتحرك دورانياً بسرعة زاوية (ω_1) وطاقته الحركية ($K.E_1$) فإذا تضاعفت سرعته الزاوية، فما العلاقة التي تصف طاقته الحركية الدورانية ($K.E_2$) ؟

<u>أ. $K.E_2 = 4K.E_1$</u> ب. $K.E_2 = 3K.E_1$ ج. $K.E_2 = 2K.E_1$ د. $K.E_2 = K.E_1$

6. اسطوانة وقرص مصمتين لهما نفس الكتلة (M) ويدوران بنفس السرعة الزاوية حول محور الأسطوانة الطولي (XX) كما هو موضح في الشكل، فإذا كان لهما نفس الطاقة الحركية الدورانية فما النسبة بين نصفي قطريهما ($\frac{r}{R}$) ؟

أ. $\frac{1}{4}$ ب. $\frac{1}{2}$ ج. $\sqrt{2}$ <u>د. 1</u>

7. مسطرة طولها ($1\ m$) وكتلتها ($0.3\ kg$) ما الفرق بين القصور الدوراني حول محور عمودي عند الطرف والقصور الدوراني حول محور عمودي عند المركز؟

أ. 0.125 ب. 0.1 <u>ج. 0.075</u> د. 0.025

8. أي الكميات التالية محفوظة دائما في أي عملية تلاصق لمنظومة أجسام تتحرك دورانياً حول محور ثابت؟

أ. الطاقة الحركية الدورانية <u>ب. الزخم الزاوي</u> ج. السرعة الزاوية د. العزم الدوراني

س 2 : عرف المفاهيم التالية

- **العزم الدوراني:** كمية فيزيائية متجهة، وهو الأثر الدوراني للقوة المؤثرة على جسم حول محور ثابت، وهو حاصل الضرب التقاطعي بين بُعد تأثير القوة عن محور الدوران في القوة المؤثرة. $\tau = r \times \mathbf{F} = r\,F\sin(\theta)$
- **القصور الدوراني:** مقاومة الجسم لعزم القوة التي تحاول إحداث تغير في حالة حركة الجسم الدورانية، ويرمز له بالرمز I ، ويعطى بالعلاقة: $I = m r^2$ وهو مقدار موجب دائماً.
- **الزخم الزاوي:** كمية فيزيائية متجهة، وهو حاصل ضرب السرعة الزاوية في القصور الدوراني واتجاهه بنفس اتجاه السرعة الزاوية ووحدة قياسه $(kg.m^2/s)$.
- **حفظ الزخم الزاوي:** الزخم الزاوي لجسم أو مجموعة من الأجسام ثابت ما لم تؤثر عليها عزوم دوران خارجية.

س 3 :

قارن بين الزخم الخطي والزخم الزاوي من حيث التعريف ونوع الكمية والعلاقة الرياضية ووحدة القياس وعوامل كل منهما.

	الزخم الخطي	الزخم الزاوي
التعريف	كمية فيزيائية متجهة واتجاهها بنفس اتجاه سرعة الجسم وتساوي حاصل ضرب كتلة الجسم في سرعته، ووحدة قياسها $(kg.m/s)$.	كمية فيزيائية متجهة واتجاهها بنفس اتجاه السرعة الزاوية وتساوي حاصل ضرب السرعة الزاوية في القصور الدوراني، ووحدة قياسها $(kg.m^2/s) = (kg.m^2.rad/s)$.
نوع الكمية	كمية فيزيائية متجهة	كمية فيزيائية متجهة
العلاقة الرياضية	$\mathbf{p} = m\,\mathbf{v}$	$\mathbf{L} = r \times \mathbf{p} = m\,\mathbf{v}\,r = I\,\omega$
وحدة القياس	$(kg.m/s)$	$(kg.m^2/s) = (kg.m^2.rad/s)$
العوامل	تعتمد على كلاً من كتلة الجسم وسرعته الخطية	تعتمد على كلاً من كتلة الجسم وسرعته الخطية ونصف قطر مسار حركته. كما وتعتمد على القصور الدوراني والسرعة الزاوية

س 4 : فسر ما يلي:

أ. ازدياد السرعة الزاوية لراقص على الجليد عندما يضم يديه إلى صدره .

عندما يضم يديه يقلل عزم القصور الدوراني (يتناسب طرديًا مع نصف قطر الدوران) وبالتالي تزداد سرعته الزاوية بثبوت زخمه الزاوي وبإهمال عزم دورانه الخارجي، ويفرد يديه فتقل سرعته الزاوية ليتوقف.

ب. يثبت دولاب معدني قطره كبير وكتلته كبيرة نسبيا على جذع بعض الآلات.

للتحكم في سرعة تشغيلها وايقافها وذلك بزيادة عزم القصور الدوراني وبالتالي تقل سرعته الزاوية بثبوت زخمه الزاوي وبإهمال عزم دورانه الخارجي.

س 5 : يدور قرص كتلته (50 kg) ونصف قطره (0.5 m) بسرعة زاوية (300 rev/min) خلال (10 s) . جد كلاً من:

1. طاقته الحركة الدورانية الابتدائية.
2. العزم اللازم لإيقاف القرص.

الحل:

$$1.\quad K.E = \frac{1}{2}\mathbf{I}\omega^2$$

$$\omega = \frac{2\pi \times 300}{60} = 10\pi\, rad/s$$

$$\mathbf{I} = \frac{1}{2}mr^2 = \frac{1}{2}\times 50\times (0.5)^2 = 6.25 kg.m^2$$

$$\Rightarrow K.E = \frac{1}{2}\mathbf{I}\omega^2 = \frac{1}{2}\times 6.25\times (10\pi)^2 = 3081 J$$

$$2.\tau = \mathbf{I}\alpha$$

$$\alpha = \frac{\omega_f - \omega_i}{t} = \frac{0-10\pi}{10} = -\pi\, rad/s^2$$

$$\Rightarrow \tau = \mathbf{I}\alpha = 6.25\times \pi = 19.62 N.m$$

س 6 : يتناقص الزخم الزاوي لإطار قصوره الدوراني (0.12 $kg.m^2$) من (3 $kg.m^2/s$) إلى (2 $kg.m^2/s$) خلال (1.5 s) ، احسب كلاً مما يأتي :

أ. متوسط العزم المؤثر على الإطار .

ب. عدد الدورات التي دارها خلال هذه المدة الزمنية.

الحل:

$$1.\tau = I\alpha = I\frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\Delta \mathbf{L}}{\Delta t} = \frac{2-3}{1.5} = \frac{-2}{3} N.m$$

$$\omega_i = \frac{\mathbf{L}_i}{I} = \frac{3}{0.12} = 25\, rad/s$$

$$\omega_f = \frac{\mathbf{L}_f}{I} = \frac{2}{0.12} = 16.66\, rad/s$$

$$2.\quad \alpha = \frac{\omega_f - \omega_i}{t} = \frac{16.66-25}{1.5} = -5.56\, rad/s^2$$

$$\theta = \omega_i t + \frac{1}{2}\alpha t^2 = 25\times 1.5 + \frac{1}{2}\times(-5.56)\times(1.5)^2 = 31.2\, rad$$

ليكون عدد الدورات:

$$\text{عدد الدورات} = \frac{31.2}{2\pi} = 5\ \ rev$$

س 7 : تدور نقطة مادية كتلتها ($100\ g$) على بعد ثابت من محور دوران ، بسرعة زاوية ثابتة ($\frac{5}{\pi} rev/s$) فإذا كان قصورها الدوراني حول ذلك المحور ($0.001\ kg.m^2$) احسب:

أ. بعد النقطة المادية عن محور الدوران.

ب. السرعة الخطية للنقطة .

ج. زخم النقطة أثناء دورانها.

د. الزخم الزاوي لهذه النقطة حول محور الدوران.

ه. الطاقة الحركية لهذه النقطة أثناء دورانها.

الحل:

1. $I = mr^2 \Rightarrow r = \sqrt{\frac{I_{CM}}{m}} = \sqrt{\frac{0.001}{0.1}} = 0.1m$

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi \times 5}{\pi} = 10 rad/s$$

2. $\mathbf{v} = \omega r = 10 \times 0.1 = 1 m/s$

3. $\mathbf{p} = m\mathbf{v} = 0.1 \times 1 = 0.1 kg.m/s$

4. $\mathbf{L} = m\mathbf{v}r = 0.1 \times 1 \times 0.1 = 0.01 kg.m^2/s$

$$= I\omega = 0.001 \times 10 = 0.01 kg.m^2/s$$

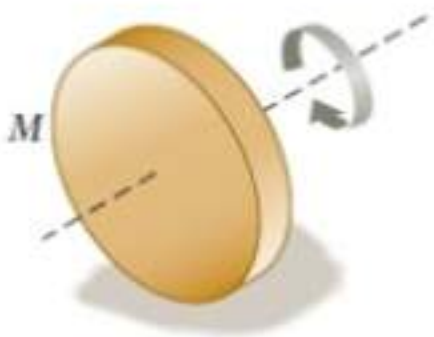
5. $K.E = \frac{1}{2} m\mathbf{v}^2 = \frac{1}{2} \times 0.1 \times 1^2 = 0.05 J$

$$= \frac{1}{2} I\omega^2 = \frac{1}{2} \times 0.001 \times 10^2 = 0.05 J$$

$$\Rightarrow \tau = (mr^2) \times \alpha = 50 \times (0.5)^2 \times \pi = 39.25 N.m$$

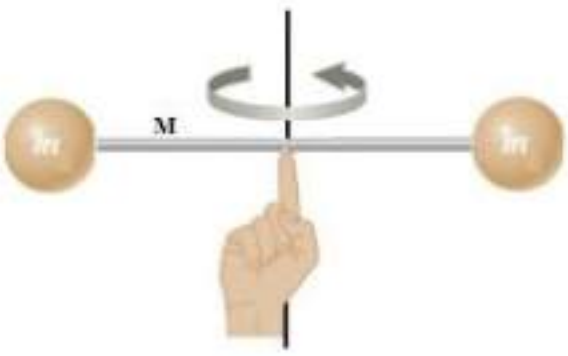
س 8 : احسب القصور الدوراني لكل شكل من الأشكال الموضحة بالرسم :

أ. قرص متجانس كتلته ($1\ kg$) ونصف قطره ($20\ cm$) عندما يدور على محور يمر من المركز عمودياًعلى مستواه، علما بأن ($\mathbf{I} = \frac{1}{2} mr^2$).



الحل:

$$\mathbf{I} = \frac{1}{2} mr^2 = \frac{1}{2} \times 1 \times 0.2^2 = 0.02 kg.m^2$$



ب. ساق متجانسة كتلتها (M) وطولها (l) مثبت على كل طرف من أطرافها كتلة نقطية (m) كما هو موضح في الشكل عندما تدور حول محور عمودي يمر من المركز ($\mathbf{I}=\frac{1}{12}M\,l^2$) ، حيث($\mathbf{M}=m$)

الحل:

$$\mathbf{I}=m\ r^2+m\ r^2+\frac{1}{12}M\,l^2$$

حيث $r=\frac{l}{2}$

$$\mathbf{I}=m\ r^2+m\ r^2+\frac{1}{12}M\,l^2=ml^2\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{12}\right)=\frac{7}{12}ml^2$$

س 9 : يدور إطار قصوره الدوراني ($\mathbf{I}=0.1kg.m^2$) بسرعة زاوية (900 *rev/min*) عندما يُوصل بمحور دورانه ، إطار آخر ساكن قصوره الدوراني ($2\mathbf{I}$) .

أ. ما السرعة الزاوية للإطارين معا؟

ب. ما مقدار التغير في الطاقة الحركية للنظام؟

الحل: بما أنه لا يؤثر أي عزم دوران خارجي فإن الزخم الزاوي يبقى ثابت أي:

$$\Delta\mathbf{L}=0\Rightarrow\mathbf{L}_i=\mathbf{L}_f$$

$$\Rightarrow I_1\omega_1+I_2\omega_2=(I_1+I_2)\omega_f$$

$$\omega_1=\frac{2\pi\times900}{60}=30\pi\ rad/s$$

$$\Rightarrow\omega_f=\frac{I_1\omega_1+I_2\omega_2}{I_1+I_2}=\frac{0.1\times30\pi+0}{0.1+0.2}=10\pi\ rad/s$$

$$(K.E)_i=(K.E)_{1i}+(K.E)_{1i}=\frac{1}{2}I_1\,\omega_1{}^2+0$$

$$=\frac{1}{2}\times0.1\times(30\pi)^2=443.6\,J$$

$$(K.E)_f=(K.E)_f=\frac{1}{2}(I_1+I_2)\,\omega_f{}^2$$

$$=\frac{1}{2}\times(0.1+0.2)\times(10\pi)^2=147.9\,J$$

$$\Delta K.E=(K.E)_f-(K.E)_i=-295.7\,J$$

س 10 : قرص دائري نصف قطره ($10\ cm$) ، والقصور الدوراني له ($0.02\ kg.m^2$) أثرت فيه قوة مماسية مقدارها ($15\ N$) على محيطه .ما التسارع الزاوي للقرص؟ وما التسارع المماسي له؟

الحل:

$$\tau_{net} = I\ \alpha = F_t\, r$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{F_t\, r}{I} = \frac{15\times 0.1}{0.02} = 75\, rad/s^2$$

$$\Rightarrow a_t = \alpha\, r = 75\times 0.1 = 7.5\, m/s^2$$

من الجدول القصور الدوراني للقرص:

$$\mathbf{I} = \frac{1}{2} m r^2$$

$$\Rightarrow m = \frac{2\mathbf{I}}{r^2} = \frac{2\times 0.02}{0.1^2} = 4\, kg$$

$$\mathbf{F}_t = m\mathbf{a}_t \Rightarrow \mathbf{a}_t = \frac{\mathbf{F}_t}{m} = \frac{15}{4} = 3.75\, m/s^2$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{\mathbf{a}_t}{r} = \frac{3.75}{0.1} = 37.5\, rad/s^2$$

أسئلة الوحدة الأولى

س 1 : اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي:

1. اصطدم جسم كتلته (m) وسرعته (v) تصادماً عديم المرونة مع جسم آخر ساكن كتلته 3 أمثال الأول، فإن الطاقة الضائعة نتيجة التصادم تساوي:

أ. $\frac{1}{2}mv^2$ ب. $\frac{1}{4}mv^2$ ج. $\frac{1}{8}mv^2$ <u>د. $\frac{3}{8}mv^2$</u>

2. كرة كتلتها (m) وسرعتها (v) اصطدمت بحائط وارتدت عنه بثلث سرعتها، فما الطاقة الضائعة؟

أ. $\frac{1}{2}mv^2$ ب. $\frac{1}{4}mv^2$ ج. $\frac{3}{8}mv^2$ <u>د. $\frac{4}{9}mv^2$</u>

3. سيارة كتلتها ($1200\ kg$) تسير بسرعة ($20\ m/s$) انخفضت سرعتها الى ($8\ m/s$) وفي نفس الاتجاه في زمن قدره (36 s)، فما متوسط القوة المؤثرة عليه بوحدة (N) ؟

أ. 4 ب. 40 <u>ج. 400</u> د. 800

4. جسمان (A , B) كتلة (B) أربعة أمثال كتلة (A) والطاقة الحركية لهما متساوية فإن:

أ. $v_A = 4v_B$ ب. $v_A = v_B$ ج. $v_A = \frac{1}{2}v_B$ <u>د. $v_A = 2v_B$</u>

5. عند مضاعفة الطاقة الحركية لجسم زخمه الخطي ($16\ kg.m/s$) بمقدار 4 مرات بثبوت الكتلة فإن الزخم بوحدة ($kg.m/s$) يصبح:

أ. 16 ب. 4 ج. 64 <u>د. 32</u>

6. قوتان (F_1, F_2) تؤثران على جسم، اذا كانت ($F_1 = 3F_2$) وينتج عنهما نفس كمية الدفع ،فإن زمن تأثير (F_1) يساوي:

أ. زمن تأثير F_2 ب. ثلاثة أضعاف زمن تأثير F_2

<u>ج. ثلث زمن تأثير F_2</u> د. 9 أضعاف زمن تأثير F_2

7. أثرت قوة مقدارها ($20\ N$) على جسم كتلته ($5\ kg$) لمدة ($4\ s$) ، فإن التغير في سرعته بوحدة (m/s) يساوي:

أ. 3 ب. 6 <u>ج. 16</u> د. 26

8. إذا مثلت العلاقة بيانيا بين الدفع المؤثر على جسم على محور الصادات والتغير في السرعة على محور السينات، ماذا يمثل ميل المنحنى؟

أ. الزخم <u>ب. كتلة الجسم</u> ج. التسارع د. القوة المؤثرة

9. اصطدم جسم كتلته ($3\ kg$) أفقيا بحائط رأسي بسرعة ($15\ m/s$) وارتد عن الحائط بسرعة ($10\ m/s$) فيكون التغير في زخم الجسم يساوي:

أ. 10 <u>ب. 75</u> ج. 25 د. 30

10. كتلتان متماثلتان تتحركان باتجاهين متعاكسين بنفس السرعة، فإن زخم النظام :

أ. mv ب. $2mv$ <u>ج. 0</u> د. $0.5mv$

11. ينزلق متزلج كتلته ($40\ kg$) على الجليد بسرعة مقدارها ($2\ m/s$) اصطدم بزلاجة ثابتة كتلتها ($10\ kg$) على الجليد وواصل المتزلج انزلاقه مع الزلاجة في نفس اتجاه حركته الأصلي، ما مقدار السرعة المشتركة لهما بعد التصادم مباشرة بوحدة (m/s) ؟

أ. 0.4 ب. 0.8 <u>ج. 1.6</u> د. 3.2

12. يقف متزلج كتلته ($45\ kg$) على الجليد في حالة سكون، رمى إليه صديقه كرة كتلتها ($5\ kg$) ، فانزلقا معا إلى الوراء بسرعة مقدارها ($0.5\ m/s$) ، ما مقدار سرعة الكرة قبل أن يمسكها المتزلج مباشرة بوحدة (m/s) ؟

أ. 2.5 ب. 3 ج. 4 <u>د. 5</u>

13. ما فرق الزخم الخطي بوحدة ($kg.m/s$) بين شخص كتلته ($50\ kg$) جري بسرعة مقدارها ($3\ m/s$) وشاحنة كتلتها ($3000\ kg$) تتحرك بسرعة مقدارها ($1\ m/s$) ؟

أ. 1275 ب. 2550 ج. 2850 د. 2950

14. أثرت قوة مقدارها ($16\ N$) في حجر بدفع مقداره ($0.8\ kg.m/s$) مسببة حركة الحجر على الأرض بسرعة مقدارها ($0.8\ kg.m/s$) ما كتلة الحجر بوحدة (kg)؟

أ. 0.2 ب. 0.8 ج. 1 د. 1.6

15. كرة مصمتة نصف قطرها ($r = 10\ cm$) وكتلتها ($m = 1\ kg$) والقصور الدوراني لها ($\mathbf{I} = \frac{2}{5} m r^2$) ، فكم تساوي سرعتها الزاوية بوحدة (rad/s) عندما يبلغ زخمها الزاوي ($\mathbf{L} = 5\times10^{-2} kg.m^2.rad/s$) حول محور مار من مركزها؟

أ. 25 ب. 12.5 ج. 2 د. 0.02

16. يدور إطار عزمه الدوراني (I) بسرعة زاوية (ω_1) ، عندما يوصل بمحور دورانه إطار آخر ساكن قصوره الدوراني (3 I) ما العلاقة التي تصف السرعة الزاوية للنظام (ω_2) ؟

أ. $\omega_1 = \omega_2$ ب. $\omega_1 = 2\omega_2$ ج. $\omega_1 = 3\omega_2$ د. $\omega_1 = 4\omega_2$

17. ما العزم الدوراني بوحدة ($kg.m^2$) لأربع كتل متماثلة قيمة الواحدة منها ($5\ kg$) موضوعة على رؤوس مربع طول ضلعه ($0.5\ m$) بالنسبة لمحور عمودي عليه في مركزه؟

أ. 0.125 ب. 1.25 ج. 2.5 د. 5

18. مسطرة طولها ($50\ cm$) وكتلتها ($0.2\ kg$) ما الزخم الزاوي للمسطرة عندما تدور بسرعة زاوية ($3\ rad/s$) حول محور عمودي عند الطرف.

أ. 0.25 ب. 0.05 ج. 0.75 د. 1

19. جسمان (A , B) لهما نفس القصور الدوراني إذا كان زخم (A) الزاوي مثلي زخم (B) الزاوي فإن:

أ. $K.E_A = 2K.E_B$ ب. $K.E_A = 4K.E_B$ ج. $K.E_A = \frac{1}{2}K.E_B$ د. $K.E_A = \frac{1}{4}K.E_B$

20. جسمان (A , B) فإذا كان ($I_B = 2I_A$) و كان ($K.E_B = 8K.E_A$) فكم يساوي الزخم الزاوي ($\mathbf{L}_B$) ؟

أ. $2\mathbf{L}_B$ ب. $4\mathbf{L}_B$ ج. $8\mathbf{L}_B$ د. $16\mathbf{L}_B$

س 2 : اصطدمت كتلة مقدارها ($50\ gm$) تسير بسرعة ($5\ m/s$) بحائط وارتدت عنه بطاقة حركية تعادل ربع طاقتها الحركية الابتدائية وعلى نفس الخط .احسب:

1. الدفع المؤثر على الكرة .
2. قوة التصادم اذا كان زمن التصادم ($0.02\ s$).

الحل:

$$K.E_f = \frac{1}{4}K.E_i \Rightarrow \frac{1}{2}m\mathbf{v}_f^2 = \frac{1}{4}\times\frac{1}{2}m\mathbf{v}_i^2$$

$$\Rightarrow \mathbf{v}_f = \frac{1}{2}\mathbf{v}_i = -2.5\,m/s$$

1. $\mathbf{I} = \Delta\mathbf{p} = m(\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_i) = 0.05(-2.5-5) = 0.375\,N.m$

2. $\mathbf{F} = \frac{\Delta\mathbf{p}}{\Delta t} = \frac{0.375}{0.02} = 18.75\,N$

س 3 : جسم كتلته (5 *kg*) في خط مستقيم أفقي بسرعة (20 *m/s*) ، فإذا سقط عليه عموديا جسم آخر كتلته (10 *kg*) بسرعة (30 *m/s*)، والتصق الجسمان وسارا معا بنفس السرعة . فما هي سرعة الجسمين الملتصقين؟

الحل:

$$\Sigma \mathbf{P}_{xi} = \Sigma \mathbf{P}_{xf} \qquad \Sigma \mathbf{P}_{yi} = \Sigma \mathbf{P}_{yf}$$

$$\Rightarrow m_1 \mathbf{v}_{1ix} + m_2 \mathbf{v}_{2ix} = (m_1 + m_2)\mathbf{v}_{fx} \qquad \Rightarrow m_1 \mathbf{v}_{1iy} + m_2 \mathbf{v}_{2iy} = (m_1 + m_2)\mathbf{v}_{fy}$$

$$\Rightarrow 5 \times 20 + 0 = (5+10)\mathbf{v}_f \cos(\theta) \qquad \Rightarrow 0 + 10(-30) = (5+10)\mathbf{v}_f \sin(\theta)$$

$$\Rightarrow 100 = 15\mathbf{v}_f \cos(\theta) \ldots\ldots\ldots (1) \qquad \Rightarrow -300 = 15\mathbf{v}_f \sin(\theta) \ldots\ldots\ldots (2)$$

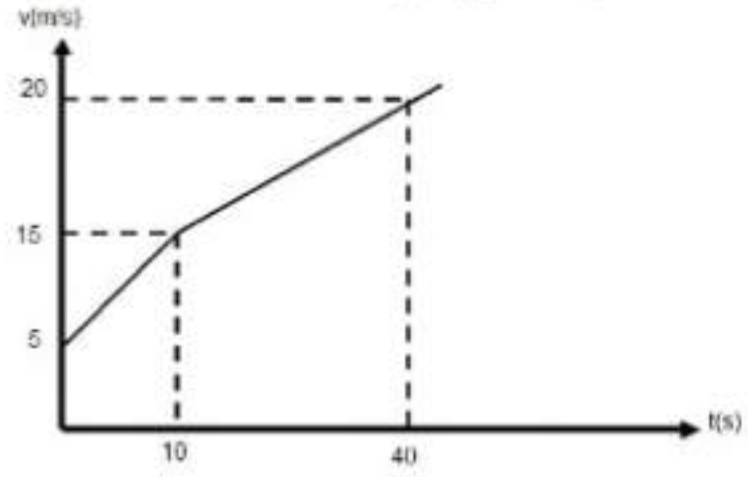
بقسمة (2) على (1).

$$\Rightarrow \tan(\theta) = -\frac{3}{1} \Rightarrow \theta = -71.5^o$$

$$\Rightarrow \mathbf{v}_f = \frac{100}{15\cos(71.5)} = 21 m/s$$

س 4 : الشكل المقابل يمثل العلاقة البيانية للتغير في السرعة والزمن لحركة جسم كتلته (2 *kg*) احسب:

1. الدفع المؤثر على الجسم خلال (40 s) .
2. قوة الدفع خلال (10 s) .



الحل:

من الشكل :

$$\mathbf{v}\big|_{t=0s} = 5 m/s$$

$$\mathbf{v}\big|_{t=10s} = 15 m/s$$

$$\mathbf{v}\big|_{t=40s} = 20 m/s$$

1. $\mathbf{I}\big|_{40s} = \Delta \mathbf{p} = m(\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_i) = 2(20-5) = 30 N.m$

2. $\mathbf{F}\big|_{10s} = \dfrac{\Delta \mathbf{p}\big|_{10s}}{\Delta t} = \dfrac{2(15-5)}{10} = 2N$

س 5 : تطلق رصاصة كتلتها (8 *gm*) في اتجاه أفقي و تنغرز في جسم خشبي كتلته (9 *kg*) معلق رأسيا في خيط طوله (50 *cm*) فتحرك الجسمان معا بسرعة (0.4 *m/s*)، ما السرعة الابتدائية للرصاصة.

الحل:

$$\Sigma \mathbf{p}_i = \Sigma \mathbf{p}_f$$

$$m_1 \mathbf{v}_{1i} + m_2 \mathbf{v}_{2i} = (m_1 + m_2)\mathbf{v}_f$$

$$0.008 \times \mathbf{v}_{1i} + 9 \times 0 = (0.008 + 9) \times 0.4$$

$$\Rightarrow \mathbf{v}_{1i} = 450 \ \ m/s$$

س 6 : جسم كتلته $(2\ kg)$ يتحرك بسرعة $(4\ m/s)$ تصادم تصادما مرنا مع جسم آخر ساكن، وبعد التصادم تحرك الجسم الثاني بسرعة $(5\ m/s)$ بالاتجاه السينات الموجب .احسب:

1. كتلة الجسم الثاني
2. سرعة الجسم الأول بعد التصادم مباشرة

الحل:

$$\Sigma \mathbf{p}_i = \Sigma \mathbf{p}_f$$

$$\Rightarrow m_1\mathbf{v}_{1i} + m_2\mathbf{v}_{2i} = m_1\mathbf{v}_{1f} + m_2\mathbf{v}_{2f}$$

$$\Rightarrow 2\times 4 + 0 = 2\mathbf{v}_{1f} + 5m_2$$

$$\Rightarrow 2\mathbf{v}_{1f} + 5m_2 = 8 \ldots\ldots\ldots (1)$$

$$\mathbf{v}_{12i} = -\mathbf{v}_{12f}$$

$$\Rightarrow (\mathbf{v}_{1i} - \mathbf{v}_{2i}) = (\mathbf{v}_{2f} - \mathbf{v}_{1f})$$

$$\Rightarrow 4 - 0 = 5 - \mathbf{v}_{1f}$$

$$\Rightarrow \mathbf{v}_{1f} = +1 \ldots\ldots\ldots (2)$$

$$\Rightarrow m_2 = \frac{6}{5} kg$$

س 7 : أرسى الصيادان محمد وأحمد زورق الصيد فإذا تحرك محمد الذي كتلته $(80\ kg)$ إلى الأمام بسرعة $(4\ m/s)$ عند مغادرة الزورق، فما مقدار واتجاه سرعة الزورق واحمد إذا كانت كتلتاهما معا تساوي $(150\ kg)$ ؟

الحل:

$$\Sigma \mathbf{p}_i = \Sigma \mathbf{p}_f$$

$$\Rightarrow m_1\mathbf{v}_{1i} + m_2\mathbf{v}_{2i} = m_1\mathbf{v}_{1f} + m_2\mathbf{v}_{2f}$$

$$\Rightarrow 0 = 80\times 4 + 150\,\mathbf{v}_{2f}$$

$$\Rightarrow \mathbf{v}_{2f} = \frac{-320}{150} = -2.13 m/s$$

س 8 : إذا تحرك جزئ نيتروجين كتلته $(4.7\times10^{-26}\ kg)$ بسرعة $(550\ m/s)$ واصطدم بجدار الإناء الذي يحويه مرتداً إلى الوراء بمقدار السرعة نفسها.

أ. ما الدفع الذي أثر به الجزيء في الجدار؟

ب. إذا حدث (1.5×10^{23}) تصادم كل ثانية، فما متوسط القوة المؤثرة في الجدار؟

الحل:

$$\mathbf{I} = \Delta \mathbf{p} = m(\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_i)$$

$$= 4.7\times10^{-26} \times \{550 - (-550)\} = 5.17\times10^{-23}\ N.m$$

$$\mathbf{F} = \frac{\Delta \mathbf{p}}{\Delta t} = 5.17\times10^{-23} N$$

$$\Rightarrow \sum \mathbf{F} = 1.5\times10^{26}\times5.17\times10^{-23} = 7.755N$$

س 9 : تتسارع سيارة سباق كتلتها (845 *kg*) من السكون إلى (72 *km/h*) خلال (0.9 s) .

أ. ما التغير في زخم السيارة؟

ب. ما متوسط القوة المؤثرة في السيارة؟

الحل:

$$\Delta \mathbf{p} = m(\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_i)$$

$$= 845 \times \{\frac{72 \times 1000}{3600} - 0\} = 16.9 \times 10^3 \, N.m$$

$$\mathbf{F} = \frac{\Delta \mathbf{p}}{\Delta t} = \frac{16.9 \times 10^3}{0.9} = 1.87 \times 10^4 \, N$$

س 10 : يركب أحمد الذي كتلته (42 *kg*) لوح تزلج كتلته (2 *kg*)، ويتحركان بسرعة (1.2 *m/s*) فإذا قفز أحمد عن اللوح وتوقف لوح التزلج تماما في مكانه، فما مقدار سرعة قفزه؟ وما اتجاهه؟

الحل:

$$\Sigma \mathbf{p}_i = \Sigma \mathbf{p}_f$$

$$\Rightarrow (m_1 + m_2)\mathbf{v}_i = m_1 \mathbf{v}_{1f} + m_2 \mathbf{v}_{2f}$$

$$\Rightarrow (42 + 2) \times 1.2 = 42 \times \mathbf{v}_{1f} + 0$$

$$\Rightarrow \mathbf{v}_{1f} = \frac{52.8}{2} = 1.25 \, m/s$$

بنفس اتجاه حركة اللوح.

س 11 : يقف متزلجان أحدهما مقابل الآخر، ويتدافعان بالأيدي، فإذا كانت كتلة الأول (90 *kg*) وكتلة الثاني (60 *kg*) .

أ. جد النسبة بين سرعتي المتزلجين في اللحظة التي أفلتا فيها أيديهما .

ب. أي المتزلجين سرعته أكبر؟

ج. أي المتزلجين دفع بقوة أكبر؟

الحل:

$$\Sigma \mathbf{p}_i = \Sigma \mathbf{p}_f$$

$$\Rightarrow 0_i = m_1 \mathbf{v}_{1f} + m_2 \mathbf{v}_{2f}$$

$$\Rightarrow 0 = 90\mathbf{v}_{1f} + 60\mathbf{v}_{2f}$$

$$\Rightarrow \frac{\mathbf{v}_{1f}}{\mathbf{v}_{2f}} = \frac{2}{3}$$

يتحرك كلاً منهما باتجاهين متعاكسين.

سرعة المتزلج تتناسب عكسياً مع كتلته لثبوت الزخم، فيكون المتزلج الثاني أسرع.

كلا المتزلجين له نفس الدفع، عندما يتدافعا فإن دفع الأول على الثاني يساوي يعاكس دفع الثاني على الأول

س 12 : عجلة الدراجة الهوائية الموضحة في الشكل، طول قطرها (60 *cm*) وكتلة محيطها 1) (*kg*) وكتلة كل قطر فيها (0.4 *kg*) وتدور بسرعة زاوية (1 *rev/s*) احسب:

1. القصور الدوراني.
2. الزخم الزاوي.
3. الطاقة الحركة الدورانية لها حول محور عمودي عليه عند مركزها.

الحل:

القصور الدوراني للعجلة (الطوق) $= \mathbf{I}_1 = M\,r^2$

القصر الدوراني للأقطار: $\mathbf{I}_2 = 4\times\frac{1}{12}ml^2$

$$\sum \mathbf{I} = \mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2 = M\,r^2 + \frac{1}{12}ml^2 = 1\times(0.3)^2 + 4\times\frac{1}{12}\times 0.4\times(0.6)^2$$

$$= 0.138 \quad kg.m^2$$

$$\mathbf{L} = \mathbf{I}\omega = 0.138\times 1\times 2\pi = 0.867 \quad kg.m^2/s$$

$$K.E = \frac{1}{2}\mathbf{I}\omega^2 = \frac{1}{2}\times 0.138\times(1\times 2\pi)^2 = 2.72 \quad J$$

س 13 : يقف رجل على منصة تدور بسرعة زاوية (1 *rev/s*) حاملا في يديه الممدودتين كتلتين متماثلتين، ثم يضم يديه لصدره ليتناقص قصوره الدوراني من (6 $kg.m^2$) إلى (2 $kg.m^2$) .

1. ما سرعته الزاوية بعد ضم يديه لصدره؟
2. ما التغير في طاقته الحركية؟

الحل : بما أنه لا يؤثر أي عزم دوران خارجي على الرجل أثناء ضم ذراعيه ومحور الدوران ثابت فإن الزخم الزاوي يبقى ثابت أي:

$$\Delta\mathbf{L} = 0 \Rightarrow \mathbf{L}_i = \mathbf{L}_f$$

$$\Rightarrow I_i\omega_i = I_f\omega_f$$

$$\Rightarrow 6\times 1 = 2\omega_f$$

$$\Rightarrow \omega_f = 3\,rev/s = 6\pi\,rad/s$$

$$K.E_i = \frac{1}{2}\mathbf{I}_i\,\omega_i^2 = \frac{1}{2}\times 6\times(1\times 2\pi)^2 = 118.3 \quad J$$

$$K.E_f = \frac{1}{2}\mathbf{I}_f\,\omega_f^2 = \frac{1}{2}\times 2\times(1\times 6\pi)^2 = 355 \quad J$$

$$\Delta K.E = K.E_f - K.E_i = 236.7\,J$$