وزارة التربيـــــــة والتعليم العالي
مديرية التربية و التعليم / شرق غـــــــزة

تمارين إثرائية (مميزة) - الوحدة الثالثة

(التكامل Integration)

للصف الثاني عشر - ريادي

إعداد
أ . بديع أحمد حمدان

معلم المبحث – مدرسة شهداء الزيتون الثانوية

الملتقى التربوي
www.wepal.net

٢٠١٩ م

الوحدة الثالثة

التكامل

ورقة عمل رقم (١)

إختر الإجابة الصحيحة

١ $\int_{٢}^{٣} \frac{١}{س^{٢}}$ د س يساوي			
(أ) $\frac{١}{٣}$	(ب) $\frac{١}{٢}$	(جـ) $\frac{١}{٦}$	(د) $\frac{٥}{٦}$
٢ إذا كان $\int_{٠}^{٢} ٩س$ د س = $\int_{٠}^{١} (٢س + ب)$ د س فإن قيمة ب = :			
(أ) ٩	(ب) ١٠	(جـ) ١٧	(د) ١٤
٣ إذا كان $\int_{-١}^{ب} ٥$ د س = ٢٥ فإن ب = :			
(أ) ٤	(ب) ٥	(جـ) ٦	(د) ٣
٤ إذا كان م (س) = ٣س^{٢} + ٢س + جـ إقتراناً أصلياً للإقتران هـ (س) فإن $\int_{٢}^{٣}$ هـ (س) د س = :			
(أ) ٦	(ب) −٦	(جـ) ١٧	(د) ٢٤
٥ قيمة $\frac{د}{د س}$ $\int_{٠}^{٣} \sqrt{س^{٢} + ٤}$ د س =			
(أ) $\sqrt{١٣}$	(ب) $\sqrt{س^{٢} + ٤}$	(جـ) س^{٢} + ٤	(د) صفر
٦ إذا كان $\int_{م}^{ب}$ هـ (س) د س = −٣ ، $\int_{جـ}^{ب}$ هـ (س) د س = ١١ ، فإن $\int_{م}^{جـ}$ هـ (س) د س = :			
(أ) −٨	(ب) ٨	(جـ) ١٤	(د) −١٤
٧ إذا كان $\int$ (هـ (س) + ٢) د س = س^{٣} + ٣س^{٢} + ٩ ، هـ (١) = ٧ فإن قيمة الثابت م = :			
(أ) −١	(ب) ٣	(جـ) ٦	(د) ٢
٨ $\int_{١}^{٧}$ هـ(س) د س − $\int_{١}^{٣}$ هـ(س) د س = :			
(أ) $\int_{٣}^{٧}$ هـ(س) د س	(ب) $\int_{٧}^{٣}$ هـ(س) د س	(جـ) $\int_{٧}^{١}$ هـ(س) د س	(د) $\int_{١}^{٧}$ هـ(س) د س
٩ الإقتران الأصلي للإقتران هـ (س) = $\frac{١}{٢\sqrt{س}}$ هو			
(أ) ٢ $\sqrt{س}$	(ب) $\sqrt{٢س}$	(جـ) $\frac{٢}{\sqrt{س}}$	(د) $\sqrt{س}$ + ١

١٠ إذا كان $\int_{١}^{٢}$ هـ$'$(س) د س = ٣س^{٢} − ٤س + ٥ وكان هـ (٢) = ٧ فإن هـ (١) = :			
(أ) ٢	(ب) −٤	(جـ) ٤	(د) −٢
١١ إذا كان $\int_{١}^{٣}$ هـ (س) د س = ٦ ، $\int_{٣}^{١}$ ل هـ (س) د س = −٣ ، فإن قيمة الثابت ل = :			
(أ) $-\frac{١}{٢}$	(ب) $\frac{١}{٢}$	(جـ) −٦	(د) ٢
١٢ إذا كان م (س) ، هـ (س) إقترانين أصليين للإقتران هـ (س) فإن (٤هـ − ٣م)$'$(س) يساوي :			
(أ) هـ (س)	(ب) ٢ هـ$'$(س)	(جـ) ٢ هـ(س)	(د) هـ$'$(س)
١٣ إذا كان $\int_{١}^{٥}$ ٢هـ (س) د س = ١٠ ، $\int_{١}^{٧}$ هـ (س) د س = ١٢ ، فإن $\int_{٧}^{٥}$ هـ (س) د س = :			
(أ) −٧	(ب) ٢	(جـ) ٧	(د) ٢٢
١٤ إذا كان $\int_{م}^{ب}$ هـ (س) د س = ٣ فإن $\int_{م}^{ب}$ هـ (س) د س − $\int_{ب}^{م}$ هـ (س) د س = :			
(أ) −٦	(ب) صفر	(جـ) −٣	(د) ٦
١٥ ليكن هـ(٢) = ٣ ، هـ$'$(س) = ٢س فإن هـ(٣) = :			
(أ) ١٠	(ب) ٩	(جـ) ٨	(د) ٦
١٦ إذا كان $\int_{١}^{٣}$ $\frac{١}{٢}$ هـ (س) د س = ٢ ، $\int_{٥}^{٣}$ هـ (س) د س = −٥ ، فإن $\int_{١}^{٥}$ هـ (س) د س = :			
(أ) ٧	(ب) −٣	(جـ) ٩	(د) −١
١٧ إذا كان م (س) ، ل (س) إقترانين أصليين للإقتران هـ (س) وكان $\int_{٢}^{٨}$ (ل (س) − م (س)) د س = ١٨ فإن : $\int_{٣}^{٥}$ (م (س) − ل (س)) د س يساوي			
(أ) −٦	(ب) −٣	(جـ) ٣	(د) ٦
١٨ قيمة $\int_{٢}^{٥}$ هـ(س) د س + $\int_{٥}^{٢}$ (هـ(س) − ٢) د س =			
(أ) −٦	(ب) −٢	(جـ) ٦	(د) ٧
١٩ إذا كان $\int_{١}^{م}$ $\sqrt{س}$ د س = ١ حيث م ثابت فإن $\int_{١}^{م}$ $\frac{٢س}{\sqrt{س}}$ د س = :			
(أ) ١	(ب) ٢	(جـ) ٣	(د) ٤

٢٠ إذا كان $\int_{-١}^{١} (٢س + ٢)^{٢}$ د س = ١٢ فإن قيمة ٢ = :			
(أ) ٩	(ب) ٣	(جـ) $\frac{١}{٣}$	(د) ٣-
٢١ $\int_{١}^{٤} (٥ + \int_{٣}^{١} ٥$ د س) د س = :			
(أ) ٢٠	(ب) ١٠-	(جـ) ١٥-	(د) ١٠
٢٢ $\int_{١}^{٢} ٢\sqrt[٣]{س} \times س^{\frac{٢}{٣}}$ د س يساوي			
(أ) ٣-	(ب) ١	(جـ) ٢	(د) ٣
٢٣ إذا كان $\int_{١}^{٣} (٢$ هـ (س) − ٤) د س = ٦ ، $\int_{٤}^{٣}$ هـ (س) د س = −١ ، فإن $\int_{١}^{٤}$ هـ (س) د س =			
(أ) ٧	(ب) ٨	(جـ) ٥	(د) ١٥
٢٤ إذا كان م (س) = $\frac{٥ س}{س^{٢} + ٣}$ أصلياً للإقتران هـ (س) فإن $\int_{١}^{٢}$ هـ (س) د س = :			
(أ) $\frac{٥}{٢٨}$	(ب) $-\frac{٥}{٢٨}$	(جـ) $\frac{١٠}{٧}$	(د) $\frac{١٠}{٤}$
٢٥ إذا كان هـ (١) = ٣ ، هـ (٤) = ٧ فإن $\int_{١}^{٤}$ (هـ َ(س) + ٢) د س = :			
(أ) ١٤	(ب) ١٠	(جـ) ٦	(د) ٢
٢٦ إذا كان $\int_{٥}^{١}$ هـ (س) د س = ٢ ، $\int_{٧}^{٥}$ هـ (س) د س = −٦ ، فإن $\int_{١}^{٧} \frac{هـ(س)}{٢}$ د س = :			
(أ) ٤-	(ب) ٤	(جـ) ٢-	(د) ٢
٢٧ إذا كان م (س) إقتران أصلي للإقتران هـ (س) وكان م (٢) = ٥ ، م َ(٢) = ٣ ، م (١) = ٧ ، م َ(١) = ٢ فإن $\int_{١}^{٢}$ هـ (س) د س يساوي			
(أ) ٢-	(ب) ١-	(جـ) ٢	(د) ١
٢٨ إذا كان هـ (س) = $\int_{٠}^{-٢}$ (٤ د س − ٣س^{٢}) د س فإن هـ َ(−١) = :			
(أ) ١١-	(ب) صفر	(جـ) ١	(د) ٣-
٢٩ إذا كان م (س) = $\frac{\sqrt{س}}{س^{٢} + ١}$ أصلياً للإقتران هـ (س) فإن $\int_{٠}^{١}$ (هـ (س) + ٢س) د س = :			

ⓐ ١	ⓑ $\frac{١}{٢}$	ⓒ $\frac{٣}{٢}$	ⓓ صفر

٣٠ إذا كان أ = $\frac{١}{٢}$ فإن $\int_{٢}^{أ^{٤}} \frac{\sqrt{س}-١}{\sqrt{س+١}+\sqrt{س}}$ د س =

ⓐ ٢	ⓑ صفر	ⓒ ٨	ⓓ ٤

٣١ إذا كان م (س) = أ س^{٣} + ب س^{٢} إقتران أصلي للإقتران هـ (س) وكان هـ (١) = ٦ ، $\int_{٠}^{٢}$ هـ (س) د س = ٢٠

فإن قيمتي كل من أ ، ب على الترتيب :

ⓐ ١ ، ٥	ⓑ ٤ ، −٣	ⓒ −٤ ، ٣	ⓓ ٦ ، ٢٠

٣٢ $\int$ ($\sqrt[٥]{س^{٣}}$ − $\frac{٩}{س^{٢}}$) د س =

ⓐ $\frac{٥}{٨}$ $\sqrt[٨]{س^{٥}}$ − $\frac{٩}{س}$ + جـ	ⓑ $\frac{٥}{٨}$ $\sqrt[٥]{س^{٨}}$ + $\frac{٩}{س}$ + جـ
ⓒ $\frac{٨}{٥}$ $\sqrt[٥]{س^{٨}}$ + $\frac{٩}{س}$ + جـ	ⓓ $\frac{٨}{٥}$ $\sqrt[٥]{س^{٨}}$ − $\frac{٩}{س^{٢}}$ + جـ

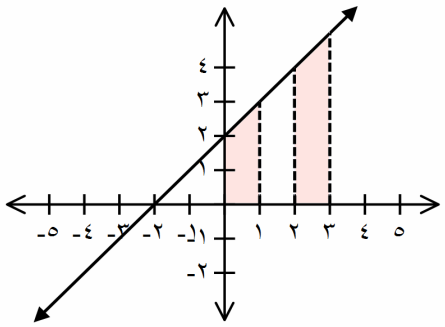
٣٣ مساحة المنطقة المظللة في الشكل المقابل علماً بأن هـ (س) = س + ٢ هي :

أ) $\int_{٠}^{٣}$ ق(س) ء س

ب) $\int_{٠}^{٢}$ ق(س) ء س + $\int_{٢}^{٣}$ ق(س) ء س

ج) $\int_{٠}^{١}$ ق(س) ء س + $\int_{٢}^{٣}$ ق(س) ء س

د) $\int_{٠}^{١}$ ق(س) ء س + $\int_{١}^{٣}$ ق(س) ء س



الملتقى التربوي
www.wepal.net

إجابات الإختيار من متعدد

١	ج	$\frac{١}{٦}$	٢	ج	١٧	٣	م	٤
٤	ج	١٧	٥	د	صفر	٦	د	١٤-
٧	ب	٣	٨	م	$\int_{٣}^{٧}$ هـ(س) د س	٩	د	$\sqrt{س} + ١$
١٠	م	٢	١١	ب	$\frac{١}{٢}$	١٢	م	هـ(س)
١٣	م	٧-	١٤	د	٦	١٥	ج	٨
١٦	ج	٩	١٧	م	٦-	١٨	ج	٦
١٩	ب	٢	٢٠	ب	٣	٢١	ج	١٥-
٢٢	د	٣	٢٣	ب	٨	٢٤	م	$\frac{٥}{٢٨}$
٢٥	ب	١٠	٢٦	د	٢	٢٧	م	٢ -
٢٨	م	١١-	٢٩	ج	$\frac{٣}{٢}$	٣٠	ب	صفر
٣١	ب	٤ ، ٣-	٣٢	ب	$\frac{٥}{٨}\sqrt[٥]{س^{٨}} + \frac{٩}{س} + ج$	٣٣	د	$\int_{٠}^{١}$ ق(س) ء س + $\int_{٢}^{٣}$ ق(س) ء س
٣٤			٣٥			٣٦		

ورقة عمل رقم (٢)

جد التكاملات الآتيـة

تكاملات مباشرة (يمكن حلها بدون طريقة التعويض)

رقم	التكامل	الإجابة
١	$\int \frac{س^{٣} - ٨}{س - ٢}$ د س = :	$\frac{١}{٣}س^{٣} + س^{٢} + ٤س + ج$
٢	$\int (س + \frac{١}{س})^{٢}$ د س = :	$\frac{١}{٣}س^{٣} + ٢س - س^{-١} + ج$
٣	$\int \frac{٢س^{٢} - ٦س - ٨}{س + ١}$ د س = :	$س^{٢} - ٨س + ج$
٤	$\int \frac{(س - ٢)^{٣} + ٨}{س}$ د س = :	$\frac{(س - ٢)^{٣}}{٣} - س^{٢} + ٨س + ج$
٥	$\int \frac{\sqrt[٣]{س} - س}{\sqrt{س}}$ د س = :	$\frac{٦}{٥}\sqrt[٦]{س^{٥}} - \frac{٢}{٣}\sqrt[٣]{س} + ج$
٦	$\int \frac{س^{٣}\sqrt{س}}{س}$ د س = :	$\frac{٢}{٧}\sqrt{س^{٧}} + ج$
٧	$\int (٩س^{٢} + ١٢س + ٤)^{٥}$ د س = :	$\frac{(٣س + ٢)^{١١}}{٣٣} + ج$
٨	$\int \frac{٢٥ - س^{٢} - ٤}{٢ - ٥س}$ د س = :	$-\frac{٥}{٢}س^{٢} - ٢س + ج$
٩	$\int \frac{س^{٣} + ٢س^{٢} + س + ١}{(س + ١)^{٢}}$ د س = :	$\frac{س^{٢}}{٢} - (س + ١)^{-١} + ج$
١٠	$\int_{٠}^{١} \frac{٣ د س}{(س^{٢} + ٢س + ١)^{٣}}$	$\frac{٩٣}{١٦٠}$

ورقة عمل رقم (٣)

جد التكاملات الآتيـة

تكاملات (باستخدام طريقة التعويض)

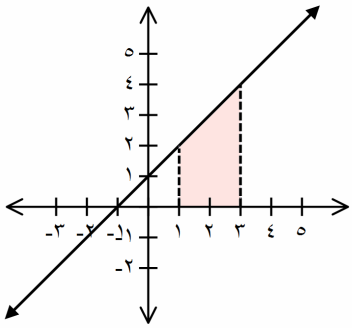
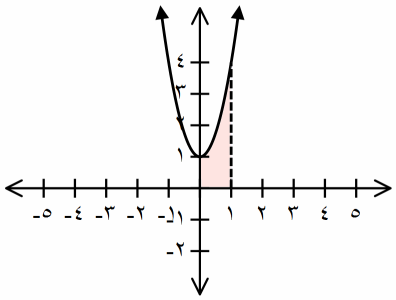
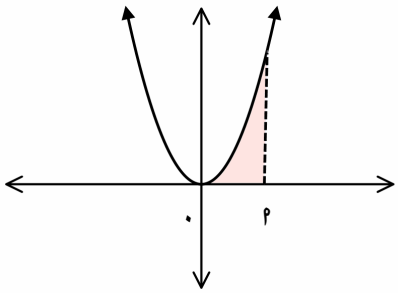
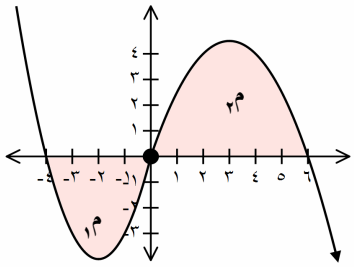
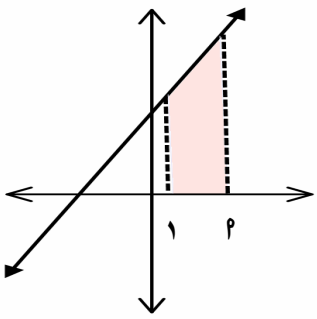
رقم	التكامل	الإجابة	الطريقة
١	$\int ٢س (س^{٢} - ٣)^{٧} \, د س$	$\frac{١}{٨} (س^{٢} - ٣)^{٨} + ج$	تعويض
٢	$\int_{-٦}^{٠} (س + ١)^{٥} \, د س$	٧٧٧٦	تعويض
٣	$\int ٣ س^{٢} (س^{٣} + ٥)^{٢} \, د س$	$\frac{١}{٣} (س^{٣} + ٥)^{٣} + ج$	تعويض
٤	$\int (س^{٣} - ٣ س^{٥})^{\frac{١}{٣}} \, د س$	$-\frac{١}{٨} (١ - ٣س^{٢})^{\frac{٤}{٣}} + ج$	تعويض
٥	$\int س^{٣} (س^{٤} + ١)^{٥} \, د س$	$\frac{١}{٢٤} (س^{٤} + ١)^{٦} + ج$	تعويض
٦	$\int س^{-٣} (١ - ٥س^{-٢})^{٧} \, د س$	$\frac{١}{٨٠} (١ - ٥س^{-٢})^{٨} + ج$	تعويض
٧	$\int \sqrt{٣س^{٢} - ٤س^{٤}} \, د س$ ، $س > ٠$	$-\frac{١}{١٢} (٣ - ٤س^{٢})^{\frac{٣}{٢}} + ج$	تعويض
٨	$\int \frac{س}{\sqrt{١ + س}} \, د س$	$\frac{٢}{٣} (١ + س)^{\frac{٣}{٢}} - ٢ (١ + س)^{\frac{١}{٢}} + ج$	تعويض
٩	$\int \frac{(س - ١)}{(س^{٢} - ٢س + ٣)^{٥}} \, د س$	$-\frac{١}{٨} (س^{٢} - ٢س + ٣)^{-٤} + ج$	تعويض
١٠	$\int \frac{(س + ٣)^{٥}}{س^{٧}} \, د س$	$-\frac{١}{١٨} (\frac{س + ٣}{س})^{٦} + ج$	تعويض

ورقة عمل رقم (٤)

أجب عن الأسئلة الآتيـة

١	إذا كان $\int_{٢}^{٣}$ هـ(س) د س = ٦ وكان : $\int_{٥}^{٣}$ هـ(س) د س = ٧ فأوجد $\int_{٢}^{٥}$ (٢س − هـ(س)) د س	٢٢
٢	إذا كان م(س) ، هـ(س) إقترانين أصليين للإقتران هـ(س) وكان : $\int_{١}^{٥}$ (م(س) − هـ(س)) د س = ٨ فأوجد $\int_{-١}^{٢}$ س (م(س) − هـ(س)) د س	٣
٣	منحنى يمر بالنقاط (١ ، ٤) ، (٣ ، ١٤) وميله عند أي نقطة (س ، ص) الواقعة عليه يعطى بالعلاقة هـ`(س) = ٤س − جـ جد قيمة جـ ثم جد قاعدة الإقتران .	جـ = ٣ هـ(س) = ٢س^{٢} − ٣س + ٥
٤	إذا كان هـ`(س) = ٦س − ٤ وكان للإقتران هـ(س) قيمة صغرى محلية تساوي ٥ عند س = ١ فجد معادلة المنحنى والقيمة العظمى المحلية للإقتران .	هـ(س) = س^{٣} − ٢س^{٢} + س + ٥ $\frac{١٣٩}{٢٧}$
٥	إذا كان $\int_{١}^{٣}$ (٢س + ٢هـ(س)) د س = ٦ وكان : $\int_{١}^{٥}$ هـ(س) د س = −٢ فأوجد $\int_{٥}^{٣}$ هـ(س) د س	١
٦	إذا كان $\int_{١}^{٣}$ هـ(س) د س = ٣ وكان : $\int_{٤}^{٣}$ هـ(س) د س = −٢ فأوجد $\int_{١}^{٤}$ ($\sqrt{س}$ + ٢هـ(س)) د س	$\frac{٤٤}{٣}$
٧	إذا كان ميل المماس لمنحنى الإقتران ص = هـ(س) عند النقطة (١ ، ٨) الواقعة عليه = ٤ وكان هـ`(س) = ١٢س − ٢ جد قاعدة الإقتران .	هـ(س) = ٢س^{٣} − س^{٢} + ٧
٨	إذا كان هـ`(س) = أ + ٣ب س^{٢} جد قيم الثوابت أ ، ب علماً بأن ميل المماس لمنحنى هـ(س) عند نقطة الأصل يساوي $\frac{٢}{٣}$ وأن منحنى هـ(س) يمر بالنقطة (١ ، ٢) .	$\frac{٤}{٣}$

الملتقى التربوي
www.wepal.net

٩	جد مساحة المنطقة المظللة في الشكل المقابل علماً بأن ق(س) = ٢س + ١ هي :		١٠ وحدات مربعة
١٠	جد مساحة المنطقة المظللة في الشكل المقابل علماً بأن ق(س) = ٣س^{٢} + ١ هي :		٢ وحدة مربعة
١١	إذا علمت أن مساحة المنطقة المظللة في الشكل المقابل = $\frac{٦٤}{٣}$ وحدة مربعة ، ق(س) = س^{٢} فإن قيمة الثابت ﻫ = :		٤
١٢	في الشكل المجاور ، إذا كانت مساحة م$_{١}$ = ٦ وحدات مربعة وكانت مساحة م$_{٢}$ = ١٠ وحدات مربعة فإن : $\int_{-٤}^{٦}$ ق(س) د س = :		١٦ وحدة مربعة
١٣	إذا علمت أن مساحة المنطقة المظللة في الشكل المقابل = ١٤ وحدة مربعة ، ق(س) = ٢س + ٣ فإن قيمة الثابت ﻫ الموجبة = :		٣

تمنياتي للجميع بالتوفيق والنجاح

وتحقيق أعلى الدرجات

معلم المبحث : أ . بديع حمدان

أي تعليق

التواصل

جوال – ٠٥٩٩٦٨٩٠٧٤