طريقة الأسهم لحساب التكامل بالأجزاء

(إثرائي)

طريقة سهلة ممكن يستخدمها الطالب للتأكد من صحة الحل

للصف الثاني عشر - علمي

إعداد

أ . بديع أحمد حمدان

٢٠١٩ م

طريقة مختصرة عندما نكون أمام تكاملات تحتاج تجزئة أكثر من مرة مثل التكاملات على الصورة :

$\int$ س^{ن} جا (٢ س) د س ، $\int$ س^{ن} جتا (٢ س) د س ، $\int$ س^{ن} هـ$^{(٢ س)}$ د س

أو التكامل بالأجزاء (الدوَّار) مثل التكاملات على الصورة :

$\int$ هـ$^{(٢ س)}$ جا^{ن} (ب س) د س ، $\int$ هـ$^{(٢ س)}$ جتا^{ن} (ب س) د س

مثال

جد :

① $\int$ س^{٣} جا (س) د س

② $\int$ س^{٤} جتا (٢س) د س

③ $\int$ س^{٣} هـ^{س} د س

④ $\int$ هـ^{٣س} جتا (٢س) د س

⑤ $\int$ هـ^{٥س} جا (٤س) د س

الحل

① $\int$ $س^{٣}$ جا (س) د س

مشتقات $س^{٣}$		تكاملات جا (س)
$س^{٣}$	+	جا (س)
$٣ س^{٢}$	−	− جتا (س)
$٦ س$	+	− جا (س)
٦	−	جتا (س)
٠		جا (س)

$\int$ $س^{٣}$ جا (س) د س = − $س^{٣}$ جتا (س) + $٣س^{٢}$ جا (س) + ٦ س جتا (س) − ٦ جا (س) + ج

② $\int$ س^{٤} جتا (٢س) د س

مشتقات س^{٤}		تكاملات جتا (٢س)
س^{٤}	+	جتا (٢س)
٤ س^{٣}	−	$\frac{١}{٢}$ جا (٢س)
١٢س^{٢}	+	− $\frac{١}{٤}$ جتا (٢س)
٢٤س	−	− $\frac{١}{٨}$ جا (٢س)
٢٤	+	$\frac{١}{١٦}$ جتا (٢س)
٠		$\frac{١}{٣٢}$ جا (٢س)

$\int$ س^{٤} جتا (٢س) د س = $\frac{١}{٢}$ س^{٤} جا (٢س) + س^{٣} جتا (٢س) − $\frac{٣}{٢}$ س^{٢} جا (٢س)

− $\frac{٣}{٢}$ س جتا (٢س) + $\frac{٣}{٤}$ جا (٢س) + جـ

③ $\int س^{٣}\, هـ^{س}\, د س$

مشتقات $س^{٣}$		تكاملات $هـ^{س}$
$س^{٣}$	+	$هـ^{س}$
$٣ س^{٢}$	−	$هـ^{س}$
$٦ س$	+	$هـ^{س}$
٦	−	$هـ^{س}$
٠		$هـ^{س}$

$$\int س^{٣}\, هـ^{س}\, د س = س^{٣} هـ^{س} - ٣س^{٢} هـ^{س} + ٦ س هـ^{س} - ٦ هـ^{س} + جـ$$

أستاذ بديع أحمدان

④ $\int$ هـ^{٣س} جتا (٢س) د س

مشتقات هـ^{٣س} تكاملات جتا (٢س)

هـ^{٣س} جتا (٢س)

+ ↙ ↖

٣ هـ^{٣س} $\frac{١}{٢}$ جا (٢س)

− ↙ ↖

٩ هـ^{٣س} + ← − $\frac{١}{٤}$ جتا (٢س)

لاحظ رجعنا إلى نفس التكامل $\int$ هـ^{٣س} جتا (٢س) د س

لذلك يسمى دوَّار

$\int$ هـ^{٣س} جتا (٢س) د س

= $\frac{١}{٢}$ هـ^{٣س} جا (٢س) + $\frac{٣}{٤}$ هـ^{٣س} جتا (٢س) − $\frac{٩}{٤}$ $\int$ هـ^{٣س} جتا (٢س) د س

⇐ $\int$ هـ^{٣س} جتا (٢س) د س + $\frac{٩}{٤}$ $\int$ هـ^{٣س} جتا (٢س) د س

= $\frac{١}{٢}$ هـ^{٣س} جا (٢س) + $\frac{٣}{٤}$ هـ^{٣س} جتا (٢س)

⇐ $\frac{١٣}{٤}$ $\int$ هـ^{٣س} جتا (٢س) د س = $\frac{١}{٢}$ هـ^{٣س} جا (٢س) + $\frac{٣}{٤}$ هـ^{٣س} جتا (٢س)

⇐ $\int$ هـ^{٣س} جتا (٢س) د س = $\frac{١}{١٣}$ هـ^{٣س} (٢ جا (٢س) + ٣ جتا (٢س)) + جـ

⑤ $\int$ هـ$^{٥س-١}$ جا (٤س) د س

مشتقات هـ$^{٥س-١}$ تكاملات جا (٤س)

هـ$^{٥س-١}$ جا (٤س)

+ ↙

٥ هـ$^{٥س-١}$ $-\frac{١}{٤}$ جتا (٤س)

− ↙

٢٥ هـ$^{٥س-١}$ $-\frac{١}{١٦}$ جا (٤س)

+ ←

لاحظ رجعنا إلى نفس التكامل $\int$ هـ$^{٥س-١}$ جا (٤س) د س

لذلك يسمى دوَّار

$\int$ هـ$^{٥س-١}$ جا (٤س) د س

$= -\frac{١}{٤}$ هـ$^{٥س-١}$ جتا (٤س) $+\frac{٥}{١٦}$ هـ$^{٥س-١}$ جا (٤س) $-\frac{٢٥}{١٦}\int$ هـ$^{٥س-١}$ جا (٤س) د س

$\Leftarrow \int$ هـ$^{٥س-١}$ جا (٤س) د س $+\frac{٢٥}{١٦}\int$ هـ$^{٥س-١}$ جا (٤س) د س

$= -\frac{١}{٤}$ هـ$^{٥س-١}$ جتا (٤س) $+\frac{٥}{١٦}$ هـ$^{٥س-١}$ جا (٤س)

$\Leftarrow \frac{٤١}{١٦}\int$ هـ$^{٥س-١}$ جا (٤س) د س $= -\frac{١}{٤}$ هـ$^{٥س-١}$ جتا (٤س) $+\frac{٥}{١٦}$ هـ$^{٥س-١}$ جا (٤س)

$\Leftarrow \int$ هـ$^{٥س-١}$ جا (٤س) د س $= \frac{١}{٤١}$ هـ$^{٥س-١}$ (− ٤ جتا (٤س) + ٥ جا (٤س)) + جـ

تمنياتي للجميع بالتوفيق والنجاح

وتحقيق أعلى الدرجات

أ . بديع حمدان

أي تعليق

التواصل

جوال – ٠٥٩٩٦٨٩٠٧٤