مديرية التربية والتعليم رام الله والبيرة
الامتحان الموحد لمحافظة رام الله والبيرة

الفرع : العلمي | الزمن : ٨٠ دقيقة

المبحث : الرياضيات | مجموع العلامات (٦٠) علامة | التاريخ : / ٣/ ٢٠١٨ م

ملاحظة : عدد أسئلة الورقة ٣ أسئلة ، أجب عنها جميعها

السؤال الأول : انقل رمز الإجابة الصحيحة إلى ورقة الإجابة (١٥ علامة)

(١) اذا كانت $\sigma_{،} = \{ا، ١، ٠،٥، ١، ب\}$ تجزئة منتظمة للفترة $[ا، ب]$ فما قيمة ا

أ) -٣ ب) -٢ ج) -١ د) صفر

(٢) $\int_{ا}^{١} \sqrt{هـ^{٢س} + ٢هـ^{س} + ١}\, دس =$

أ) ١ ب) -١ ج) $-هـ$ د) هـ

(٣) اذا كان ق(س) متصلا على $[١، ٣]$ و كانت $\sigma_{،}$ تجزئة منتظمة للفترة $[١، ٣]$ بحيث ان

$ر(\sigma_{،}، ق) = \frac{٤ن^{٢} - ٢ن}{ن^{٢}}$ و كان $\int_{٣}^{١} ٢ق(س)\, دس = \frac{٤}{٣}$ فان قيمة ا =

أ) -٣ ب) ٣ ج) ٦ د) -٦

(٤) اذا كان $\int_{١}^{٢} \frac{س^{٢} + ٢س + ١}{س + ٢}\, دس = ا$ ، $\int_{١}^{٢} \frac{س + ١}{س + ٢}\, دس = ب$ ، فما قيمة ا + ب

أ) $\frac{١١}{٢}$ ب) $\frac{٥}{٢}$ ج) ١ د) $\frac{١}{٢}$

(٥) إذا كان $\int_{١}^{٣} ٢ق(س)\, دس = ٤$ ، $\int_{٣}^{٥} ٣ق(س)\, دس = ١٢$ فإن $\int_{٤}^{١} ٢ق(س + ١)\, دس =$

أ) -٦ ب) ٦ ج) -١٢ د) -٢

(٦) إذا كان $\int_{ا}^{١} \left[\frac{س}{٣} + ٢\right] دس = ١٢$ فما قيمة الثابت ا

أ) ٥ ب) ٦ ج) ٧ د) ٨

يتبع

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #100796 | TRACK 8d593dddbeda2e88

(٧) إذا كان ق(س) متصلة على ح ، وكان $\int_{-١}^{٣} ق(س)\,د س = ٥$ ، $\int_{-١}^{٢} ق(س)\,د س = ٣$ فإن $\int_{٢}^{٣} ق(س)\,د س =$

أ) ٠ ب) ٢ ج) ٣ د) −٢

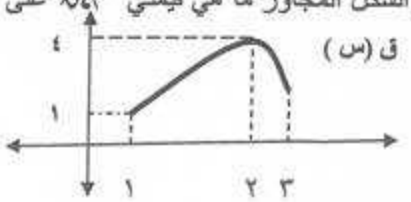
(٨) $\int_{٠}^{\frac{\pi}{٤}} (جا^{٤}س - جتا^{٤}س)\,د س =$

أ) $-\frac{١}{٢}$ ب) $\frac{١}{٢}$ ج) ٢ د) −٢

(٩) إذا كان ك(س) اقتران بدائي للاقتران ن(س) ، و كان ك(س) = $\sqrt{هـ^{س} + لـو_{هـ}(س+١)} + ٣$ فإن ن(٠) =

أ) $\frac{٢}{٣}$ ب) $\frac{٣}{٢}$ ج) $\frac{١}{٢}$ د) ٢

(١٠) الشكل المجاور يبين منحنى ن(س) على [١،٣] ، بالاعتماد على الشكل المجاور ما هي قيمتي ك، هـ على الترتيب اذا علمت أن $ك \geq \int_{١}^{٣} (٢ن(س) + ١)\,د س \geq هـ$



أ) ٢،٨ ب) ٤،١٦ ج) ٦،١٨ د) ١،٤

السؤال الثاني : (٢٠ علامة)

(أ) باستخدام تعريف التكامل المحدود أوجد قيمة $\int_{١}^{٣} (٣ - ٢س)\,د س$ معتبراً س$_{ر}$ = س$_{ر}$ **(١٠ علامات)**

(ب) اذا كان $ق(س) = \begin{cases} هـ - ١ & ١ \leq س < هـ \\ \frac{١}{س - ٢هـ} & هـ \leq س \leq ٣ \end{cases}$

جد الاقتران المكامل للاقتران ن(س) على الفترة [١،٣] . **(١٠ علامات)**

يتبع

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #100796 | TRACK 8d593dddbeda2e88

السؤال الثالث : (٢٥ علامة)

(أ) أوجد التكاملات التالية : (١٦ علامات)

١) $\int جا^{٣}س (لـو_{هـ}(١+جتاس)) ىس$

٢) $\int \frac{س^{٢}+٢س}{(س-١)(س-٣)} ىس$

(ب) إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران ق(س) عند أي نقطة عليه يعطى بالعلاقة $\frac{١}{قتا^{٢}\frac{١}{٤}س}$. أوجد قاعدة الاقتران ق(س) علما بأن منحنى الاقتران يمر بالنقطة (١،٥) . (٩ علامات)

********** انتهت الأسئلة **********

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #100796 | TRACK 8d593dddbeda2e88

وزارة التربية والتعليم العالي
مديرية التربية والتعليم رام الله و البيرة
الاختبار الموحد لمديرية رام الله و البيرة
الفرع العلمي/الشهرين

State of Palestine
دَوْلَة فِلَسْطِين

الإسم: **الإجابة النموذجية**
المبحث: الرياضيات
التاريخ: ٢٠١٨/٣/
الزمن: حصتان صفيتان
مجموع العلامات: (٦٠) علامة

امتحان نصف الفصل الدراسي الثاني للعام الدراسي ٢٠١٧/٢٠١٨

السؤال الأول: أنقل رمز الإجابة الصحيحة إلى دفتر الإجابة في كلٍ مما يلي:

رقم الفرع	رمز الإجابة	الإجابة الصحيحة
١)	ج)	-١
٢)	د)	هـ
٣)	د)	-٦
٤)	ب)	$\frac{٥}{٢}$
٥)	ج)	-١٢
٦)	أ)	٥
٧)	ب)	٢
٨)	أ)	$-\frac{١}{٢}$
٩)	ب)	$\frac{٣}{٢}$
١٠)	ج)	١٨٥٦

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #100796 | TRACK 8d593dddbeda2e88

السؤال الثاني

(أ) باستخدام تعريف التكامل المحدود أوجد قيمة $\int_{1}^{3}(3-2س)\,ds$ معتبراً $س_ر^* = س_ر$ (١٠ علامات)

الحل:-

$$د(س) = 3-2س \quad \forall س \in [1,3]$$

$$ل = \frac{ب-ا}{ن} = \frac{3-1}{ن} = \frac{2}{ن}$$

$$س_ر^* = س_ر = 1 + ر\frac{2}{ن}$$

$$د(س_ر) = 3-2\left(1+ر\frac{2}{ن}\right) = 3-2-ر\frac{4}{ن} = 1-ر\frac{4}{ن}$$

$$ق(د، ن، \sigma) = \frac{ب-ا}{ن}\sum_{ر=1}^{ن} د(س_ر) = \frac{2}{ن}\sum_{ر=1}^{ن}\left(1-ر\frac{4}{ن}\right)$$

$$= \frac{2}{ن}\left(\sum_{ر=1}^{ن}1 - \frac{4}{ن}\sum_{ر=1}^{ن}ر\right)$$

$$= \frac{2}{ن}\left(ن - \frac{4}{ن}\left(\frac{(1+ن)ن}{2}\right)\right) = 2-4-\frac{2}{ن}$$

$$= -2-\frac{2}{ن}$$

$$\therefore \int_{1}^{3}(3-2س)\,ds = \lim_{ن\to\infty} ق(د، ن، \sigma)$$

$$= \lim_{ن\to\infty}\left(-2-\frac{2}{ن}\right)$$

$$\boxed{= -2}$$

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #100796 | TRACK 8d593dddbeda2e88

(ب) اذا كان $ق_هـ(س) = \begin{cases} هـ-١ & ، ١ \geq س > هـ \\ \frac{١}{س-٢هـ} & ، هـ \geq س \geq ٣ \end{cases}$

جد الاقتران المكامل للاقتران ت(س) على الفترة [٣،١] . (١٠ علامات)

الحل:- الحل الأول

$ق_هـ(س) = \begin{cases} هـ-١ & ، ١ \geq س > هـ \\ \frac{١}{س-٢هـ} & ، هـ \geq س \geq ٣ \end{cases}$

* نجد ت(س) حيث $١ \geq س > هـ$

$$ت(س) = \int_{١}^{س} (هـ-١)\,ع ص = (هـ ص - ص)\Big|_{١}^{س} = (هـ س - س) - (هـ - ١) = هـ س - س - هـ + ١$$

* نجد ت(س) حيث $هـ \geq س \geq ٣$

$$ت(س) = \int_{١}^{هـ} (هـ-١)\,ع ص + \int_{هـ}^{س} \left(\frac{١}{ص-٢هـ}\right) ع ص = (هـ ص - ص)\Big|_{١}^{هـ} + \left(لـو_{هـ}|ص-٢هـ|\right)\Big|_{هـ}^{س}$$

$$= \left(هـ^{٢} - هـ\right) - (هـ-١) + لـو_{هـ}(|س-٢هـ|) - لـو_{هـ}(|هـ-٢هـ|)$$

$$= هـ^{٢} - هـ - هـ + ١ + لـو_{هـ}(س-٢هـ) - (١)$$

$$= لـو_{هـ}(س-٢هـ) + هـ^{٢} - ٢هـ$$

$\therefore$ $ت(س) = \begin{cases} هـ س - س - هـ + ١ & ، ١ \geq س > هـ \\ لـو_{هـ}|س-٢هـ| + هـ^{٢} - ٢هـ & ، هـ \geq س \geq ٣ \end{cases}$

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #100796 | TRACK 8d593dddbeda2e88

الحل الثاني

$$ت(س)=\begin{cases}[(هـ-١)ىس & ، \ ١\geq س>هـ \\ [\left(\frac{١}{س-٢هـ}\right)ىس & ، \ هـ\geq س\geq ٣\end{cases}$$

$$ت(س)=\begin{cases}هـس-س+جـ & ، \ ١\geq س>هـ \\ لـو_{هـ}(|س-٢هـ|)+ى & ، \ هـ\geq س\geq ٣\end{cases}$$

- **ت (١) = صفر**

$$هـ\times١-١+جـ=٠ \Leftarrow \boxed{جـ=١-هـ}$$

ت (س) متصل عند $س=هـ$

$$\boxed{نهـــات(س)=نهـــات(س)}$$
$$س\to هـ^{+} \qquad س\to هـ^{-}$$

$$لـو_{هـ}|هـ-٢هـ|+ى=هـ^{٢}-هـ+١-هـ \Leftarrow \boxed{ى=هـ^{٢}-٢هـ}$$

$$ت(س)=\begin{cases}هـس-س+١-هـ & ، \ ١\geq س>هـ \\ لـو_{هـ}|س-٢هـ|+هـ^{٢}-٢هـ & ، \ هـ\geq س\geq ٣\end{cases}$$

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #100796 | TRACK 8d593dddbeda2e88

(أ) أوجد التكاملات التالية : (١٦ علامات)

١) $\int جا^{٣}س\left(لـو_{هـ}(١+جتاس)\right)ﺩس$ (٨ علامات)

نفرض ص $=١+جتاس \Leftarrow ﺩص = -جاس ﺩس \Leftarrow ﺩس = \frac{ﺩص}{-جاس}$

ص $=١+جتاس \Leftarrow$ ص $-١ = جتاس \Leftarrow (ص-١)^{٢} = جتا^{٢}س$

$\int جا^{٣}س(لـو_{هـ}(ص))\frac{ﺩص}{-جاس} \Leftarrow -\int جا^{٢}س لـو_{هـ}ص ﺩص$

$-\int(١-جتا^{٢}س)(لـو_{هـ}(ص))ﺩص \Leftarrow -\int(١-(ص-١)^{٢})لـو_{هـ}ص ﺩص$

$\boxed{-\int(١-(ص^{٢}-٢ص+١))(لـو_{هـ}(ص))ﺩص \Leftarrow \int(ص^{٢}-٢ص)لـو_{هـ}ص ﺩص}$

نحل التكامل $\int(ص^{٢}-٢ص)لـو_{هـ}ص ﺩص$ بالاجزاء

نفرض ن $= لـو_{هـ}ص \Leftarrow ﺩن = \frac{١}{ص}ﺩص$

$ﺩهـ = (ص^{٢}-٢ص)ﺩص \Leftarrow هـ = \left(\frac{ص^{٣}}{٣}-ص^{٢}\right)$

$\int(ص^{٢}-٢ص)لـو_{هـ}ص ﺩص = \left(\frac{ص^{٣}}{٣}-ص^{٢}\right)لـو_{هـ}ص - \int\left(\frac{ص^{٣}}{٣}-ص^{٢}\right)\times\frac{١}{ص}ﺩص$

$= \left(\frac{ص^{٣}}{٣}-ص^{٢}\right)لـو_{هـ}ص - \int\left(\frac{ص^{٢}}{٣}-ص\right)ﺩص$

$= \left(\frac{ص^{٣}}{٣}-ص^{٢}\right)لـو_{هـ}ص - \left(\frac{ص^{٣}}{٩}-\frac{ص^{٢}}{٢}\right)+جـ$

$= \left(\frac{(١+جتاس)^{٣}}{٣}-(١+جتاس)^{٢}\right)\times لـو_{هـ}(١+جتاس) - \left(\frac{(١+جتاس)^{٣}}{٩}-\frac{(١+جتاس)^{٢}}{٢}\right)+جـ$

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #100796 | TRACK 8d593dddbeda2e88

$\int \frac{س^2}{(س-1)(س-3)}\,د س$ (٨ علامات)

الحل:- $\int \frac{س^2+2س}{(س-1)(س-3)}\,د س = \int \frac{س^2+2س}{س^2-4س+3}\,د س$

درجة البسط تساوي درجة المقام لذلك نلجأ للقسمة الطويلة

$$\begin{array}{r|l} س^2+2س & س^2-4س+3 \\ \hline س^2-4س+3 & 1 \\ \hline 6س-3 & \end{array}$$

$$\int \frac{س^2+2س}{(س-1)(س-3)}\,د س = \int 1\,د س + \int \frac{6س-3}{س^2-4س+3}\,د س$$

$$\int \frac{س^2+2س}{(س-1)(س-3)}\,د س = س + \boxed{\int \frac{6س-3}{س^2-4س+3}\,د س}$$

نحسب التكامل الاتي باستخدام الكسور الجزئية $\int \frac{6س-3}{(س-1)(س-3)}\,د س$

$$\frac{6س-3}{(س-1)(س-3)} = \frac{أ}{س-1} + \frac{ب}{س-3}$$

$$6س-3 = أ(س-3)+ب(س-1)$$

$$س=3 \Leftarrow 15=2ب \Leftarrow \boxed{ب=\frac{15}{2}}$$

$$س=1 \Leftarrow 3=-2أ \Leftarrow \boxed{أ=-\frac{3}{2}}$$

$$\int \frac{6س-3}{(س-1)(س-3)}\,د س = \int \frac{-\frac{3}{2}}{س-1}\,د س + \int \frac{\frac{15}{2}}{س-3}\,د س$$

$$\int \frac{6س-3}{(س-1)(س-3)}\,د س = -\frac{3}{2} لـو_هـ|س-1| + \frac{15}{2} لـو_هـ|س-3|$$

$$\int \frac{س^2+2س}{(س-1)(س-3)}\,د س = س - \frac{3}{2} لـو_هـ|س-1| + \frac{15}{2} لـو_هـ|س-3| + جـ$$

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #100796 | TRACK 8d593dddbeda2e88

(ب)إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران ق(س) عند أي نقطة عليه يعطى بالعلاقة $\frac{١}{\text{قتا}^{٢}\frac{١}{٤}س}$. أوجد قاعدة الاقتران ق(س) علما بأن منحنى الاقتران يمر بالنقطة (١٧٠) . (٩ علامات)

الحل :-

$$\frac{ص}{س} = \frac{١}{\text{قتا}^{٢}\frac{١}{٤}س} \Leftarrow ص = \frac{س}{\text{قتا}^{٢}\frac{١}{٤}س} \Leftarrow \boxed{ص = \text{جا}^{٢}\frac{١}{٤}س\,س} \quad \ldots\ldots\ldots (١)$$

نكامل الطرفين في (١)

$$\boxed{\int ص = \int \text{جا}^{٢}\frac{١}{٤}س\,س} \qquad \boxed{\text{جا}^{٢}\frac{١}{٤}س = \frac{١}{٢} - \frac{١}{٢}\text{جتا}\frac{١}{٢}س}$$

$$ص = \int \left(\frac{١}{٢} - \frac{١}{٢}\text{جتا}\frac{١}{٢}س\right) س$$

$$ص = \left(\frac{١}{٢}س - \frac{١}{٢}\text{جا}\frac{١}{٢}س \times ٢\right) + جـ$$

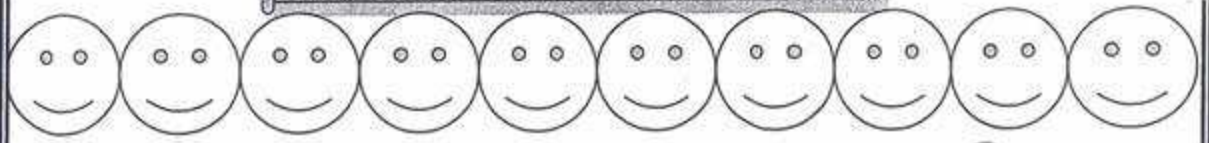
$$ص = \left(\frac{١}{٢}س - \text{جا}\frac{١}{٢}س\right) + جـ$$

لكن منحنى الاقتران يمر بالنقطة (١٧٠) و بالتالي نوجد قيمة الثابت جـ

$$١ = \frac{١}{٢} \times ٠ - \text{جا}\left(\frac{١}{٢} \times ٠\right) + جـ \Leftarrow \boxed{جـ = ١}$$

$$\boxed{ص = \left(\frac{١}{٢}س - \text{جا}\frac{١}{٢}س\right) + ١}$$

انتهت الإجابة النموذجية مع تمنياتنا لكم بالتوفيق والنجاح



لجنة مبحث الرياضيات/ مديرية رام الله و البيرة

الفرع العلمي

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #100796 | TRACK 8d593dddbeda2e88