وزارة التربيـــة والتعلـــيم العـــالي
مديريـــة التربيـــة التعلـــيم- طـــولكرم
مدرستا:ذ.شـهداء بلعـا ث+بنـات بلعـا-ث.
الاسم:-.....

امتحان نصف الفصل الأول

الصـــف: الثـــاني العلمـــي
التـــاريخ:١١/٤ / ٢٠١٨
الـــزمن: ســـاعة ونصـــف
مجمـــوع العلامـــات (٨٠)

السؤال الأول: ارسم دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة فيما يأتي: (١٥ علامة)

١. إذا كان قيمة التغير في الاقتران ق(س) في الفترة [١،٦] يساوي ٢٠ ، وكان هـ(س) = ٢س − ٣ن(س) ، جد/ي متوسط التغير في الاقتران هـ(س) في الفترة [١،٦] ؟

أ. −٥٨ ب. −١٠ ج. ١٠ د. ٥٨

٢. إذا كان ن(س) = $\begin{cases} س^{٢} - ٢أس ، س \geq ٢ \\ ٤س - ٤أ ، س < ٢ \end{cases}$ ، قابل للاشتقاق عند س = ٢ ، جد/ي قيمة الثابت أ:

أ. صفر ب. ٢ ج. ٤ د. ٨

٣. إذا كان ن(٣س − ١) = $\frac{١}{س^{٢}} - \frac{٢}{س}$ ، س ≠ ٠ ، جد/ي ن ′(٥) ؟

أ. $\frac{١}{٣٦}$ ب. $\frac{٨}{١٢٥}$ ج. $\frac{١}{١٢}$ د. $\frac{١}{٤}$

٤. إذا كان ن(س) = س ٤ + ٢أس ٣ − ٣ ،وكان ن (٣) (١) = ١٨ ، جد/ي قيمة الثابت أ؟

أ. $-\frac{١}{٢}$ ب. −١ ج. ١ د. $\frac{١}{٢}$

٥.إذا كان ن(س) = [س + ٢] − [س − ٣] ، س ∈ [١،٣] ، بتطبيق نظرية رول على الاقتران ق(س) في الفترة المعطاة ، فان قيمة جـ التي تعينها رول:-

أ. لا يوجد ب. صفر ج.]١،٣[− {٢} د.]١،٣[

٦. إذا كان س = جاص ، ص ∈ $\left[٠، \frac{\pi}{٢}\right[$ ، فان $\frac{د ص}{د س}$ =

أ. $\frac{١}{\sqrt{١ - س^{٢}}}$ ب. $\frac{-١}{\sqrt{١ - س^{٢}}}$ ج. $\frac{- س}{\sqrt{١ - س^{٢}}}$ د. $\frac{س}{\sqrt{١ - س^{٢}}}$

٧. إذا كان ن(س) = $\sqrt{هـ^{جاس}}$ + لـو$_{هـ}$ $\sqrt{س^{٢} + ١}$ ، هـ العدد النيبيري ، جد/ي ن ′(٠) ؟

أ. صفر ب. −١ ج. ١ د. $\frac{١}{٢}$

٨. قذف جسم رأسيا لأعلى من سطح بناية ، فكان ارتفاعه عن قمة البناية يعطى بالعلاقة ف(ن) = ٦ن − ن ٢ ، حيث ف : المسافة بالأمتار و ن :الزمن بالثواني ، جد/ي ارتفاع البناية علما بأن سرعة ارتطامه بالأرض − ٤١ \ ث ؟

أ. ٤٠ م ب. ٢٠م ج. ١٠ د. ٦٠

٩. إذا كان ن(س) اقتران متزايد يقع في الربع الرابع في [أ،ب] وكان ع(س) = $\frac{هـ^{س}}{ن(س)}$ فان ع(س) في [أ،ب]:

أ. يحقق رول ب. متزايد ج. متناقص د. ثابت

١٠.اذا كان ص = ٣ع ٢ + ٤ع ، ع = س ٢ + ٤س − ١ ، جد/ي $\frac{د ص}{د س}\Big|_{ع=٤}$ ، س < ٠

أ. ١٤٤ ب.٢٤ ج. ٣٣٦ د. ٧٢

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #108594 | TRACK 214f32e723f6aef0

السؤال الثاني:- (٢٠ علامة)

أ)إذا كان $ن(س) = \frac{١}{\sqrt{٣س - ٢}}$ ، $س > \frac{٢}{٣}$ ، جد $ن'(٢)$ باستخدام تعريف المشتقة عند نقطة ودون استخدام لوبيتال؟

ب) إذا كان $ن(س) = \begin{cases} س^{٢} - ٢س - ٢ ، & -١ \leq س < ١ \\ س^{٢} + بس - ٤ ، & ١ \leq س \leq ٣ \end{cases}$ ، يحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[-١ ، ٣]$

، جد قيمة الثوابت أ ، ب ، ثم جد قيمة جـ التي تعينها النظرية ؟

السؤال الثالث:- (٢٠ علامة)

أ)جد/ي معادلة المماس لمنحنى الدائرة $س^{٢} + ص^{٢} = ١٧$ عند نقطة تقاطع منحناها مع المستقيم $س + ص = ٣$؟

ب)جد/ي فترات التزايد والتناقص لمنحنى الاقتران $ن(س) = جا^{٢}س - جاس$ على الفترة $[٠ ، \pi]$ ؟

السؤال الرابع:- جد/ي النهايات التالية:- (١٥ علامة)

١) $\lim_{س \to ٠} \frac{٦هـ^{٣س} - ١٢س^{٢} - ١٢س - ٦}{جا٣س - ٣س}$

٢) $\lim_{هـ \to ٠} \frac{ن(س^{٢} - ٣هـ) - ن(س^{٢})}{٢هـ}$ ، علما بان $ن(س) = (س^{٢} + س)^{٤}$

السؤال الخامس:- حل/ي فرعين مما يلي:- (١٠ علامات)

أ)إذا كان $هـ(س) = ن(س) - ن(٢س)$ ، $هـ'(١) = ٥$ ، $هـ'(٢) = ٧$ ، وكان $ع(س) = ن(س) - ن(٤س)$ ، جد/ي $ع'(١)$ ؟ هيئة (راس) اشتقاق قابل للاشتقاق عند ٤

ب)إذا كان $هـ(م) = م^{٢} + ٢م$ ، $ن(م) = م^{٣} + ٦$ ، $ص = (هـ \circ ن)(ع)$ ، $ع = س^{٢} - ٣س$ ، جد/ي $\frac{د ص}{د س}|_{س=١}$ ؟

ج)إذا كان $\frac{س}{ص} + \frac{ص}{س} = ٢٥$ ، اثبت/ي أن $\frac{د ص}{د س} = \frac{ص}{س}$ ؟

﴿انتهت الأسئلة﴾

بالتوفيق والنفوق

معلمو المادة

عوض محمد + ولاء خضر

مدراء المدارس

فريد الجيوسي + نجوى الطنيب

دولة فلسطين وزارة التربية والتعليم العالي مديرية تربية وتعليم شهداء بلدة دير غسانة

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #108594 | TRACK 214f32e723f6aef0

الاجابة النموذجية للامتحان في
الثاني الفصلي ٢٠١٨/٢٠١٩

س ١: ① $\frac{\text{هـ}(٦)-\text{هـ}(١)}{٦-١} = \frac{\text{هـ}'(\text{ج})}{\text{د}'(\text{ج})} \Rightarrow$ ج $\in$]١، ٦[

$= \frac{(١٢-٢\text{م}(٦))-(٤-٢\text{م}(١))}{٥} = \frac{١٢-٢\text{م}(٦)-٢+٢\text{م}(١)}{٥}$

$= \frac{-١٠-٣(\text{م}(٦)-\text{م}(١))}{٥} = \frac{-١٠-٣\times٢}{٥} = \frac{-١٠}{٥} = -٢$ (١٠)

(٥)

② $\text{م}(س) = \begin{cases} ٢س-ب & ، س \leq ٢ \\ ٤ & ، س > ٢ \end{cases}$ ← $\text{م}^+(٢) = \text{م}^-(٢)$

(٤) ← $٤ = ٢ب - ٤$ ← $ب = ٤$

③ $٣\,\text{م}'(٣س-١) = -\frac{٢}{س^٣} + \frac{٢}{س^٢}$

$٣س-١ = ٥$

$٢س = ٦$ ← $س = ٣$

$٣\,\text{م}'(٥) = -\frac{٢}{٨} + \frac{٢}{٤} \Rightarrow \text{م}'(٥) = \frac{٢}{٣} = \frac{١}{١٢}$

(٥)

④ $\text{م}(س) = ٤ك^٣ + ٣ب س$

$\text{م}''(س) = ١٢ك + ٦ب س$

$\text{م}'''(س) = ٢٤ك + ٦ب$

$\text{م}^{(٣)}(١) = ٢٤ + ٦ب = ١٨ \Rightarrow$ (٣)

$٦ب = ١٨ - ٢٤ = -٦$ ← $ب = -١$ (ب)

(٤)

⑤ $\text{م}(س) = [س] + ٣ - [س] = ٣ \neq ٠$

$\therefore$ ط ج $= \emptyset$ [١، ٣[

(٦)

⑥ $س = \text{جا}\,\text{ص} \Rightarrow \frac{\text{د}س}{\text{د}\text{ص}} = \text{جتا}\,\text{ص} \Rightarrow \frac{\text{د}\text{ص}}{\text{د}س} = \frac{١}{\text{جتا}\,\text{ص}}$

لكن $ع = \text{جا}\,\text{ص}$ ← $ع = ١ - \text{جتا}\,\text{ص}$ ← $\text{جتا}\,\text{ص} = ١ - ع$

$\therefore$ جتا ص $= \sqrt{١-ع}$ لان ص $\in$]٠، $\frac{\pi}{٢}$[

$\therefore \frac{\text{د}\text{ص}}{\text{د}س} = \frac{١}{\sqrt{١-ع}}$ (ب)

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #108594 | TRACK 214f32e723f6aef0

(٧) $ف'(س) = \frac{هـ^{س} \text{ جتا } س}{هـ^{س}} + \frac{ج س}{س^{٢}+١}$

(٥) $م'(٠) = \frac{هـ^{٠} \text{ جتا } ٠}{ج^{٢}} + \frac{١}{ج} = ٠$

(٨) $ع = (٨ن - ن^{٢}) \leftarrow ع = ٦ن - ن^{٢}$

$٦ - ٢ن = ٠ \leftarrow ن = ٣$

$ع = ٦(٣) - (٣)^{٢} = ١٨ - ٩ = ٩$ وحدة

(ب) $ف(١٠) = ٦(١٠) - (١٠)^{٢} = ٦٠ - ١٠٠ = -٤٠$

∴ ارتفاع البالون = ٤٠ م

(ج) م متزايدة $\leftarrow م' > ٠$ ، م مقعرة لأعلى $\leftarrow م$ < صفر

$هـ^{س}$ موجبة دائماً

$ق'(س) = \frac{م(س) \times هـ^{س} - هـ^{س} \times م'(س)}{[م(س)]^{٢}} = \frac{(-) \times (+) - (+) \times (+)}{(+)}$

(د) $= \frac{(-)-(+)}{(+)}$ < صفر $\leftarrow ع(س)$ سالب

(١٠) عندما ع = ٤ $\leftarrow س^{٢} + ٤س - ١ = ٤ \leftarrow س^{٢} + ٤س - ٥ = ٠$ صفر

$(س + ٥)(س - ١) = ٠ \leftarrow س = -٥$ ، $س = ١$ ✗

$\frac{ص}{ص} = \frac{ص}{ع} \times \frac{ع}{س}$

$= ٤٦ \times (٢س + ٤)$

$= ٦ \times ٤ \times (٢(١) + ٤)$

$= ٢٤ \times ٦ = ١٤٤$ (د)

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #108594 | TRACK 214f32e723f6aef0

السؤال الثاني :

أ) $\text{ق}'(س) = \dfrac{1}{\sqrt{٣س - ٢}}$ ، $\text{ق}'(٢) = \lim_{س \to ٢} \dfrac{\text{ق}(س) - \text{ق}(٢)}{س - ٢}$

$$\text{ق}'(٢) = \lim_{س \to ٢} \frac{\frac{1}{\sqrt{٣س-٢}} - \frac{١}{٤}}{س - ٢} = \lim_{س \to ٢} \frac{٤ - \sqrt{٣س-٢}}{(س-٢)\,٤\sqrt{٣س-٢}}$$

$$= \lim_{س \to ٢} \frac{١٦ - (٣س-٢)}{(س-٢)\,٤\sqrt{٣س-٢}\,(٤+\sqrt{٣س-٢})}$$

$$= \lim_{س \to ٢} \frac{-٣}{٤\sqrt{٣س-٢}\,(٤+\sqrt{٣س-٢})} = \frac{-٣}{٤ \times ٢ \times ٨} = \frac{-٣}{٦٤}$$

ب) بما أن $\text{ق}(س)$ متصلة على $\mathbb{ح}$ $\Leftarrow$ $\lim_{س \to ١^-} \text{ق}(س) = \lim_{س \to ١^+} \text{ق}(س) = \text{ق}(١)$ (متصل)

$$\Leftarrow ٩ - ٦ + ب = ٤ + ١ + ب \Leftarrow ٩ - ٦ + ب = ٤ + ب \quad \text{---} (١)$$

وكذلك قابلة للاشتقاق $\Leftarrow$ $\text{ق}'(س) = \begin{cases} ٣س^٢ - ٦س & ؛ س < ١ \\ ٢س + ب & ؛ ١ < س < ٣ \\ ٦ & ؛ س > ٣ \end{cases}$

$\text{ق}'(١)^- = \text{ق}'(١)^+$

$٣ - ٦ = ٢ + ب \Leftarrow ٣ - ٦ = ٢ + ب \quad \text{---} (٢)$

بطرح (١) - (٢) $\Leftarrow$ $٦ - ب = ٢ \Leftarrow ب = ٤$

بالتعويض في (١) $\Leftarrow ٩ - ٦ + ٤ = ٤ + ١ + ج \Leftarrow ج = ٢$

$$\therefore \text{ق}(س) = \begin{cases} س^٣ - ٣س^٢ + ٢ & ؛ س \le ١ \\ ٤ + ٢س + ٤ & ؛ ١ < س \le ٣ \\ ٦س - ٦ & ؛ س > ٣ \end{cases}$$

$\text{ق}'(ج) = \dfrac{\text{ق}(٢) - \text{ق}(-١)}{٣ - (-١)} = \dfrac{(٦ + ٤ + ٤) - (٢ + ٣ + ٢)}{٤} = \dfrac{١١}{٤} = \dfrac{٣}{٤}$ (١)

$ج \in]-١، ١[$ $\Leftarrow$ $\text{ق}'(ج) = ٢ \Leftarrow ٦ج - ٦ = ٢ \Leftarrow ٦ج = ٨ \Leftarrow ج = \dfrac{٤}{٣} \notin]-١، ١[$ (٢)

$ج \in]١، ٣[$ $\Leftarrow$ $\text{ق}'(ج) = ٢ \Leftarrow ٢ج + ٤ = ٢ \Leftarrow ٢ج = -٢ \Leftarrow ج = -١ \notin]١، ٣[$

$\therefore$ $ج = \dfrac{٤}{٣} = \dfrac{ب}{أ}$

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #108594 | TRACK 214f32e723f6aef0

السؤال الثالث

(أ) $ص = س^3 + 3$ ⟸ $ص - 3 = س^3$

بالتعويض في معادلة الدائرة $س^2 + (ص-2)^2 = 17$

$س^2 + ص^2 - 4ص + 4 = 17$ ⟸ $ص = 8 - س^2 - ص^2$

$\therefore$ $ص = (س-4)(س+1)$ ⟸ $س^2 - 3س - 4 = ص$

إما $س = 4$ ⟸ $ص = 1-$ ⟸ (النقطة $(4, -1)$)

أو $س = -1$ ⟸ $ص = 3 - 1- = 4$ ⟸ (النقطة $(-1, 4)$)

لإيجاد أقل بُعد نشتق أولاً ⟸ $0 = 2س + 2ص \frac{دص}{دس}$

⟸ $\frac{دص}{دس} = -\frac{س}{ص}$

① $(4, -1)$ ⟸ $م = \frac{4}{-1} = -4$ ⟸ معادلة المماس $ص + 1 = -4(س - 4)$

② $(-1, 4)$ ⟸ $م = \frac{1}{4}$ ⟸ معادلة المماس $ص - 4 = \frac{1}{4}(س + 1)$

(ب) $ق(س) = جا^2 س - جا س$ ؛ $س \in [0, 2\pi]$

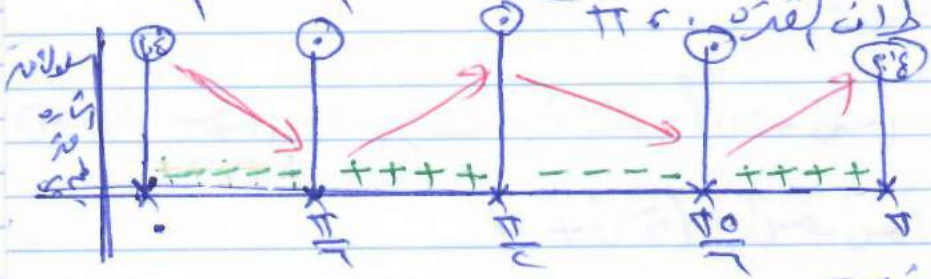
$ق(س)$ متصل لأنه طرح متصلين

$ق'(س) = 2 جا س جتا س - جتا س$

$\therefore$ $جتا س (2 جا س - 1) = 0$ ⟸ إما $جتا س = 0$ ⟸ $س = \frac{\pi}{2}$

أو $2 جا س = 1$ ⟸ $جا س = \frac{1}{2}$ ⟸ $س = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$

$ق$ غ.م عند أطراف المجال $0, 2\pi$



$ق(س) = جا^2 س - جا س$

$ق(س)$ متناقص على $[0, \frac{\pi}{6}]$ وعلى $[\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{6}]$

$ق(س)$ متزايد على $[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}]$ وعلى $[\frac{5\pi}{6}, 2\pi]$

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #108594 | TRACK 214f32e723f6aef0

السؤال الرابع :

① $\lim_{س \to 0} \frac{٦هـ^{٢س} - ١٢س^{٤} - ١٢س - ٦}{س \, جا ٢س - ٢س^{٢}}$ بالتعويض مباشرة ينتج ÷ نستخدم لوبتال

$= \lim_{س \to 0} \frac{١٢هـ^{٢س} - ٤٨س^{٣} - ١٢}{٢ جا ٢س - ٣س^{٢}}$ بالتعويض ينتج $\frac{١٢-١٢}{٢-٢} = \frac{صفر}{صفر}$ لوبتال

$= \lim_{س \to 0} \frac{٢٤هـ^{٢س} - ٤٢س}{-٩ جا ٣س}$ $= \frac{٢٤-٤٢}{٠} =$ ÷ لوبتال

$= \lim_{س \to 0} \frac{٤٨هـ^{٢س}}{-٢٧ جتا ٣س} = \frac{٤٨}{-٢٧} = -\frac{١٦}{٩}$

② $\lim_{هـ \to 0} \frac{و(س+٣هـ) - و(س)}{٢هـ}$ نفرض ع = س

$= \frac{١}{٢} \lim_{هـ \to 0} \frac{و(ع-٣هـ) - و(ع)}{-٣هـ} \times -٣$

$= -\frac{٣}{٢} \lim_{هـ \to 0} \frac{و(ع-٣هـ) - و(ع)}{-٣هـ} = -\frac{٣}{٢} و'(ع)$

$= -\frac{٣}{٢} و'(س)$

$\because و(س) = (س+ص)^{٤} \Rightarrow و'(س) = ٤(س+ص)^{٣}(١+ص')$

$\therefore و'(ع) = ٤(ع+ص)^{٣}(١+ص')$

$\therefore$ المطلوب $= -\frac{٣}{٢} \times ٤ (س+ص)^{٣}(١+ص')$

$= -٦(س+ص)^{٣}(١+ص')$

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #108594 | TRACK 214f32e723f6aef0

السؤال الخامس:

أ) $هـ(س) = ق(س) - ق(٢س)$

$هـ'(س) = ق'(س) - ٢ق'(٢س)$

$هـ'(١) = ق'(١) - ٢ق'(٢)$ ⟸ $٥ = ق'(١) - ٢ق'(٢)$ ---①

$هـ'(٢) = ق'(٢) - ٢ق'(٤)$ ⟸ $٧ = ق'(٢) - ٢ق'(٤)$ ---②

ضرب ① × ٢ مطروح من ② ⟸ $٥ = ق'(١) - ٢ق'(٢)$

$+١٤ = ٢ق'(٢) - ٤ق'(٤)$

$$\boxed{١٩ = ق'(١) - ٤ق'(٤)}$$

$ع(س) = ق(س) - ق(٤س)$ ⟸ $ع'(س) = ق'(س) - ٤ق'(٤س)$

$ع'(١) = ق'(١) - ٤ق'(٤)$

$$\boxed{ع'(١) = ١٩}$$

ب) $\frac{ص}{ن} = \frac{ص}{ع} \times \frac{ع}{ن}$ $\frac{ع}{ن} = هـ'(ق(ن)) \times ق'(ن)$

$هـ(م) = ٢م^٣ + ٤$ ، $ق(م) = ٣م^٢$ عندما $س = ١$

$ع = -٢$ ⟸ $ع = ق(ن)$

$\therefore \frac{ص}{ن} = هـ'(ق(-٢)) \times ق'(-٢)$

$\frac{ع}{ن} = هـ'(-٢) \times ١٢ = (-٣ + ٢) \times ١٢ = -٣٦$

$$\boxed{\frac{ص}{ن} = -٣٦}$$

$\frac{ع}{س} = ٣س^٢ - ٣$ ⟸ $\frac{ع}{س}\Big|_{س=١} = ٣(١)^٢ - ٣ = ٠$

$\therefore \frac{ص}{س} = -٣٦ \times ٠ = ٠$

ج) $\frac{س}{ص} + \frac{ص}{س} = ٥$ ⟸ نستفرض صح

$\Leftarrow \frac{ص - س ص'}{ص^٢} + \frac{س ص' - ص}{س^٢} = صفر \Leftarrow \frac{ص'}{ص} - \frac{ص}{س^٢} + \frac{ص'}{س} - \frac{ص}{س^٢} = صفر$

$\Leftarrow \frac{ص'}{س} - \frac{س ص'}{ص^٢} = \frac{ص}{س^٢} - \frac{١}{ص} \Leftarrow ص' \left(\frac{١}{س} - \frac{ص}{س^٢}\right) = \frac{ص^٢ - س^٢}{س^٢ ص}$

$\Leftarrow ص' \left(\frac{ص^٢ - س^٢}{س ص^٢}\right) = \frac{ص^٢ - س^٢}{س^٢ ص} \Leftarrow س^٢ ص ص' = س ص^٢$

$\Leftarrow ص' = \frac{س ص^٢}{س^٢ ص} \Leftarrow ص' = \frac{ص}{س}$

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #108594 | TRACK 214f32e723f6aef0