

ب) إذا كان $\vec{A} = (٣ - ٤, ٤)$ ، $\vec{B} = (٢ - ١, ٢)$ ، جد ما يلي

(٤ علامات)

١) متجه طوله ٣ وحدات يوازي المتجه $\vec{B}$ - $\vec{A}$

$$\vec{B} - \vec{A} = (٢ - ١, ٢) - (٣ - ٤, ٤) = (-١, -٢)$$

$$\text{المتجه المطلوب هو } \frac{(-١, -٢)}{\sqrt{١+٤}} = \frac{(-١, -٢)}{\sqrt{٥}}$$

(٦ علامات)

٢) مساحة المثلث الذي فيه المتجهان $\vec{A}$ ، $\vec{B}$ ضلعان متجاوران

$$\vec{A} = (٣ - ٤, ٤) \quad \vec{B} = (٢ - ١, ٢)$$

$$\text{مساحة المثلث} = \frac{1}{2} \times | \vec{A} \times \vec{B} |$$

$$= \frac{1}{2} \times | (٣ - ٤) \times ٢ - ٤ \times (٢ - ١) |$$

$$= \frac{1}{2} \times | ٦ - ٨ - ٨ + ٤ |$$

$$= \frac{1}{2} \times | -٦ | = ٣$$

(٤ علامات)

٣) حل المعادلة المتجهة $\vec{A} - \vec{B} = \vec{C}$ ، $\vec{A} = (٣ - ٤, ٤)$ ، $\vec{B} = (٢ - ١, ٢)$ ، $\vec{C} = (٢ - ١, ٢)$

$$\vec{A} - \vec{B} = \vec{C}$$

$$(٣ - ٤, ٤) - (٢ - ١, ٢) = (٢ - ١, ٢)$$

$$(١ - ٣, ٢) = (٢ - ١, ٢)$$

$$(-٢, ٢) = (٢ - ١, ٢)$$

ج) إذا كان $\vec{A} = (٣ - ٤, ٤)$ ، $\vec{B} = (٢ - ١, ٢)$ ، $\vec{C} = (٢ - ١, ٢)$ ، جد قيمة θ التي تجعل الزاوية بين المتجهين $\vec{A}$ ، $\vec{B}$ تساوي ٦٠° ؟

(٥ علامات)

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| |\vec{B}| \cos \theta$$

$$(٣ - ٤) \times ٢ - ٤ \times (٢ - ١) = \sqrt{١٠} \times \sqrt{٥} \cos \theta$$

$$٦ - ٨ = \sqrt{٥٠} \cos \theta$$

$$-٢ = \sqrt{٥٠} \cos \theta$$

$$\cos \theta = \frac{-٢}{\sqrt{٥٠}}$$

$$\theta = \cos^{-1} \left(\frac{-٢}{\sqrt{٥٠}} \right)$$

د) إذا كان $\vec{A}$ ، $\vec{B}$ ، $\vec{C}$ متجهات وحدة في الفراغ وكان $\vec{A} \perp \vec{B}$ ، $\vec{B} \perp \vec{C}$ ، $\vec{C} \perp \vec{A}$ ، أثبت أن

(٥ علامات)

$$|\vec{A} + \vec{B} + \vec{C}| = \sqrt{٣}$$

$$|\vec{A} + \vec{B} + \vec{C}|^2 = (\vec{A} + \vec{B} + \vec{C}) \cdot (\vec{A} + \vec{B} + \vec{C})$$

$$= \vec{A} \cdot \vec{A} + \vec{B} \cdot \vec{B} + \vec{C} \cdot \vec{C} + 2(\vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{B} \cdot \vec{C} + \vec{C} \cdot \vec{A})$$

$$= ١ + ١ + ١ + 2(٠ + ٠ + ٠) = ٣$$

$$|\vec{A} + \vec{B} + \vec{C}| = \sqrt{٣}$$

