السؤال الأول: ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة:

١. إذا كانت $\sigma_{١٠}$ تجزئة منتظمة للفترة $[١، \text{ب}]$، وكان العنصر السادس في التجزئة يساوي ٩، فأن قيمة **ب** هي:

أ. ١٥   ب. ١٦   ج. ١٧   د. ١٨

٢. إذا كان **ق** معرفاً على $[-١، ٠]$ وكانت $\sigma_{\text{ن}}$ تجزئة منتظمة لها بحيث

$$\text{م}(\sigma_{\text{ن}}، \text{ق}) = \frac{٣\text{ن}^{٢} + ٥\text{ن} - ١}{٦ + ٢\text{ن}^{٢}} \quad \text{فإن} \quad \int_{٠}^{-١} ٣\text{ق}(\text{س})\,\text{ءس} =$$

أ. ٩   ب. -٩ ج. $\frac{٩}{٢}$ د. $-\frac{٩}{٢}$

٣. إذا كانت $\sigma_{١٢}$ تجزئة منتظمة للفترة $[٢، ١٨]$ ، فأن العنصر الأوسط في التجزئة يساوي:

أ. ٨   ب. ١٠   ج. ٩   د. $\frac{٣٤}{٣}$

٤. إذا كان $\text{ت}(\text{س}) = \int_{\text{أ}}^{\text{س}} \text{ق}(\text{ص})\,\text{ءص} = ٣\text{س}^{٢} - ٦$، حيث $\text{أ} > ٠$

فأن قيمة الثابت أ هي:

أ. صفر   ب. ٢   ج. $\sqrt{٢}$ د. $\mp\sqrt{٢}$

٥. قيمة **جـ** التي تجعل $\int_{٣}^{\text{س}} \text{ق}(\text{ص})\,\text{ءص} = \text{س}^{٢} + \text{جـ}$ هي:

أ. -٩ ب. -٣ ج. صفر   د. ٣

٦. أكبر قيمة للمقدار $\int_{-٣}^{٣} \sqrt{٩ - \text{س}^{٢}}\,\text{ءس}$ هي:

أ. صفر   ب. ١٨   ج. ٣   د. ٩

٧. إذا كان $\int_{-٢}^{١} ٢\text{ق}(\text{س})\,\text{ءس} = ٣$، $\int_{٤} \text{ق}(٢ - \text{س})\,\text{ءس} = ٥$، فأن

$$\int_{٢}^{٤} \text{ق}\left(\frac{\text{س}}{٢}\right)\text{ءس} =$$

أ. $-\frac{١٣}{٢}$ ب. -١٣ ج. $\frac{٧}{٢}$ د. ٨

٨. إذا كان $\text{ق}(\text{س}) = \text{س}^{٢} - \int_{١}^{\text{س}} \text{ق}'(\text{ص})\,\text{ءص}$ فأن $\text{ق}'(٢) =$

أ. ١   ب. ٢   ج. ٣   د. ٤

٩. إذا كانت $\text{م} = \int_{\frac{\pi}{٣}}^{\frac{\pi}{٢}} \text{قتا}^{٢}\text{س}\,\text{ءس}$، $\text{ن} = \int_{\frac{\pi}{٣}}^{\frac{\pi}{٢}} \text{ظتا}^{٢}\text{س}\,\text{ءس}$ فأن $\text{م} + \text{ن} =$

أ. $\frac{\pi}{٢}$ ب. $\frac{\pi}{٣}$ ج. $\frac{\pi}{٦}$ د. ١

أ. دون إجراء التكامل، أثبت أن $\int_{-\frac{\pi}{٤}}^{\frac{\pi}{٤}} (١ + \text{ظا}^{٢}\text{س})\,\text{ءس}$ ينحصر بين $\frac{\pi}{٢}، \pi$؟

ب. إذا كان $\int_{-١}^{٣} \left(٣\text{س}^{٢} - ٢\int_{٠}^{\text{جـ}} ٣\text{م}\,\text{ءم}\right)\text{ءس} = -٢٠$، جد قيمة الثابت **جـ**؟

أ. أوجد كلاً من التكاملات التالية:

١) $\int \text{لـو}(\text{س}^{٢} - ٤)\,\text{ءس}$ ٢) $\int_{\cdot}^{٣} \frac{\text{س}^{٢} + ٢\text{س}}{\sqrt{\text{س} + ١}}\,\text{ءس}$

ب. جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الاقتران $\text{ق}(\text{س}) = ٣\text{س}^{٢}$ والمستقيم $\text{ص} = ٦ - ٣\text{س}$ ومحور السينات.

ت. أحسب حجم الجسم الناتج عن دوران المنطقة المحصورة بين المنحنى $\sqrt{\text{س}} + \sqrt{\text{ص}} = ١$ والمستقيم $\text{س} + \text{ص} = ١$ دورة كاملة حول محور السينات؟

أ. إذا كان $\text{ق}(\text{س}) = \begin{cases} |٢ - ٢\text{س}| &، ١ \le \text{س} < ٢ \\ [\text{س} + ١] &، ٢ \le \text{س} \le ٣ \end{cases}$

١) جد الاقتران المكامل $\text{ت}(\text{س})$ في الفترة $[١، ٣]$.

٢) جد قيمة $\lim\limits_{\text{س} \to ٢} \int^{\text{س}} \text{ق}(\text{ص})\,\text{ءص}$.

٣) جد قيمة $\int_{١،٥}^{٢،٥} \text{ق}(\text{ص})\,\text{ءص}$.

ب. إذا كان $\text{م}(\text{س}) = \text{لـو}_{\text{هـ}}(\text{س لـو}_{\text{هـ}}\text{س})$ اقتراناً بدائياً للاقتران $\text{ق}(\text{س})$، جد $\text{ق}(\text{س})$ ثم جد $\int_{\text{هـ}}^{\text{هـ}^{٢}} \text{ق}(\text{س})\,\text{ءس}$ حيث هـ هو العدد النيبيري؟

أ. إذا كان $\text{ق}'(\text{س})\text{جاس} - \text{ق}(\text{س})\text{جتاس} =$ صفر جد قاعدة الاقتران $\text{ق}(\text{س})$ إذا علمت أن $\text{ق}(\frac{\pi}{٢}) = \sqrt{٢}$ ، $\text{ق}(\text{س}) > ٠$ ؟

ب. جد $\int \frac{٣}{٢ + \sqrt{\text{س}}}\,\text{ءس}$؟

أ. جد قيمة $\int_{\cdot}^{\pi} (١ + \text{جا}٢\text{س})\,\text{جتا}^{٢}\text{س}\,\text{ءس}$؟

ب. إذا كان ميل المماس لمنحنى علاقة عند النقطة $(\text{س}،\text{ص})$ يساوي $\frac{\text{ص}^{٢}}{(٣\text{س} + ٥)^{\frac{٢}{٣}}}$ فجد قاعدة هذه العلاقة علماً بأن منحناها يمر بالنقطة $(١،٥)$؟

ت. جد مساحة المنطقة الواقعة في الربع الأول والمحدودة بالمنحنيات $\text{ق}(\text{س}) = \text{س}^{٢}$، $\text{هـ}(\text{س}) = \frac{١}{\text{س}^{٢}}$، $\text{ل}(\text{س}) = ٤$ ومحور الصادات؟

إجابة السؤال الأول:

١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
ج	د	ب	ج	أ	ب	ب	ب	ج

أ. نجد أكبر قيمة وأصغر قيمة للاقتران $\text{ق}(\text{س}) = ١ + \text{ظا}^٢\text{س}$ في الفترة $[-\frac{\pi}{٤}، \frac{\pi}{٤}]$.

$\text{ق}'(\text{س}) = ٢\text{ظاس قا}^٢\text{س} = \text{صفر}$.

$\Leftarrow ٢\text{ظاس قا}^٢\text{س} = \text{صفر}$ ، أما $\text{ظاس} = ٠ \longrightarrow \boxed{\text{س} = ٠}$

أو $\text{قا}^٢\text{س} = ٠$ (لا يمكن)

$$\begin{array}{cccc} & - - - - - - & + + + + + + & \\ \text{ق}'(\text{س}) & \circ\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!- & -\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!\circ & \\ & -\frac{\pi}{٤} \qquad\qquad ٠ & & \frac{\pi}{٤} \end{array}$$

أكبر قيمة للاقتران هي $\text{ق}(\frac{\pi}{٤}) = ١ + \text{ظا}^٢\frac{\pi}{٤} = ١ + ١ = ٢$

أصغر قيمة للاقتران هي $\text{ق}(٠) = ١ + \text{ظا}^٢ ٠ = ١$

$$\int_{-\frac{\pi}{٤}}^{\frac{\pi}{٤}} ١\,\text{ءس} \le \int_{-\frac{\pi}{٤}}^{\frac{\pi}{٤}} (١ + \text{ظا}^٢\text{س})\,\text{ءس} \le \int_{-\frac{\pi}{٤}}^{\frac{\pi}{٤}} ٢\,\text{ءس}$$

$$\frac{\pi}{٢} \le \int_{-\frac{\pi}{٤}}^{\frac{\pi}{٤}} (١ + \text{ظا}^٢\text{س})\,\text{ءس} \le \pi \text{ وهو المطلوب.}$$

ب. $$\int_{١}^{٣} \left(٣\text{س}^٢ - ٢\int_{٠}^{\text{ج}} ٣\text{ع}\,\text{ءع}\right)\text{ءس} = -٠٢$$

$$\leftarrow ٢\int_{٠}^{\text{ج}} ٣\text{ع}\,\text{ءع} = \left(\cancel{\text{ع}} \times \frac{٣\text{ع}^٢}{\cancel{\text{ع}}}\right)\Big|_{٠}^{\text{ج}} = ٣\text{ج}^٢$$

$$\leftarrow \int_{١}^{٣} (٣\text{س}^٢ - ٣\text{ج}^٢)\,\text{ءس} = -٠٢$$

$$\leftarrow (\text{س}^٣ - ٣\text{ج}^٢\text{س})\Big|_{١}^{٣} = -٠٢$$

$$\leftarrow (٢٧ - ٩\text{ج}^٢) - (-١ + ٣\text{ج}^٢) = -٠٢$$

$$\leftarrow ٢٨ - ١٢\text{ج}^٢ = -٠٢ \leftarrow -١٢\text{ج}^٢ = -٤٨$$

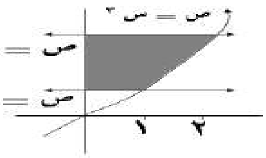
$$\leftarrow \text{ج}^٢ = ٤ \leftarrow \boxed{\text{ج} = \mp ٢}$$

أ. $\int_{١}^{هـ} \frac{\text{ءس}}{\text{س}(٢+\text{لو}_{هـ}\text{س})}$ ، نفرض ٢+لوهـ س = ص ← $\frac{\text{ءس}}{\text{س}} = \text{ءص}$

$= \int_{٢}^{٣} \frac{١}{\text{ص}}\,\text{ءص}$ عند س = ١ ⟸ ص = ٢

$= \text{لو}_{هـ}\text{ص}\Big|_{٢}^{٣} = \text{لو}٣ - \text{لو}٢$ س = هـ ⟸ ص = ٣

ب. * يتقاطع منحنى ص = س^{٣}
مع ص = ١ عند س = ١.
* يتقاطع منحنى ص = س^{٣} مع
ص = ٨ عند س = ٢



المساحة المطلوبة $= \int_{٠}^{١}(٨-١)\,\text{ءس} + \int_{١}^{٢}(٨-\text{س}^{٣})\,\text{ءس}$

$= ٧ + \left(٨\text{س} - \frac{\text{س}^{٤}}{٤}\right)\Big|_{١}^{٢}$

$= ٧ + (١٦-٤) - (٨-\frac{١}{٤})$

$= ٧ + ١٢ - ٧{,}٧٥ = ١١{,}٢٥$ وحدة مربعة.

أ. ١) $\int \text{لو}(\text{س}^{٢}-٤)\,\text{ءس}$ ، نفرض ق = لو$(\text{س}^{٢}-٤)$ ، ءهـ = ءس

$\text{ءق} = \frac{٢\text{س}}{\text{س}^{٢}-٤}$ ، هـ = س

$\therefore \int \text{لو}(\text{س}^{٢}-٤)\,\text{ءس} = \text{س}\,\text{لو}(\text{س}^{٢}-٤) - \int \frac{٢\text{س}^{٢}}{\text{س}^{٢}-٤}\,\text{ءس}$

$= \text{س}\,\text{لو}(\text{س}^{٢}-٤) - \int ٢\,\text{ءس} - \int \frac{٨}{\text{س}^{٢}-٤}\,\text{ءس}$

$\frac{٨}{\text{س}^{٢}-٤} = \frac{أ}{(\text{س}-٢)} + \frac{ب}{(\text{س}+٢)} = \frac{أ(\text{س}+٢)+ب(\text{س}-٢)}{(\text{س}+٢)(\text{س}-٢)}$

⟸ أ = ٢ ، ب = −٢

$\Leftarrow \int \frac{٨}{\text{س}^{٢}-٤}\,\text{ءس} = \int \frac{٢}{\text{س}-٢}\,\text{ءس} + \int \frac{-٢}{\text{س}+٢}\,\text{ءس}$

$= ٢\,\text{لو}|\text{س}-٢| - ٢\,\text{لو}|\text{س}+٢|$

$\therefore \int \text{لو}(\text{س}^{٢}-٤)\,\text{ءس} = \text{س}\,\text{لو}(\text{س}^{٢}-٤) - ٢\text{س}$

$- ٢\,\text{لو}|\text{س}-٢| + ٢\,\text{لو}|\text{س}+٢| + \text{جـ}$

١

٢) $\int_{٠}^{٣} \frac{\text{س}^{٢}+٢\text{س}}{\sqrt{\text{س}+١}}\,\text{ءس}$ ، نفرض س + ١ = ص ⟸ ءس = ءص

$= \int_{١}^{٤} \frac{\text{س}(\text{س}+٢)}{\sqrt{\text{ص}}}\,\text{ءص} = \int_{١}^{٤} \frac{(\text{ص}-١)(\text{ص}+١)}{\sqrt{\text{ص}}}\,\text{ءص}$

$= \int_{١}^{٤} \frac{\text{ص}^{٢}-١}{\sqrt{\text{ص}}}\,\text{ءص} = \int_{١}^{٤} \text{ص}^{\frac{٣}{٢}}\,\text{ءص} - \int_{١}^{٤} \text{ص}^{-\frac{١}{٢}}\,\text{ءص}$

$= \frac{٢}{٥}\text{ص}^{\frac{٥}{٢}}\Big|_{١}^{٤} - ٢\text{ص}^{\frac{١}{٢}}\Big|_{١}^{٤}$

$= \frac{٢}{٥}(٣٢-١) - ٢(٢-١)$

$= \frac{٢}{٥} \times ٣١ - ٢ = \frac{٦٢}{٥} - \frac{١٠}{٥} = \frac{٥٢}{٥}$

ب. نجد نقاط تقاطع الاقتران مع المستقيم:

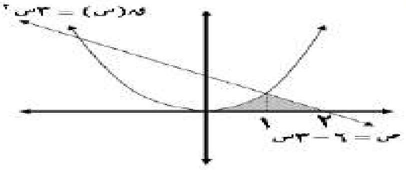
$٣\text{س}^{٢} = ٦ - ٣\text{س}$

$٣\text{س}^{٢} + ٣\text{س} - ٦ =$ صفر

$\text{س}^{٢} + \text{س} - ٢ =$ صفر

$(\text{س}+٢)(\text{س}-١) =$ صفر

أما س = −٢ أو س = ١



المساحة المطلوبة $= \int_{٠}^{١} ٣\text{س}^{٢}\,\text{ءس} + \int_{١}^{٢}(٦-٣\text{س})\,\text{ءس}$