دولة فلسطين
وزارة التربية والتعليم العالي
مديرية التربية والتعليم/ شرق خان يونس

امتحان نهاية الفصل الأول للعام الدراسي ٢٠١٩/٢٠٢٠م
المبحث :الرياضيات
الصف : الثاني الثانوي

اسم الطالب :.....
زمن الامتحان : ساعتان ونصف
التاريخ : ١٩/ ١٢/ ٢٠١٩ م
الفرع : العلمي

القسم الأول : يتكون هذا القسم من أربعة أسئلة وعلى المشترك أن يجيب عنها جميعا

السؤال الأول : ضع رمز الإجابة الصحيحة في الجدول المخصص للإجابة (٣٠ علامة)

١) أي المصفوفات التالية منفردة ؟

أ) $\begin{bmatrix} ١٠ & ٢ \\ ٣ & ١٥- \end{bmatrix}$ ب) $\begin{bmatrix} جتاس & جاس \\ -جاس & جتاس \end{bmatrix}$ ج) $\begin{bmatrix} جا٢س & جتاس \\ ٢جاس & ١ \end{bmatrix}$ د) $\begin{bmatrix} س & ٢ \\ ١+س & ٢ \end{bmatrix}$

٢) إذا كان $ن''(س) = (س-١)^{٦}(س-٥)^{٣}(س^{٢}-٦س+٩)$ فما الفترة التي يكون فيها ن (س) مقعرا لأعلى؟

أ) $]-\infty، ٥[$ ب) $]٥، \infty[$ ج) $]-\infty، ٥[$ د) $]-\infty، ٥[$

٣) إذا كانت أ، ب مصفوفتين من الرتبة الثانية ، ما قيمة $|(أ)^{-١}.ب|$ ؟

أ) $\frac{|أ||ب|}{٢٥}$ ب) $\frac{|ب|}{|أ|٢٥}$ ج) $\frac{|أ|٢٥}{|ب|}$ د) $\frac{٢٥|ب|}{|أ|}$

٤)إذا كان $٤س = (١-ص)(١+ص^{٢})(١+ص)$. أوجد $ص'$ ؟

أ) $ص^{-٣}$ ب) $-ص^{-٣}$ ج) $-٤ص^{-٣}$ د) $-٤ص^{٣}$

٥) ن (س)متصل في ح حيث $ن'(٢) = ٠، ن'(س) = س^{٢}-٢س$. ما نوع النقطة $(٢، ن(٢))$ ؟

أ) عظمى محلية ب) صغرى محلية ج) صغرى مطلقة د) انعطاف

٦) إذا متوسط تغير الاقتران $ن(س) = ٥س^{٢}+٣س+٢$ في الفترة $[١، ب]$ يساوي ٢٨ .فما قيمة ب ؟

أ) ٥ ب) ٤ ج) ١ د) ٧

٧)إذا كان $ن(س) = جتا(-س)$ ، $س \in [-٢\pi، ٢\pi]$ ، فما قيمة س التي عندها مماس أفقي لـ ن(س) ؟

أ) $\{-\pi، ٠، \pi\}$ ب) $\{-\pi، \pi\}$ ج) $\{\pi\}$ د) $\{\}$

٨) إذا كان $ن(س) = س^{ن}$ ، $ن \in ص^{+}$ وكان $ن^{(٣)}(س) = ٠ ٧٢ س^{ن-٣}$ ، فما قيمة ن ؟

أ) ١٠ ب) ٩ ج) ٧ د) ٦

٩)إذا كان $ن(س) = \sqrt{٤س-س^{٢}}$ ، ما القيمة العظمى المطلقة للاقتران ن (س) في الفترة $[٤، ٠]$ ؟

أ) صفر ب) ٢ ج) ٤ د) $\sqrt{٨}$

١٠) إذا كان $ن(س) = جاس$ ، ما قيمة $(ن \circ ن')'(\frac{\pi}{٢})$ ؟

أ) صفر ب) ١ ج) -١ د) ٢

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #110692 | TRACK ead65f8fc332fd07

١١) إذا كان ق(س ^{٣}+١) = ٥هـ $^{س-١}$+لـو$_{هـ}$ (٢+س)^{٣} ، ما قيمة ق $^{/}$(٢)؟

أ) ١ ب) صفر جـ) ٤ د) ٢

١٢) إذا كان س ق ص = ١ ، ص ∈]$\frac{\pi ٣}{٢}$ ، ٢π[. فما قيمة $\frac{ء ص}{ء س}$ ؟

أ) $-(١-س^{٢})^{\frac{-١}{٢}}$ ب) $(١-س^{٢})^{\frac{-١}{٢}}$ جـ) $س(١-س^{٢})^{\frac{-١}{٢}}$ د) $-س(١-س^{٢})^{\frac{-١}{٢}}$

١٣) إذا كان ص = س ^{٣}+٧س ، ع = س ^{٢}+٣س فما قيمة $\left|\frac{ء ص}{ء ع}\right|_{س=١}$ ؟

أ) ١٠ ب) ٥ جـ) ٢ د) $\frac{١}{٢}$

١٤) إذا كان $\begin{vmatrix} ا٢ & ٢ب \\ جـ & ء \end{vmatrix}$ = ١٠ ، فما قيمة $\begin{vmatrix} ب & ا \\ ٣ء & ٣جـ \end{vmatrix}$ ؟

أ) ١٥ ب) −١٥ جـ) ٥ د) ٤٥

١٥) ما مجموعة قيم جـ التي تحددها نظرية رول على الاقتران ق(س) = جاس + جتاس في الفترة [٠، ٢π] ؟

أ) $\{\frac{\pi}{٤}\}$ ب) $\{\frac{\pi ٥}{٤}\}$ جـ) $\{\frac{\pi}{٤}، \frac{\pi ٥}{٤}\}$ د) { }

١٦) إذا كان أ، ب مصفوفتين مربعتين ، وكان |اب| = ١٠ ، وكان |ا| + |ب| = ٧ ، فما قيمة |ا| − |ب| ؟

أ) −٣ ب) ٣ جـ) ± ٣ د) ٧

١٧) إذا كان ق(س) = س ^{٢} [٢س + ١] ، فما قيمة هـ $^{/}$(٢) $^{-}$ ؟

أ) ٨ ب) ١٦ جـ) ٢ د) غير موجودة

١٨) إذا كان ق(س) = س ^{٣} ، هـ(١) = −١ ، هـ $^{/}$(١) = ٢ . فما قيمة (ق هـ) $^{/}$(١) ؟

أ) صفر ب) ١ ج) ٢ د) −٢

١٩) إذا كان ق(س) = جاس + جتاس ، س ∈ [٠، $\frac{\pi}{٢}$] . فما قيم س التي عندها نقاط حرجة للاقتران ق(س) ؟

أ) {٠، $\frac{\pi}{٤}$} ب) {٠} جـ) $\{\frac{\pi}{٤}\}$ د) { }

٢٠) إذا كان ص ^{٢} = ٢س ص − س ^{٢} . فما ناتج $\frac{ص^{/}}{ص}$ ؟

أ) −١ ب) $\frac{١}{س}$ ج) س ص د) ١

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #110692 | TRACK ead65f8fc332fd07

السؤال الثاني : (٢٠ علامة)

أ) إذا كان $ق(س) = \frac{لـو(س-٣)}{س^{٢}}$. أوجـد $نهـا_{س \to ٢} \frac{س^{٢} ق(٢س) - ٢س ق(٤)}{٢ - س}$ (٧علامات)

ب)باستخدام طريقة جاوس حل النظام : $س + ٢ص = ٣$ ، $٢س + ٣ع = ٥$ ، $٥ص + ع = ٦$ (٧علامات)

ج) إذا كان $ص^{٣} = ٣س$ فأثبت أن $٣س \frac{د^{٢}ص}{د س^{٢}} + ٢ص^{٢} (\frac{د ص}{د س})^{٢} = ٠$ (٦علامات)

السؤال الثالث : (٢٠ علامة)

أ) إذا كان $ق(س) = ٢٠س^{٣} - ٦٠س^{٢} + ٦٠س$ ، أوجـد :

١) فترات التزايد والتناقص والقيم القصوى المحلية والمطلقة للاقتران ق(س) في الفترة $[-٣، ٣]$ (٧علامات)

٢) فترات التقعر للاقتران ق(س) في $]-٣، ٣[$ (٣علامات)

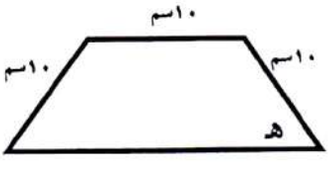
٣) قياس زاوية الانعطاف . (٢علامات)

ب) أثبت أن الاقتران $ق(س) = \begin{cases} س^{٢} + ١ & ، -٧ \leq س < ١ \\ ٢س & ، ١ \leq س \leq ٢٥ \end{cases}$ يحقق نظرية رول في $[-٧، ٢٥]$

ثم جد قيمة / قيم جـ التي تحددها النظرية . (٨علامات)

السؤال الرابع : (٢٠ علامة)

أ) شبة منحرف فيه ٣ أضلاع متساوية في الطول وطول كل منها ١٠ سم . أوجد قياس الزاوية هـ بحيث تكون مساحة شبه المنحرف أكبر ما يمكن (٨علامات)



ب) أوجد معادلة المماس المرسوم لمنحنى العلاقة $٣ص^{٢} - (س - ص)^{٣} + ٥ = ٠$ ، $ص > ٠$ عند نقطة تقاطع منحناها مع المستقيم $ص = س - ٢$ (١٢علامة)

←

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #110692 | TRACK ead65f8fc332fd07

القسم الثاني : يتكون هذا القسم من سؤالين وعلى المشترك أن يجيب عن أحدهما فقط

السؤال الخامس : (١٠علامات)

أ) إذا كان لمنحنى ق(س) = ا س^{٣} + ب س^{٢} + جس عند س = ٢ نقطة انعطاف أفقي ، (٥علامات)
والنقطة (٣،٨) تقع على منحنى ق(س). أوجد قيم الثوابت ا، ب، جـ .

ب)إذا كانت ا = $\begin{bmatrix} ٣ & ٧ \\ ٢ & ١ \end{bmatrix}$ ،أوجد المصفوفة س التي تحقق أن : ٢س + اس = ا (٥علامات)

السؤال السادس : (١٠علامات)

أ) باستخدام خواص المحددات أثبت أن : $\begin{vmatrix} ١ & جـ-ب & ب \\ ١ & ا-جـ & جـ \\ ١ & ب-ا & ا \end{vmatrix}$ = (ا-جـ)(ا-ب) + (ب-جـ)^{٢} (٥علامات)

ب) يتحرك جسم على خط مستقيم وفق العلاقة هـ ^{ن٥}× ف = ٧هـ$^{-ن١٠}$ − ٧ ، بيّن أن تسارع الجسم في أي لحظة يساوي ٥٠ ف عدديا . (٥علامات)

انتهت الأسئلة

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #110692 | TRACK ead65f8fc332fd07

السؤال الأول: ضع رمز الإجابة الصحيحة

١ أي المصفوفات التالية منفردة

ب) $\begin{bmatrix} \text{جا}^2 س & \text{جتا} س \\ 2\text{جا} س & 1 \end{bmatrix}$

المحدد $= \text{جا}^2 س \times 1 - 2\text{جا} س \times \text{جتا} س = 0$

$\text{جا}^2 س - 2\text{جا} س \text{جتا} س = 0$

$\text{جا} س (\text{جا} س - 2\text{جتا} س) = 0$

---

٢ $\text{ه}'(س) = (س-1)^6 (س-5)^3 (س-3)^5$

الأس الزوجي لا يؤثر في الإشارة

$\text{ه}'(س) = 0 \Leftarrow س = 1, 3, 5$

	+	−	−	+
	1	3	5	

سلوك ه: متزايدة | متناقصة | متزايدة

ب) $\text{ه}(س)$ أقصى للأعلى $]-\infty, 5[$

---

٣ $\text{ق}(ب)$ مصفوفة من الرتبة الثانية

$|\text{ق}(5)^{-1} \cdot ب| = |\text{ق}(5)^{-1}| \times |ب|$

$= \frac{1}{|\text{ق}(5)|} \times |ب| = \frac{|ب|}{|\text{ق}(5)|}$

ب)

---

٤ $\text{ع}(ص) = (1-ص)(1+ص+ص^2)(1+ص)$

$= (1-ص^3)(1+ص^3)$ (فرق بين مكعبين)

$\text{ع}(ص) = 1 - ص^6$ حيث $ص \neq 0$

نشتق بالنسبة لـ ص

$\text{ع}' = -6ص^5 \times ص'$

$ص' = \frac{1}{-6ص^5} = -\frac{1}{6}ص^{-5}$

ب)

١

٥ $\text{ه}(س) = س^3 - 3س$

$\text{ه}'(س) = 3س^2 - 3$

اختبار المشتقة الثانية لإيجاد القيم القصوى

$\because \text{ه}'(1) = 0, \text{ه}''(1) > 0 \Rightarrow \text{ه}(1)$

صغرى محلية

ب)

---

٦ $\frac{\text{ه}(ب) - \text{ه}(1)}{ب - 1} = 28$

$\frac{(5ب^3 + 3ب + 2) - 10}{ب - 1} = 28$

$5ب^3 + 3ب - 8 = 28ب - 28$

$5ب^3 - 25ب + 20 = 0$

$ب^3 - 5ب + 4 = 0$

$(ب-1)(ب-4) = 0$

$ب = 1$ مرفوض $\quad ب = 4$

ب)

---

٧ $\text{ه}(س) = \text{جا}(-س)$ ، $س \in [-2\pi, 2\pi]$

قيم $س$ التي عندها $\text{جا} س$ أفقي لـ $\text{ه}(س)$

$\Leftrightarrow \text{ه}'(س) = 0$

$\text{ه}'(س) = -\text{جا}(-س) \times -1 = 0$

$\text{جا}(-س) = 0$

$-س = -2\pi, -\pi, 0, \pi, 2\pi$

$س = 2\pi, \pi, 0, -\pi, -2\pi$

أ)

$\text{جا} س$ أفقي $\Leftrightarrow \text{ه}'(س) = 0$

عند الأطراف $\text{ه}(س)$ غير ذلك

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #110692 | TRACK ead65f8fc332fd07

٨) $ن(س) = س^{ن}$ ، $ن^{(٣)}(س) = ٧٢٠ س^{ن-٣}$

الحل

$ن'(س) = ن س^{ن-١}$

$ن''(س) = ن(ن-١) س^{ن-٢}$

$ن^{(٣)}(س) = ن(ن-١)(ن-٢) س^{ن-٣} = ٧٢٠ س^{ن-٣}$

$ن(ن-١)(ن-٢) = ٧٢٠$

بالتجريب ثلاثة أعداد متتالية حاصل ضربها ٧٢٠

$٧٢٠ = ٨ \times ٩ \times ١٠$

$ن = ١٠$ ⇐

---

٩) $ن(س) = ٢ س^{٤} - س^{٤}$ ، القيمة العظمى المطلقة لـ $ن$ على $[٠ ، ٤]$

الحل $ن'(س) = ٨ س^{٣} - ٤ س^{٣} = ٠$

$٤ س^{٣} = ٠ \leftarrow س = ٠ \in [٠ ، ٤]$

$ن(٠) = ٠$

$ن(٢) = ٣٢ - ١٦ = ١٦$ القيمة العظمى المطلقة

$ن(٤) = ٠$

ب

---

١٠) إذا كان $ن(س) = جا س$

$ن'(س) = جتا س \leftarrow ن'(\frac{\pi}{٤}) = ٠$

$ن''(س) = -جا س$

$(ن \circ ن')'(\frac{\pi}{٣}) = ن''(ن'(\frac{\pi}{٣})) \times ن'(\frac{\pi}{٣})$

$= ن''(٠) \times ٠ = ٠$ ⇐ صفر

أ

---

١١) $ن(س) = (١ + س^{٣})^{٥} + لو_{هـ}(٢ + س)^{٣}$

$ن'(س) = ٥(١ + س^{٣})^{٤} \times ٣ س^{٢} + \frac{٣}{٢ + س}$

عند $س = ١$

$ن'(١) = ٥ \times ٢^{٤} \times ٣ + \frac{٣}{٣} = ٢٤٠ + ١ = ٢٤١$

---

١٢) $س \times ق(ص) = ١$ ، أوجد $\frac{دص}{دس}$ عندما $ص = ١$

الحل $ق(ص) = \frac{١}{س}$

نشتق بالنسبة لـ $س$

$ق'(ص) \times \frac{دص}{دس} = \frac{-١}{س^{٢}}$

$\frac{دص}{دس} = \frac{-١}{س^{٢} ق'(ص)}$

$ق(ص) = \frac{١}{س} \leftarrow س = \frac{١}{ق(ص)}$

$\frac{دص}{دس} = \frac{-١}{\frac{١}{ق(ص)^{٢}} \times ق'(ص)}$

$\frac{دص}{دس} = -ق(ص)^{٢} ق'(ص)$

$ق(ص) = جتا ص \leftarrow ق'(ص) = -جا ص$

$\frac{دص}{دس} = -جتا^{٢} ص \times (-جا ص) = جتا^{٢} ص \times جا ص$

$= (\frac{١}{٢})^{٢} \times \frac{\sqrt{٣}}{٢} = \frac{\sqrt{٣}}{٨}$

د

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #110692 | TRACK ead65f8fc332fd07

١٣ $ص = س^3 + ٧س$ ، $ع = س^2 + ٣س$

$$\frac{دص}{دع} = \frac{دص}{دس} \times \frac{دس}{دع} \quad \text{---(١)}$$

$$\frac{دص}{دس} = ٣س^2 + ٧ \Rightarrow \left|\frac{دص}{دس}\right|_{س=١} = ١٠ \quad \text{---*}$$

$$\frac{دع}{دس} = ٢س + ٣ \Rightarrow \left|\frac{دع}{دس}\right|_{س=١} = ٥$$

$$\left|\frac{دس}{دع}\right|_{س=١} = \frac{١}{\left|\frac{دع}{دس}\right|} = \frac{١}{٥} \quad \text{---**}$$

$$\frac{دص}{دع} = ١٠ \times \frac{١}{٥} = ٢$$

ج

١٤ $\begin{vmatrix} ٢ب & ٢ج \\ ب & د \end{vmatrix} = ١٠$

$$٢\begin{vmatrix} ب & ج \\ ب & د \end{vmatrix} = ١٠ \leftarrow \begin{vmatrix} ب & ج \\ د & د \end{vmatrix} = ٥$$

$$\text{مماثلة} \quad \begin{vmatrix} ب & ٣ج \\ ٢د & ٣ج \end{vmatrix} = ٣\begin{vmatrix} ب & ج \\ د & ج \end{vmatrix}$$

$$= ٣ \times ١ - ٣ \times \begin{vmatrix} ب & ج \\ د & ج \end{vmatrix}$$

$$= -٣ \times ٥ = -١٥ \neq$$

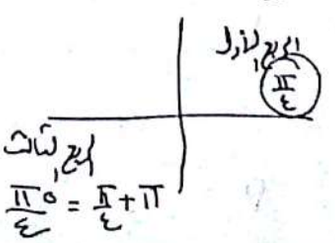
ب

١٥ $ق(س) = جتاس - جاس = ٠$

$$جتاس = جاس$$

$$ظاس = ١$$

$$س = \frac{\pi}{٤} \text{ ، } \frac{٥\pi}{٤} \qquad س \in [٠ ، ٢\pi]$$



د

١٦ $|أ||ب| = ١٠ \quad \text{---(١)} \leftarrow |أب| = ١٠$

$$|أ| + |ب| = ٧ \quad \text{---(٢)}$$

بتعويض عن $|ب|$ بـ $\frac{١٠}{|أ|}$ في معادلة (٢)

$$|أ| + \frac{١٠}{|أ|} = ٧ \quad (\times |أ|)$$

$$|أ|^2 + ١٠ = ٧|أ|$$

$$|أ|^2 - ٧|أ| + ١٠ = صفر$$

$$(|أ| - ٢)(|أ| - ٥) = صفر$$

$|أ| = ٢$ ← $ج$ ، $|ب| = ٥$ ← $ج$

$|أ| = ٥$ ← $ج$ ، $|ب| = ٢$ ← $ج$

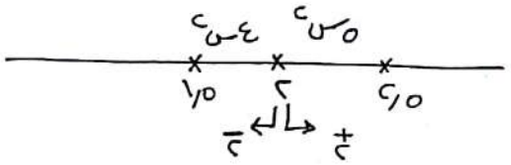
(٣) $|أ| - |ب| = ٣$ (٤) $|أ| - |ب| = -٣$

ج

١٧ $ق(س) = س^2 [٣س + ١]$ مماثلة $ق(٢)$ في

الحل

بإعادة تعريف $[٣س + ١]$



$ق(س) = ٧س^2 \leftarrow ق(٢) = ٧ \times ٢^2$

$= ١٦$

ب

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #110692 | TRACK ead65f8fc332fd07

(٤)

١٨ $و(س) = س^{٣} \cdot ه(١) = -١ ، ه'(١) = ٢$.

نجد قيمة

$(و \cdot ه)'(١) = و'(١) \times ه(١) + و''(١) \times ه'(١)$

حاصل ضرب $= ٣ \times ٢ + ٦ \times -١$

$= ٦ - ٦ =$ صفر (أ)

---

١٩ $و(س) = جاس + جتاس ، س \in [٠ ، \frac{\pi}{٢}]$

$و'(س) = جتاس - جاس = ٠$

$جتاس = جاس$

$ظاس = ١ \leftarrow س = \frac{\pi}{٤}$ بالإضافة

لـ س = ٠ طرف

(أ) $\{٠ ، \frac{\pi}{٤}\}$

---

٢٠ $ص^{٢} = ٢س ص - س^{٢}$ ، فما ناتج $\frac{ص'}{ص}$

الحل

$٢ ص ص' = ٢س ص' + ص \times ٢ - ٢س$

$ص ص' = س ص' + ص - س$

$ص'(ص - س) = ص - س$

$ص' = \frac{ص - س}{ص - س} = ١$

(د)

١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
ج	ب	ب	ب	ب	ب	أ	أ	ب	أ
١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠
د	أ	ج	ب	ج	ج	ب	أ	أ	د

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #110692 | TRACK ead65f8fc332fd07

(٥)

السؤال الثاني

(أ) $\text{ق}(س) = \dfrac{\text{لو}_{هـ}(س-٣)}{س^{٤}}$ ، أوجد كما $\lim_{س \to ٤} \dfrac{س^{٤}\text{ق}(س) - ٢س\text{ق}(٤)}{٢ - س}$ = صفر/صفر ← شابت

الحل

باستخدام لوبتال (المشتقات) = كما $\lim_{س \to ٤} \dfrac{س^{٤}\times \text{ق}'(س) + \text{ق}(س)\times ٤س^{٣} - (٢\times \text{ق}(٤))}{-١}$

$= \dfrac{-٧\text{ق}'(٤) + ٤\text{ق}(٤) - ٢\text{ق}(٤)}{-١} = -٧\text{ق}'(٤) - ٢\text{ق}(٤)$ ـــــ *

$\text{ق}(٤) = \dfrac{\text{لو}_{هـ}(٤-٣)}{١٦} =$ صفر ـــــ (١)

$\text{ق}'(س) = \dfrac{س^{٤}\times \frac{١}{س-٣} - \text{لو}_{هـ}(س-٣)\times ٤س^{٣}}{س^{٨}} \Rightarrow \text{ق}'(٤) = \dfrac{١٦\times \frac{١}{٤-٣} - \text{لو}_{هـ}(٤-٣)\times ٧}{(٤)^{٨}}$

$\text{ق}'(٤) = \dfrac{١٦ - \text{صفر}}{(٤)^{٤}} = \dfrac{١٦}{١}$ ـــــ (٢)

بالعودة إلى * المطلوب $= -٧\text{ق}'(٤) - ٢\text{ق}(٤) = -٧\times \frac{١٦}{١} - ٢\times ٠ =$ (ب-١)

(ب) باستخدام جاوس حل النظام: $س + ٢ص = ٣$ ، $٢س + ٤ع = ٥$ ، $ص + ع = ٦$

الحل

$$\left[\begin{array}{ccc|c} ١ & ٢ & ٠ & ٣ \\ ٢ & ٠ & ٤ & ٥ \\ ٠ & ١ & ١ & ٦ \end{array}\right] = \bar{أ} \Rightarrow \begin{array}{l} س + ٢ص + ٠ع = ٣ \\ ٢س + ٠ص + ٤ع = ٥ \\ ٠س + ص + ع = ٦ \end{array}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} ١ & ٢ & ٠ & ٣ \\ ٠ & -٤ & ٤ & -١ \\ ٠ & ١ & ١ & ٦ \end{array}\right] \leftarrow \begin{array}{l} \bar{أ} = \\ -٢ص_{١} + ص_{٢} \end{array} \qquad \left[\begin{array}{ccc|c} ١ & ٢ & ٠ & ٣ \\ ٠ & ١ & -١ & \frac{١}{٤} \\ ٠ & ١ & ١ & ٦ \end{array}\right] = \bar{أ} \; ص_{٢}\times -\frac{١}{٤}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} ١ & ٢ & ٠ & ٣ \\ ٠ & ١ & -١ & \frac{١}{٤} \\ ٠ & ٠ & ٢ & \frac{٢٣}{٤} \end{array}\right] \Leftarrow \begin{array}{l} \bar{أ} = \\ -ص_{٢} + ص_{٣} \end{array} \qquad \left[\begin{array}{ccc|c} ١ & ٢ & ٠ & ٣ \\ ٠ & ١ & -١ & \frac{١}{٤} \\ ٠ & ١ & ١ & ٦ \end{array}\right] = \bar{أ} \Leftarrow \begin{array}{l} \bar{أ} = \\ -٥ص_{١} + ص_{٣} \end{array}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} ١ & ٢ & ٠ & ٣ \\ ٠ & ١ & -١ & \frac{١}{٤} \\ ٠ & ٠ & ١ & \frac{٢٣}{٨} \end{array}\right] = \bar{أ} \Leftarrow \left[\begin{array}{ccc|c} ١ & ٢ & ٠ & ٣ \\ ٠ & ١ & -١ & \frac{١}{٤} \\ ٠ & ٠ & ٢ & \frac{٢٣}{٤} \end{array}\right] = \bar{أ} \; ص_{٣}\times \frac{١}{٢}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} ١ & ٠ & ٢ & -٢ \\ ٠ & ١ & ٠ & \frac{٣٠}{٨} \\ ٠ & ٠ & ١ & \frac{٢٣}{٨} \end{array}\right] = \bar{أ} \Leftarrow \left[\begin{array}{ccc|c} ١ & ٢ & ٠ & ٣ \\ ٠ & ١ & -١ & \frac{١}{٤} \\ ٠ & ٠ & ١ & \frac{٢٣}{٨} \end{array}\right] = \bar{أ} \; \begin{array}{l} ص_{١} - ٢ص_{٢} \\ ص_{٢} + ص_{٣} \end{array}$$

$ع = \frac{٢٣}{٨}$ ← $\frac{١٩}{٤}ع = \frac{١٩}{٤}$ ← ع = ١

$ص - \frac{٣}{٤}ع = \frac{١}{٤}$ ← $ص - \frac{٣}{٤} = \frac{١}{٤}$ ← ص = ١

$س + ٢ص + ٠ع = ٣$ ← $س + ٢ + ٠ = ٣$ ← س = ١

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #110692 | TRACK ead65f8fc332fd07

٦)

ج) إذا كان $ص^{٣} = ٣س$ ، فأثبت أن $٣س \frac{د^{٢}ص}{دس^{٢}} + ٢ص \left(\frac{دص}{دس}\right)^{٢} = ٠$

الحل نشتق العلاقة ضمنياً بالنسبة لـ س

$$٣ص^{٢} \frac{دص}{دس} = ٣ \Rightarrow ص^{٢} \frac{دص}{دس} = ١$$

نشتق ضمنياً بالنسبة لـ س

$$ص^{٢} \frac{د^{٢}ص}{دس^{٢}} + \frac{دص}{دس} \times ٢ص \times \frac{دص}{دس} = ٠$$

$$٣س \Leftarrow ص^{٣} \frac{د^{٢}ص}{دس^{٢}} + ٢ص^{٢} \left(\frac{دص}{دس}\right)^{٢} = ٠$$

$$٣س \frac{د^{٢}ص}{دس^{٢}} + ٢ص^{٢} \left(\frac{دص}{دس}\right)^{٢} = ٠ \quad \#$$

السؤال الثالث

أ) إذا كان $ق(س) = ٢س^{٣} - ٩س^{٢} + ٦س$ ، أوجد

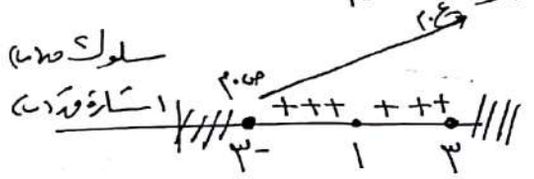
١) فترات التزايد والتناقص والقيم القصوى المحلية والمطلقة للاقتران $ق(س)$ في الفترة $[-٣، ٣]$

الحل $ق(س) = ٦س^{٢} - ١٨س + ٦ = ٠$

$س^{٢} - ٣س + ١ = ٠$

$(س - ١)^{٢} = ٠$

$س = ١$

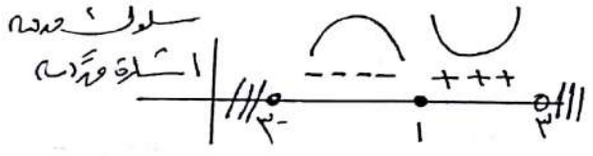


$ق(س)$ متزايد على $[-٣، ١]$

$ق(-٣) = (-٢)(-٣) - ١٢٠ = ١٢٦$ ع. محلية (بداية تزايد) ومطلقة

$ق(٣) = (٣)(٣) - ١٨٠ = ١٨٠$ ع. محلية (نهاية تزايد) ومطلقة

٢) فترات التقعر للاقتران $ق(س)$ في $[-٣، ٣]$



$ق''(س) = ١٢س - ١٢ = ٠$

$س = ١$

$ق(س)$ مقعر للأسفل في $[-٣، ١[$ ومقعر للأعلى $]١، ٣]$

---

٣) قياس زاويتي الانحراف.

$(١، ق(١)) = (١، ٢٠)$ نقطة انعطاف

لإيجاد زاويتي الانحراف $\Rightarrow$ نضع $ق''(١) = ٠$

$\therefore هـ = ٠$ زاويتي انحراف أفقي

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #110692 | TRACK ead65f8fc332fd07

(٦)

ب) أثبت أن $ق(س) = \begin{cases} س^2 + 1 & ، -٧ \leq س < 1 \\ ٢س & ، 1 \leq س \leq ٢٥ \end{cases}$ - تحقق نظرية رول في $[-٧ ، ٢٥]$

ثم جد قيمة جـ التي تحددها النظرية

الحل

أ) نثبت أن ق(س) متصل على $[-٧ ، ٢٥]$

$س^2 + 1$ كثير حدود متصل على $-٧ \leq س < 1$

$٢س$ خطي متصل على $1 \leq س \leq ٢٥$

عند $س = 1$ ، $ق(1^+) = ق(1) = ٢$ ، $ق(1^-) = ٢$

$\therefore$ ق(س) متصل على $[-٧ ، ٢٥]$

ب) نثبت أن ق قابلة للاشتقاق على $]-٧ ، ٢٥[$

$ق'(س) = \begin{cases} ٢س & ، -٧ < س < 1 \\ ٢ & ، 1 < س < ٢٥ \end{cases}$

$س = 1$ ،

$ق'(1^+) = ق'(1^-) = ٢$

$\therefore$ ق(س) قابلة للاشتقاق على $]-٧ ، ٢٥[$

ج) $ق(-٧) = ٤٩ + ١ = ٥٠$ ، $ق(٢٥) = ٢ \times ٢٥ = ٥٠$ ، $\therefore ق(-٧) = ق(٢٥)$

$\therefore$ ق(س) تحقق شروط نظرية رول على $[-٧ ، ٢٥]$

النتيجة: يوجد جـ $\in]-٧ ، ٢٥[$ بحيث أن $ق'(جـ) = ٠$

$ق'(س) = ٠ \Leftarrow ٢س = ٠ \Leftarrow س = ٠ \in]-٧ ، 1[$

$-٧ < س < 1$

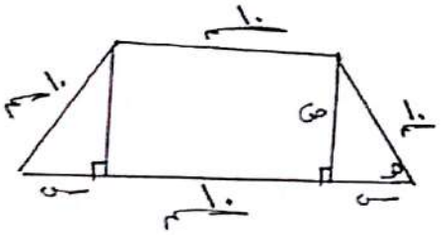
$ق'(س) = ٢ \neq ٠$ لا يوجد جـ

$1 < س < ٢٥$

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #110692 | TRACK ead65f8fc332fd07

السؤال الرابع

أ



م = ½ × (ق١ + ق٢) × الارتفاع

شبه منحرف

م = ½ (١٠ + ١٠ + ٢س) × ص

م = (١٠ + س) × ص ——— (١)

$ص^2 + س^2 = 100$ ——— (ج)

$ص = \sqrt{100 - س^2}$ ——— *

م = (١٠ + س) × $\sqrt{100 - س^2}$ ——— *

$م' = (10 + س) \times \frac{-2س}{2\sqrt{100 - س^2}} + \sqrt{100 - س^2} \times 1 = 0$

$-س(10 + س) + (100 - س^2) = 0$

$-10س - س^2 + 100 - س^2 = 0$

$-2س^2 - 10س + 100 = 0$ ÷ -2

$س^2 + 5س - 50 = 0$

$(س + 10)(س - 5) = 0$

س = -١٠ مرفوض ، س = ٥

الحالة أكبر ما يكون عند س = ٥

ومنها ص = $\sqrt{100 - 25} = \sqrt{75} = 5\sqrt{3}$

لإيجاد θ

$\tan\theta = \frac{ص}{س} = \frac{5\sqrt{3}}{5} = \sqrt{3}$

$\theta = \frac{\pi}{3}$

	+	0	−

سلوك م

ب

$3ص^3 - (س - ص)^3 + 5 = 0$ ، $ص > 0$ عند نقطة تقاطع منحناها مع المستقيم $ص = س - 2$

$س - ص = 2$

الحل لإيجاد نقطة التقاطع

نعوض عن $(س - ص) = 2$ في معادلة العلاقة

$3ص^3 - (2)^3 + 5 = 0$

$3ص^3 - 8 + 5 = 0$

$3ص^3 = 3 \Rightarrow ص^3 = 1$

ص = ١ (ص > ٠)

وبالتعويض في معادلة المستقيم $س - ص = 2$

$س - (-1) = 2$

$س + 1 = 2 \leftarrow$ س = ١

(١ ، -١) نقطة التماس ——— *

لإيجاد ميل المماس نشتق العلاقة الأساسية بالنسبة لـ س

$3ص^2 ص' - 3(س - ص)^2 \times (1 - ص') = 0$

نعوض عن (١ ، -١) في المعادلة

$-6ص' - 3(1 + ص')^2 \times (1 - ص') = 0$

$-6ص' - 12 + 12ص' = 0$

$6ص' = 12 \leftarrow ص' = 2$

$م = ص'_{(1,-1)} = 2$ ——— **

معادلة المماس ص - (-١) = ٢(س - ١)

ص + ١ = ٢س - ٢

ص = ٢س - ٣ #

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #110692 | TRACK ead65f8fc332fd07

٩

السؤال الخامس :

أ) $ق(س) = أس^3 + بس^2 + جس$ لها نقطة انعطاف أفقي عند $س = 2$

$ق'(2) = 0$

$ق''(2) = 0$

الحل

$ق(3) = 7$ ، $ق(س)$ قابلة للاشتقاق

$ق'(س) = 3أس^2 + 2بس + ج$

$ق''(س) = 6أس + 2ب$

$\because ق''(2) = 0 \leftarrow 12أ + 2ب = 0$ ——— (١)

$\because ق'(2) = 0 \leftarrow 12أ + 4ب + ج = 0$ ——— (٢)

$\because ق(3) = 7 \leftarrow 27أ + 9ب + 3ج = 7$ ——— (٣)

(٣) ÷ ٣

$9أ + 3ب + ج = \frac{7}{3}$ ——— (٤)

(٤) - (٢) $\leftarrow 3أ + ب = -\frac{7}{3}$ ——— (٥)

(٢) - (١) $4أ + ب = 0$ ——— (٦)

(٦) - (٥) $\leftarrow أ = \frac{7}{9}$

بتعويض $أ$ في معادلة (١) $\leftarrow ب = -\frac{14}{3}$

بالتعويض في معادلة (٤) $\leftarrow ج = \frac{28}{3}$

ب) $أ = \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ ج & 1 \end{bmatrix}$ ، أوجد المصفوفة $س$ بحيث $أس + 2س = أ$

الحل

نفرض $س = \begin{bmatrix} س_{11} & س_{12} \\ س_{21} & س_{22} \end{bmatrix}$

$أس + 2س = أ$

$س(أ + 2ج) = أ$

$س = أ(أ + 2ج)^{-1}$

$أ + 2ج = \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ ج & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 7 \\ ج & 3 \end{bmatrix}$

$(أ + 2ج)^{-1} = \frac{1}{15 - 14} \begin{bmatrix} 3 & -7 \\ -ج & 5 \end{bmatrix}$

$س = \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ ج & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -7 \\ -ج & 5 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 9 - 14 & -21 + 35 \\ 3ج - ج & -7ج + 5 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} -5 & 14 \\ 2ج & -2ج + 5 \end{bmatrix}$

(عندما نأخذ المصفوفة $س$ عامل مشترك من اليسار) يتبقى $2أ^{-1}$ ← مصفوفة الوحدة

$أس + 2س = أ$

$س(أ + 2ج) = أ$

$س = أ(أ + 2ج)^{-1}$

$س = 2أ(أ + 2ج)^{-1}$

$أ + 2ج = \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ ج & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 7 \\ ج & 2 \end{bmatrix}$

$س = 2 \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ ج & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -7 \\ -ج & 5 \end{bmatrix}$

$= 2 \begin{bmatrix} 9 - 14 & -21 + 35 \\ 3ج - ج & -7ج + 5 \end{bmatrix}$

$= 2 \begin{bmatrix} -5 & 14 \\ 2ج & -2ج + 5 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} -10 & 28 \\ 4ج & -4ج + 10 \end{bmatrix}$

$\# \quad س = \begin{bmatrix} -10 & 28 \\ 4ج & -4ج + 10 \end{bmatrix}$

$* \quad \begin{bmatrix} 3 & -7 \\ -ج & 5 \end{bmatrix} \frac{1}{15 - 14} = (أ + 2ج)^{-1}$

$* \quad \begin{bmatrix} 3 & -7 \\ -ج & 5 \end{bmatrix} = (أ + 2ج)^{-1}$

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #110692 | TRACK ead65f8fc332fd07

١٠

السؤال السادس

أ) $\begin{vmatrix} 1 & ج-ب & ب \\ 1 & ا-ج & ج \\ 1 & ب-ا & ا \end{vmatrix} = (ا-ج)(ا-ب) + (ب-ج)^{2}$

الحل

$\begin{vmatrix} 1 & ج & ب \\ 1 & ا & ج \\ 1 & ب & ا \end{vmatrix} \leftarrow ع_{3} + ع$

$\begin{vmatrix} 1 & ج & ب \\ 1 & ا-ج & ج-ب \\ 1 & ب-ج & ا-ب \end{vmatrix} \leftarrow \begin{matrix} -ص_{1}+ص_{2} \\ -ص_{1}+ص_{3} \end{matrix}$

$\begin{vmatrix} 1 & ج & ب \\ 0 & ا-ج & ج-ب \\ 0 & ب-ج & ا-ب \end{vmatrix} \leftarrow$ عامل مشترك $(ا-ج)$

$\begin{vmatrix} 1 & ج & ب \\ 0 & 1 & \frac{ج-ب}{ا-ج} \\ 0 & ب-ج & ا-ب \end{vmatrix}$

$\leftarrow (\quad) \times ص_{2} + ص_{3}$

$= (ا-ج) \times \left[1 \times 1 \times \frac{(ج-ب)}{(ا-ج)} + (ا-ب) \right] = (ج-ب)^{2} + (ا-ب)(ج-ب) = (ا-ج)$ #

ب) $ص^{2} \times ف = 7ص^{10} - 7$ ، بين أن $ت = 5ف$

الحل

نقسم العلاقات على $ص^{2}$

$ف = 7ص^{2} - 7ص^{-2}$

$ع = \frac{دف}{دس} = 7 \times 5 \times ص^{4} - 7 \times 5 \times ص^{-4} = 0 \quad \leftarrow (7ص^{2} + 7ص^{-2})$

$ت = \frac{دف}{دع} = 5 \left(7 \times 5 ص^{4} + 7 \times 5 ص^{-4} \right)$

$= 5 \times 5 \times (7ص^{2} - 7ص^{-2}) = 5ف$

$ت = 5ف$ # تم بحمد الله.

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #110692 | TRACK ead65f8fc332fd07