بسم الله الرحمن الرحيم

الامتحان الموحد لعام ٢٠٢٠م

الفرع الصناعي **المبحث : الرياضيات**

دولة فلسطين **مجموع العلامات (١٠٠ علامة)**

وزارة التربية والتعليم **مدة الامتحان : ساعتان ونصف**

مديرية التربية والتعليم ـ سلفيت **اليوم والتاريخ :السبت ١٨ / ٤ / ٢٠٢٠**

ملاحظة : عدد أسئلة الورقة (ستة) أسئلة ، أجب عن (خمسة) منها فقط .

القسم الأول : يتكون هذا القسم من أربعة أسئلة ، وعلى المشترك أن يجيب عنها جميعاً

السؤال الاول : (٣٠ علامة)

اختر الاجابة الصحيحة ، ثم ضع اشارة (×) في المكان المخصص له في ورقة الاجابة الخاصة بك :

١) $\int (١ + \text{ظا}^{٢}س)\,ءس$ =

أ) $س + \text{قا}^{٢}س + جـ$ ب) $\text{قاس} + جـ$ جـ) $\text{ظاس} + س + جـ$ د) $\text{ظاس} + جـ$

٢) $\int نـ^{هـ}\,ءس$ = =

أ) $\frac{نـ^{٢هـ}}{٢} + جـ$ ب) $نـ^{هـ}س + جـ$ جـ) $نـ^{هـ} + جـ$ د) $س + جـ$

٣) اذا كان $م(س)$ هو الاقتران الاصلي للاقتران $ن(س)$ فإن $(م(س) + ٣)' + ن(س)$ =

أ) $٢م(س)$ ب) $٢ن(س)$ جـ) $ن(س)$ د) $م(س) + ن(س)$

٤) اذا كان $\int (ن'(س) + ١)\,ءس = أس^{٢} + جـ$ وكان $ن'(١) = ٩$ فإن قيمة الثابت $أ$ =

أ) ٥ ب) ٩ جـ) ٧ د) ١٠

٥) $\int ٣\sqrt{س^{٢}}\,ءس$ =

أ) $\frac{٣س^{\frac{٢}{٣}}}{٢} + جـ$ ب) $\frac{٣}{٣}٢س^{\frac{٣}{٢}} + جـ$ جـ) $\frac{٣}{٥}٣س^{\frac{٥}{٣}} + جـ$ د) $\frac{٣}{٣}٥س^{\frac{٣}{٥}} + جـ$

٦) أحد الاقترانات الآتية هو الاقتران الاصلي للاقتران $ن(س) = \frac{٢}{س}$ ، $س > ٠$

أ) $م(س) = \text{لـو}_{هـ} س$ ب) $م(س) = \text{لـو}_{هـ}(٢س)$ جـ) $م(س) = \text{لـو}_{هـ}\left(\frac{س}{٢}\right)$ د) $م(س) = \text{لـو}_{هـ} س^{٢}$

٧) $\int \frac{هـ^{س}}{هـ^{س} - ١}\,ءس$ =

أ) $هـ^{س} + جـ$ ب) $\text{لـو}_{هـ} هـ^{س} + جـ$ جـ) $\text{لـو}_{هـ}|هـ^{س} - ١| + جـ$ د) $هـس + جـ$

٨) اذا كان $\int (١ - س)^{٣}\,ءس = أ(١ - س)^{٤} + جـ$ فإن $أ$ =

أ) ٤ ب) -٤ جـ) $\frac{١}{٤}$ د) $-\frac{١}{٤}$

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #110933 | TRACK 242f671963338f52

٩) $\int \frac{\text{لـو س}^{٣}}{\text{س هـ}} \, \text{د س} =$

أ) ٣ + جـ ب) ٣س+جـ جـ) $\frac{٣(\text{لـو س})^{٢}}{\text{هـ}} + \text{جـ}$ د) ٣س^{٢} +جـ

١٠) $\int \frac{\text{هـ}^{\text{س}} + ١}{\text{هـ}^{\text{س}} + \text{س}} \, \text{د س} =$

أ) $\text{لـو}_{\text{هـ}}|\text{هـ}^{-\text{س}} - \text{س}| + \text{جـ}$ ب) $\text{لـو}_{\text{هـ}}|\text{هـ}^{-\text{س}} + \text{س}| + \text{جـ}$ جـ) $\text{لـو}_{\text{هـ}}|\text{هـ}^{\text{س}} - \text{س}| + \text{جـ}$ د) $\text{لـو}_{\text{هـ}}|\text{هـ}^{\text{س}} + \text{س}| + \text{جـ}$

١١) اذا كان ص = $\int \text{هـ}^{\text{س}} \, \text{لـو}_{\text{هـ}} \text{س} \, \text{د س}$ فإن $\frac{\text{د ص}}{\text{د س}}$ عند س = ١ تساوي

أ) هـ ب) ١ جـ) صفر د) − هـ

١٢) إذا كان $\int \text{ن}(\text{س}) \, \text{د س} = \text{س}^{٣} - ٣\text{س} + \text{جـ}$ ، ن(س) متصل وكان ن(٢) − ن(١) = ١٨ فإن ن(١) =

أ) ٣ ب) ٦ جـ) ٩ د) ٢١

١٣) يتحرك جسم بتسارع ت = (٢ ١هـ − ٢) سم/ث^{٢} اذا كانت سرعته الابتدائية تساوي ٤ سم/ث فإن سرعته عندما هـ = ٣ ث

أ) − ٤٨ سم/ث ب) ٤٨ سم/ث جـ) ٥٢ سم/ث د) −٥٢ سم/ث

١٤) اذا كان ن$'$(س) = ن(س) ، ن(س) > صفر ، أ ثابت فإن ن(س) = هو

أ) هـ$^{\text{س}}$ + جـ ب) أهـ$^{\text{س}}$ جـ) $\text{لـو}_{\text{هـ}}$ س + جـ د) أ$\text{لـو}_{\text{هـ}}$ س

١٥) $\int \text{هـ}^{\text{ظاس}} \, \text{قا}^{٢}\text{س} \, \text{د س} =$

أ) هـ$^{\text{ظاس}}$ + جـ ب) هـ$^{\text{قاس}}$ + جـ جـ) قاس × هـ$^{\text{ظاس}}$ + جـ د) ظاس × هـ$^{\text{ظاس}}$ + جـ

١٦) اذا كان م(س) اقتران اصلي ل ن(س) فإن $\int ٢\text{م}(\text{س}) \text{ن}(\text{س}) \, \text{د س}$

أ) (م(س))^{٢} + جـ ب) م(س)+جـ جـ) ن(س)+جـ د) م(س)ن(س)+جـ

١٧) $\int \frac{\text{هـ}^{\text{س}}}{\text{هـ}^{٢\text{س}}} \, \text{د س} =$

أ) هـ$^{\text{س}}$+جـ ب) هـ$^{-\text{س}}$+جـ جـ) −هـ$^{\text{س}}$+جـ د) −هـ$^{-\text{س}}$+جـ

١٨) اذا كان $\int \frac{\text{أ}}{(\text{س}+١)^{٢}} \, \text{د س} = \frac{٢}{\text{س}+١} + \text{جـ}$ فإن أ =

أ) −٢ ب) −١ جـ) ١ د) ٢

١٩) إذا كان م(س)،هـ(س) اقترانين اصليين ل ن(س) وكان ن(٢) = ٩،ن$'$(٢) = ٤ فإن (م هـ − ٣هـ)$'$(٢) =

أ) −٨ ب) صفر جـ) ٨ د) ١٨

٢٠) $\int \text{جتا}^{٢}\text{س} + \text{جا}^{٢}\text{س} \, \text{د س} =$

أ) جتاس+جاس+جـ ب) س + جـ جـ) جتا^{٣}س+جا^{٣}س+جـ د) ١ + جـ

لاحظ الصفحة التالية | يتبع صفحة (٣)

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #110933 | TRACK 242f671963338f52

السؤال الثاني : (٢٠ علامة)

أ) اذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران ص = ق(س) عند النقطة (٢،٠) يساوي (١) (١٠ علامات)
وكان ق ً(س) = ٦س جد قاعدة الاقتران ق(س)

ب)جد $\int$ جاس جا٢س ءس (١٠ علامات)

السؤال الثالث : (٢٠ علامة)

أ) يتحرك جسم بتسارع (جتا٢ هـ − جا٢ هـ) م / ث٢ اذا علمت أن الجسم بدأ حركته من السكون (١٠ علامات)
من نقطة الأصل جد بعد الجسم بعد مرور $\frac{\pi}{٢}$ ث

ب) جد $\int$ س(س٢ − ١)٣ ءس (١٠ علامات)

السؤال الرابع : (٢٠ علامة)

أ) إذا كان $\int$ (ق ً(س) − س) ءس = س٢ + ا س + جـ وكان ق ً(١) = ٣ جد قيمة الثابت ا (١٠ علامات)

ب) جد $\int \frac{س − ١}{\sqrt[٣]{س − ١}}$ ءس (١٠ علامات)

القسم الثاني : يتكون هذا القسم من سؤالين وعلى المشترك أن يجيب عن أحدهما فقط .

السؤال الخامس : (١٠ علامات)

أ) جد أن $\int \sqrt[٣]{س^٣ + س^٥}$ ءس (٥ علامات)

ب) اذا كان $\frac{ق(س)}{ق ً(س)} = س$ حيث ق ً(س) ≠ صفر وكان ق(هـ٢) = ٥ (٥ علامات)
جد قاعدة الاقتران ق(س)

السؤال السادس : (١٠ علامات)

أ)جد $\int (س − ١)(س + ١)^٥$ ءس (٥ علامات)

ب) اذا كان $\int$ ق(س) ءس = ا س٣ + جـ س ، حيث ق(س) اقتران متصل ، وكان (٥ علامات)
ق(−١) = ٤،٥ ق ً(٢) = ٢٤ ، فجد قيمة كل من ا ، جـ

انتهت الآسئلة

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #110933 | TRACK 242f671963338f52

اجابة ١٢ هـ

س ١

١) $\int (1+ظا^2 س)\,د س = \int قا^2 س\,د س = ظا س + ج$ (ج)

٢) $\int ظا\,د س = ...$ (ب)

٣) $(م(س)+٣)' + ق'(س) = م'(س) + ٠ + ق'(س) = ق'(س) + ق'(س)$

$= ٢ ق'(س)$ (ب)

٤) $\int (ق'(س)+1)\,د س = ٢ س^2 + ج$

$ق'(س) + 1 = ٢ د س$

$ق'(١) + 1 = ٢ \times ١ \Leftarrow ٩ + 1 = ٢ د \Leftarrow ١٠ = ٢ د \Leftarrow د = ٥$ (د)

٥) $\int \sqrt[٣]{س^2}\,د س = \int س^{\frac{٢}{٣}}\,د س = \frac{٣}{٥} س^{\frac{٥}{٣}} + ج$ (ج)

٦) $ق(س) = \frac{س^2}{٢} \Leftarrow م(س) = لو_{هـ} س^2$ (ج)

٧) $\int \frac{هـ^{س}}{هـ^{س} - 1}\,د س = لو_{هـ} |هـ^{س} - 1| + ج$ (ج)

٨) $\int (1-س)^3\,د س = \frac{(1-س)^4}{-1 \times ٤} + ج = -٤(1-س)^4 + ج \Leftarrow -٤ = ١ \Leftarrow د = -\frac{١}{٤}$ (د)

٩) $\int \frac{لو_{هـ}^{٣} س}{س}\,د س = ٣ \int \frac{لو_{هـ} س}{س}\,د س = ٣ \times \frac{(لو_{هـ} س)^2}{٢} + ج$

نفرض انه ص $= لو_{هـ} س \Leftarrow \frac{د ص}{د س} = \frac{١}{س} \Leftarrow د ص \times س = د س$

$\Leftarrow ٣ \int \frac{ص}{ب} \times د ص \times ب = ٣ \frac{ص^2}{٢} + ج = \frac{٣ (لو_{هـ} س)^2}{٢} + ج$

١٠) $\int \frac{هـ^{س} + ١}{هـ^{س} + س}\,د س = لو_{هـ} |هـ^{س} + س| + ج$

2020-4-4 11:52

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #110933 | TRACK 242f671963338f52

١١) $ص = \int هـ^{لو_هـ س}\, دس \Leftarrow \frac{دص}{دس} = هـ^{لو_هـ س}$

٥) $\frac{دص}{دس}$ عند $س = ١ \Leftarrow هـ^{لو_هـ ١} = ٥ \times ٠ = صفر$

١٢) $ف(س) = \int ف'(س)\, دس = ٣س^{٢} - ٣س + ٥ \Leftarrow ف'(س) = ٣أ س^{٢} - ٣$

$ف(٣) - ف(١) = ١٨$

$(٣أ(٤)^{٢} - ٣) - (٣أ(١)^{٢} - ٣) = ١٨$

$١٢أ - ٣أ = ١٨ \Leftarrow ٩أ = ١٨ \Leftarrow أ = ٢$

ب) $\Leftarrow ف'(١) = ٣ \times ٢ \times ١^{٢} - ٣ = ٦ - ٣ = ٣$

١٣) $ن = ١٢ن - ٢ \Leftarrow ٤ = \int (١٢ن - ٢)\, دن = ٦ن^{٢} - ٢ن + ٥$

$٤(١) = ٠ - ٠ + ٥ = ٤ \Leftarrow ٥ = ٤$

$٤ = ٦ن^{٢} - ٢ن + ٤ \Leftarrow ٤(٣) = ٦ \times ٩ - ٢ \times ٣ + ٤$

$= ٥٤ - ٢ = ٥٢$ جاذ. ٥)

١٤) $ف'(س) = ف(س) \Leftarrow \frac{ف'(س)}{ف(س)} = ١ \Leftarrow \int \frac{ف'(س)}{ف(س)}\, دس = \int ١\, دس$.

$= لو_{هـ} |ف(س)| = س + ٥ \Leftarrow ف(س) = هـ^{س+٥}$

ب) $\Leftarrow ف'(س) = هـ^{س} \times هـ^{ص} = ٢ \times هـ^{س}$

١٥) $\int هـ^{ظاس} قاس^{٢}\, دس = هـ^{ظاس} + ٥$ ب)

١٦) $\int م'(س) ف(س)\, دس = \int ٢ م(س) \times م'(س)\, دس = ٢ \times \frac{(م(س))^{٢}}{٢} + ٥$

$= (م(س))^{٢} + ٥$. ب)

١٧) $\int \frac{هـ^{س}}{هـ^{ص}}\, دس = \int هـ^{-س}\, دس = -هـ^{-س} + ٥$ ج)

2020-4-4 11:52

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #110933 | TRACK 242f671963338f52

١٨) $\int \frac{ب}{(1+س)^{2}}\,دس = \int ب(1+س)^{-2}\,دس = \frac{ب(1+س)^{-1}}{-1} + ج$

$= \frac{ب}{-(1+س)} + ج = \frac{-ب}{1+س} + ج \Leftarrow -ب = ٢ \Leftarrow ب = -٢ \Leftarrow ج = ٠ \Leftarrow ب = -٢ ، ج = ٠$

(أ)

١٩) $(٣س^{٢} - ٥س)'(٢) = ٦س - ٥)(٢) = ٣(٢) - ٥ = ٧$

(ب) $= ١٨$

٢٠) $\int_{٠}^{١} (أ جتاس + ب جاس)\,دس = [س + ٠]_{٠}^{١} = ١ + ٠ = ١$

(ب)

2020-4-4 11:52

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #110933 | TRACK 242f671963338f52

س ٩) $ق'(س) = ٦س$ ، $ق'(٠) = ١$ ، $ق(٠) = ٢$

$ق'(س) = \int ٦س \, دس = \frac{٦س^{٢}}{٢} + ج_{١}$

$ق'(س) = ٣س^{٢} + ج_{١} \Leftarrow ق'(٠) = ١ \Leftarrow ج_{١} + ٠ = ١$

$\boxed{ج_{١} = ١}$

$ق'(س) = ٣س^{٢} + ١$

$ق(س) = \int (٣س^{٢} + ١) \, دس = س^{٣} + س + ج_{٢}$

$ق(٠) = ٠ + ٠ + ج_{٢} = ٢ \Leftarrow \boxed{ج_{٢} = ٢}$

$\Leftarrow ق(س) = س^{٣} + س + ٢$

س ب) $\int جا^{٢}س \, جتا^{٢}س \, دس = \int جاس \times جاس \times جتا^{٢}س \, دس$

$= \int جاس \, جتا^{٢}س \, دس$ نفرض أن $ص = جتاس$

$\Leftarrow جتاس = \frac{دص}{دس}$ ، $دس = \frac{دص}{-جاس}$

$\Leftarrow \int ص^{٢} \times جاس \times \frac{دص}{-جاس} = -\int ص^{٢} \, دص = -\frac{ص^{٣}}{٣} + ج$

$= -\frac{١}{٣} جتا^{٣}س + ج$

2020-4-4 11:52

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #110933 | TRACK 242f671963338f52

$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \tan^3 x \, dx$

$\int \tan^3 x \, dx = \int \tan^2 x \tan x \, dx = \int (\sec^2 x - 1) \tan x \, dx$

$= \int \tan x \sec^2 x \, dx - \int \tan x \, dx$

$= \frac{1}{2}\tan^2 x - \ln|\sec x| + c$

$= \frac{1}{2}\tan^2 x + \ln|\cos x| + c$

$\left[\frac{1}{2}\tan^2 x + \ln|\cos x|\right]_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}}$

$= \left(\frac{1}{2}(\sqrt{3})^2 + \ln\left|\frac{1}{2}\right|\right) - \left(\frac{1}{2}(1)^2 + \ln\left|\frac{\sqrt{2}}{2}\right|\right)$

$= \frac{3}{2} - \ln 2 - \frac{1}{2} + \ln\frac{\sqrt{2}}{2}$

$= 1 - \ln 2 + \ln\frac{\sqrt{2}}{2}$

$= 1 - \ln 2 + \ln\sqrt{2} - \ln 2$

$= 1 - 2\ln 2 + \frac{1}{2}\ln 2$

$= 1 - \frac{3}{2}\ln 2$

ب) $\int x(x^4-1)^3 \, dx$ نفرض أن $u = x^4 - 1$

$du = 4x^3 \, dx$

$x^3 \, dx = \frac{du}{4}$

$x \, dx = \frac{du}{4x^2}$

$\Rightarrow \int x(u)^3 \frac{du}{4x^2}$

$= \frac{1}{4} \times \frac{u^4}{4} + c$

$= \frac{1}{16}(x^4-1)^4 + c$

2020-4-4 11:53

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #110933 | TRACK 242f671963338f52

$$\int_{1}^{2} (\text{ق}'(س) - س)\,د س = \frac{س^{3}}{3} + \sqrt{3}\,ب + ج$$

$$\text{ق}'(س) - س = \sqrt{3}\,ب + ب$$

$$\text{ق}'(س) = \sqrt{3}\,ب + ب + س$$

$$\text{ق}'(1) = \sqrt{3}\,ب + ب + 1 = 2$$

$$\Leftarrow \quad ب = 0 \quad \text{و} \quad ب = 0$$

ب) $\int_{1}^{س} \frac{ن - 1}{\sqrt[3]{ن} - 1}\,د ن = \int_{1}^{س} \frac{(\sqrt[3]{ن} - 1)(\sqrt[3]{ن^{2}} + \sqrt[3]{ن} + 1)}{\sqrt[3]{ن} - 1}\,د ن$ ، $س > 0$

$$= \int_{1}^{س} (1 + ن^{\frac{1}{3}} + ن^{\frac{2}{3}})\,د ن$$

$$= ن + \frac{3}{4} ن^{\frac{4}{3}} + \frac{3}{5} ن^{\frac{5}{3}} + ج$$

2020-4-4 11:53

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #110933 | TRACK 242f671963338f52

$$\int \frac{س^5}{\sqrt[3]{(1+س^2)^3}}\,dس = \int س^3\sqrt[3]{1+س^2}\,dس$$

نفرض أن $ص = 1+س^2$

$$س^2 = ص - 1$$

$$\frac{dص}{dس} = 2س$$

$$dس = \frac{dص}{2س}$$

$$= \int س^3\sqrt[3]{ص}\,\frac{dص}{2س}$$

$$= \frac{1}{2}\int ص^{\frac{1}{3}}(ص-1)\,dص$$

$$= \frac{1}{2}\int ص^{\frac{4}{3}} - ص^{\frac{1}{3}}\,dص$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{3}{7}ص^{\frac{7}{3}} - \frac{3}{4}ص^{\frac{4}{3}}\right) + ج$$

$$= \frac{3}{14}(1+س^2)^{\frac{7}{3}} - \frac{3}{8}(1+س^2)^{\frac{4}{3}} + ج$$

ب) $\frac{لو_هس}{ق'(س)} = س$ ، $ق(هـ^2) = 5$

$$\Leftarrow ق'(س) = \frac{لو_هس}{س} \Leftarrow \int ق'(س)\,dس = \int \frac{لو_هس}{س}\,dس$$

نفرض أن $ص = لو_هس$

$$\frac{dص}{dس} = \frac{1}{س}$$

$$dص = \frac{1}{س}\,dس$$

$$\Leftarrow ق(س) = \int ص \times \frac{ص}{2} \times 2\,dص$$

$$ق(س) = \frac{ص^2}{2} + ج$$

$$ق(س) = \frac{(لو_هس)^2}{2} + ج$$

$$ق(هـ^2) = \frac{(لو_هـ^2)^2}{2} + ج = \frac{4}{2} + ج = 2 + ج = 5$$

$$\Leftarrow ج = 3$$

$$\Leftarrow ق(س) = \frac{(لو_هس)^2}{2} + 3$$

2020-4-4 11:53

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #110933 | TRACK 242f671963338f52

$$\int_{-1}^{1} (x+1)(x-1)^5 \, dx$$

بفرض أن $u = x+1$

$$\frac{du}{dx} = 1$$

$$du = dx$$

$$x = u - 1$$

$$= \int (u-1-1)(u)^5 \, du$$

$$= \int (u-2)u^5 \, du$$

$$= \int (u^6 - 2u^5) \, du$$

$$= \frac{u^7}{7} - \frac{2u^6}{6} + c$$

$$= \frac{(x+1)^7}{7} - \frac{1}{3}(x+1)^6 + c$$

ب) $f(x) \, dx = 4x^3 + cx \quad f(-1) = 3 \quad f'(2) = 24$

$$f(x) = 4\frac{x^4}{4} + c\frac{x^2}{2} + c$$

$$f(x) = x^4 + \frac{c}{2}x^2 + c$$

$$f(-1) = 1 + \frac{c}{2} + c = 3 \quad \text{---(1)}$$

$$f'(x) = 4x^3 + cx$$

$$f'(2) = 32 + 2c = 24$$

$$\Leftarrow \boxed{c = -4}$$

$$\Rightarrow 1 - 2 + c = 3$$

$$c = 3 + 1 = \boxed{4}$$

2020-4-4 11:53

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #110933 | TRACK 242f671963338f52