بسم الله الرحمن الرحيم

الامتحان الموحد لعام ٢٠٢٠م

الفرع العلمي **المبحث : الرياضيات**

دولة فلسطين

وزارة التربية والتعليم

مديرية التربية والتعليم ـ سلفيت

مجموع العلامات (١٠٠ علامة)

مدة الامتحان : ساعتان ونصف

اليوم والتاريخ : السبت ١٨ / ٤ / ٢٠٢٠

ملاحظة : عدد أسئلة الورقة (ستة) أسئلة ، أجب عن (خمسة) منها فقط .

القسم الأول : يتكون هذا القسم من أربعة أسئلة ، وعلى المشترك أن يجيب عنها جميعاً

السؤال الاول : (٣٠ علامة)

اختر الاجابة الصحيحة ، ثم ضع اشارة (×) في المكان المخصص له في ورقة الاجابة الخاصة بك :

١) $\int (\text{ظا}^2 س + 3) \, ds$ =

أ) $\text{قا}^2 س + 3س + جـ$ ب) $\text{قاس} + 2س + جـ$ جـ) $\text{قاس} + 4س + جـ$ د) $\text{ظاس} + 2س + جـ$

٢) أي من الآتية يعتبر تجزئة للفترة $[1 ، 4]$

أ) $\delta = \{4،3،2\}$ ب) $\delta = \{4،2،3،1\}$ جـ) $\delta = \{4،3،2،1\}$ د) $\delta = \{5،4،3،1\}$

٣) إذا كانت $\delta_{10} = \{أ، 1، ..... ، 15، 17، ب\}$ تجزئة منتظمة للفترة $[أ، ب]$ فما قيمة الثابت أ =

أ) -1 ب) -2 جـ) صفر د) -3

٤) اذا كانت δ_6 تجزئة منتظمة للفترة $[5 ، ب]$ وكان طول الفترة الجزئية يساوي $\frac{1}{3}$ فإن قيمة الثابت ب =

أ) ٦ ب) ٩ جـ) ٧ د) ٨

٥) $\int_{1}^{2} [س + 1] \, ds$ =

أ) ٣ ب) ٤ جـ) ١ د) ٢

٦) اذا كان $ق(س)، هـ(س)$ اقترانين اصليين للاقتران $ن(س)$ وكان $\int_{1}^{4} (ق(س) - هـ(س)) \, ds = 9$ فإن

$$\int_{2}^{-1} 2س \, (هـ(س) - ق(س)) \, ds =$$

أ) ٩ ب) -9 جـ) ٣ د) -3

لاحظ الصفحة التالية **يتبع صفحة (٢)**

الملتقى التربوي
. https://wepal.net
wepal.net | RESOURCE #110934 | TRACK a07577fe3c31c30f

٧) اذا كان ق(س)، هـ(س) اقترانين اصليين للاقتران ن(س) فإن $\int ٢(ق(س) - هـ(س))$ ى س يمثل

أ) اقتراناً خطياً ب) اقتراناً ثابتاً جـ) اقتراناً تربيعياً د) اقتراناً تكعيبياً

٨) الاقتران الاصلي للاقتران ن(س) = $\sqrt{س}$ هو

أ) ق(س) = $\frac{٣}{٤}\sqrt{س}$ + جـ ب) ق(س) = $\frac{٢}{٣}\sqrt{س^{٣}}$ + جـ جـ) ق(س) = $\frac{٣}{٢}$ د) ق(س) = $\frac{٢}{٣}\sqrt{س^{٢}}$ + جـ

٩) ن(س) معرف على [−٢، ٢] ، $\delta_{ن}$ تجزئة منتظمة لنفس الفترة، $\int_{-٢}^{٢} ن(س)$ ى س = −٢ فإن $\lim_{ن \to \infty}$ ق($\delta_{ن}$، ن٣) =

أ) −٢ ب) −٦ جـ) ٦ د) ٢

١٠) $\int \frac{هـ^{-س} - ١}{هـ^{-س} + س}$ ى س =

أ) لـو$_{هـ}$ |هـ$^{-س}$ − س| + جـ ب) لـو$_{هـ}$ |هـ$^{-س}$ + س| + جـ جـ) لـو$_{هـ}$ |هـ^{س} − س| + جـ د) - لـو$_{هـ}$ |هـ$^{-س}$ + س| + جـ

١١) اذا كان ن(س) = لـو$_{هـ}$ س^{٢} وكانت $\delta_{٢}$ = {١ ، هـ ، هـ^{٢}} تجزئة للفترة [١ ، هـ^{٢}] باعتبار

س$^{*}_{ر}$ = س$_{ر-١}$ فإن ق($\delta_{٢}$، ن)

أ) هـ^{٢} − هـ ب) ٢(هـ^{٢} − هـ) جـ) هـ^{٢} + هـ د) هـ^{٤} − هـ^{٢}

١٢) $\int_{٠}^{٢} |س|$ ى س

أ) ٢ ب) −١ جـ) −٢ د) صفر

١٣) قيمة $\int (\sqrt{س} - ١)^{٢} \left(\frac{\sqrt{س} + ١}{س - ١}\right)$ ى س

أ) $\sqrt{س}$ − س + جـ ب) $\frac{٣}{٢}$ س$^{-\frac{٣}{٢}}$ − س + جـ جـ) $\frac{٢}{٣}$ س$^{-\frac{٣}{٢}}$ − س + جـ د) $\frac{٢}{٣}$ س$^{\frac{٣}{٢}}$ + س + جـ

١٤) اذا كان ن(س) = ٥ معرف على [١، ٢] وكانت $\delta_{ن}$ تجزئة منتظمة للفترة [١، ٢] فما قيمة ق($\delta_{ن}$، ن)

أ) ٢٠ ب) ١٠ جـ) ٥٠ د) ٥

١٥) اذا كانت $\delta_{ن}$ تجزئة منتظمة للفترة [٢ ، ب] وكان الوسط الحسابي للعنصرين الثاني والرابع يساوي (٥) فإن العنصر الاخير هو

أ) ١٢ ب) ١١ جـ) ١٠ د) ٩

الملتقى التربوي
. https://wepal.net
wepal.net | RESOURCE #110934 | TRACK a07577fe3c31c30f

١٦) اذا كان $\int_{-١}^{١} ن(س)\,ى س = -٥$ وكان $ك(\delta_{ن}، ن) = \frac{(ا+١)(ن^{٢}+٢ن)}{ن^{٢}}$ حيث $\delta_{ن}$ تجزئة نونية منتظمة للفترة $[-١، ١]$ فإن قيمة الثابت ا =

أ) ١٠ ب) -١٠ جـ) -٦ د) -٥

١٧) $\int \frac{\sqrt{٩س+١٨}-٣}{\sqrt{س+٢}-١}\,ى س$

أ) $لـو_{هـ}(\sqrt{س+٢}) + جـ$ ب) $٣س + جـ$ جـ) $لـو_{هـ}(\sqrt{س+٢}-١) + جـ$ د) $لـو_{هـ}(\sqrt{٩س+١٨}) + جـ$

١٨) اذا كان $ن(س)$ اقترانا ً متصلا ً على مجاله وكان $\int ن'(س)\,ى س = س^{٢} + جـ$ فما قيمة $\int_{-١}^{٢} ن'(س)\,ى س$

أ) ٢ ب) ٣ جـ) ٤ د) ٦

١٩) ما قيمة $\int_{١}^{٢} \sqrt{س^{٢}-٢س+١}\,ى س$

أ) $\frac{١}{٦}$ ب) $\frac{١}{٢}$ جـ) $\frac{١}{٣}$ د) ١

٢٠) اذا كان $ن(س) = س\,لـو_{هـ} س$ ، فما قيمة $\int_{\frac{١}{٢}}^{هـ} ن''(س)\,ى س$ ؟

أ) -١ ب) صفر جـ) هـ د) ١

السؤال الثاني : (٢٠ علامة)

أ) استخدم تعريف التكامل المحدود في ايجاد $\int_{١}^{٢} (٧-٥س)\,ى س$ (١٠ علامات)

ب) اذا كان $ن(س)$ اقترانا ً متصلا ً على مجاله وكان $\int ن(س)\,ى س = جاس - جتاس + ٢$ (١٠ علامات)

أثبت أن $ن(\frac{\pi}{٢}) - ن'(\frac{\pi}{٢}) = ٢$

السؤال الثالث : (٢٠ علامة)

أ) اذا كان $\int (ن'(س) + س^{٢})\,ى س = ٢س^{٣} + جـس^{٢} + ٢$ وكان $ن'(١) = ٤$ ، $ن(٢) = ٦$ (٨ علامات)

جد قيمة $ن(-١)$

الملتقى التربوي
. https://wepal.net
wepal.net | RESOURCE #110934 | TRACK a07577fe3c31c30f

ب) جد التكاملات الآتية (١٢ علامة)

١- $\int \frac{\text{قا}^{٢}\text{س}}{٥ - \text{قا}^{٢}\text{س}}\,\text{د س}$ ٢- $\int \frac{١}{\text{س}^{٣}}\text{جتا}\left(\frac{١}{\text{س}}\right)\text{د س}$

السؤال الرابع : (٢٠ علامة)

أ) أسقط جسم من السكون من ارتفاع ١٠٠ م بتسارع ١٠ م / ث^{٢} احسب سرعته عندما يكون (١٠ علامات)
على ارتفاع ٥٥ م من سطح الارض .

ب) اذا كان $\text{ن}'(٠) = ٣، \text{ن}'(٤) = ١٧$ جد $\int_{٢}^{٣} (٢\text{س} - ٣)\text{ن}''(٢\text{س}^{٢} - ٦\text{س} + ٤)\,\text{د س}$ (١٠ علامات)

القسم الثاني : يتكون هذا القسم من سؤالين وعلى المشترك أن يجيب عن أحدهما فقط .

السؤال الخامس : (١٠ علامات)

أ) إذا كانت $\text{س}^{٢}\text{ن}''(\text{س}) + ٢\text{س}\text{ن}'(\text{س}) = \text{جتا}\pi\text{س}$ جد قيمة $\text{ن}(\frac{\pi}{٢})$ علماً أن $\text{ن}(\pi) = ٠$ (٥ علامات)

ب) جد قيمة $\int_{٠}^{\frac{\pi}{٤}} (\text{قا}^{٤}\text{س} - \text{ظا}^{٤}\text{س})\,\text{د س}$ (٥ علامات)

السؤال السادس : (١٠ علامات)

أ) أثبت أن $\int_{\frac{١}{٢}}^{١} \frac{(\text{س} - ١)^{\text{ن}}}{\text{س}^{\text{ن}+٢}}\,\text{د س} = \frac{١}{\text{ن} + ١}$ حيث ن عدد صحيح زوجي (٥ علامات)

ب) اذا كان ميل المماس لمنحنى علاقة عند النقطة (س،ص) يساوي $\frac{\text{س}^{-١}}{\sqrt{٣ + \text{لـو}_{\text{هـ}}\text{س}}}$ ، س > ٠ (٥ علامات)

فجد قاعدة العلاقة علماً بأن منحناه يمر بالنقطة (هـ،٤) ، هـ العدد النيبيري

انتهت الآسئلة

الملتقى التربوي
. https://wepal.net
wepal.net | RESOURCE #110934 | TRACK a07577fe3c31c30f

السؤال الأول

① $\int (ط أ س + ٣) \, د س = \int (ق أ س - ١ + ٣) \, د س$

جواب

$= \int (ق أ س + ٢) \, د س = ط س + ٢ س + ج$ (د)

---

② أي من الآتية يعتبر مجزئة للفترة [٤، ٥]

الجواب (ج)

---

③ طول الفترات الجزئية متساوي ⇐

$ب - ١ = ١٧ - ١٥$

$ب - ١ = ٢ \Leftarrow ب - ١ = ٢$

$ب = ٣ \Leftarrow ب = ٣$

$\boxed{ب = ٣}$ ← جواب (ب)

---

④

$ل = \frac{ب - ٢}{٣}$ | $\frac{١}{٣} = \frac{ب - ٥}{٦}$

$٦ = ٣ ب - ١٥$ | $ب - ٥ = ٢$

$٣ ب = ٢١$ | $\boxed{ب = ٧}$

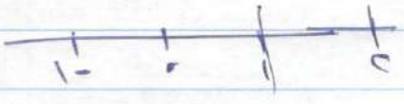
$ب = ٧$ جواب (د)

---

⑤ $\int_{١}^{٤} [س + ١] \, د س$

نعيد تعريف $[س + ١]$ ، $س + ١ = ٠ \Leftarrow س = -١$

$ل = \frac{\text{طول الفترة}}{\text{عدد الفترات}} = \frac{٤}{٤} = ١$



$[س + ١] = \begin{cases} ٢ & ، ١ \le س < ٢ \\ ٣ & ، ٢ \le س < ٤ \end{cases}$

$\int_{١}^{٤} [س + ١] \, د س = \int_{١}^{٢} ٢ \, د س + \int_{٢}^{٤} ٣ \, د س$

$= ٢(٢ - ١) + ٣(٤ - ٢) =$ ٨ جواب (ب)

الملتقى التربوي
. https://wepal.net
wepal.net | RESOURCE #110934 | TRACK a07577fe3c31c30f

السؤال الأول

① $\int (ط أ س + ٣) \, د س = \int (ق أ س - ١ + ٣) \, د س$

جواب

$= \int (ق أ س + ٢) \, د س = ط س + ج س + ء$ (د)

---

② أي من الآتية يعتبر مجزئة للفترة [٤، ١]

الجواب (ء)

---

③ طول الفترات الجزئية متساوي ⇐

$ب - ١ = ١٧ - ١٥$

$ب - ١ = ٢ \Leftarrow ب - ١ = ٢$

$ب = ٣ \Leftarrow ب - ١ = ٢$

$\boxed{ب = ٣}$ ← جواب (ب)

---

④ $ل = \frac{ب - ٢}{٣}$ | $\frac{ب - ٥}{٦} = \frac{١}{٣}$

$ب - ٥ = ٦ \div ٣$ | $ج = ب - ٥$

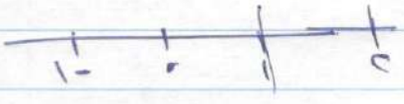
$\boxed{ب = ٧}$ جواب (ء)

---

⑤ $\int_{١}^{ج} [س + ١] \, د س$

نعيد تعريف $[س + ١]$ ، $س + ١ = ٠ \Leftarrow س = -١$

$ل = \frac{ج - ١}{\text{عدد القطاعات}} = \frac{ج - ١}{٣} = ١$



$[س + ١] = \begin{cases} ج & ، إذا س = ج \\ ٣ & ، ٣ \leq س < ج \end{cases}$

$\int_{١}^{ج} [س + ١] \, د س = \int_{١}^{ج} ج \, د س + \int_{ج}^{٤} ٣ \, د س$

$= ج(ج - ١) + ٣ع = \boxed{٢}$ جواب (ب)

الملتقى التربوي
. https://wepal.net
wepal.net | RESOURCE #110934 | TRACK a07577fe3c31c30f

(٦) $م(س)$ ، $ه(س)$ اقترانين قابلين للتكامل $\Leftarrow م(س) - ه(س) = ٩$ (ثابت)

$$\therefore \int_{١}^{٤} [م(س) - ه(س)]\, د س = \int_{١}^{٤} ٩\, د س$$

$$٩(٤-١) = ٩ \Leftarrow ٣ب = ٩ \Leftarrow \boxed{ب = ٣}$$

$$\therefore \int_{-١}^{ج} س\,(ه(س) - ٣س)\, د س =$$

$$\int_{-١}^{ج} ٢س - ٣س\, د س$$

$$= \int_{-١}^{ج} -٦س\, د س = \left[-٢س^{٣}\right]_{-١}^{ج}$$

$$= -٣س^{٢}\Big|_{-١}^{ج} = (-٣(-١)^{٢}) - (-٣(ج)^{٢})$$

$$= (-٣) - (-١٢) = -٣ + ١٢ = ٩$$

(٧) $م(س)$ ، $ه(س)$ اقترانان قابلان للتكامل $\Leftarrow م(س) - ه(س) = ٢$

$$\therefore \int_{ج}^{ج} [م(س) - ه(س)]\, د س = \int_{ج}^{ج} ٢\, د س$$

$$= ٢س + ث$$

اقتران خطي

(أ) $\int_{ج}^{ج} م(س)\, د س = ٢م(س) + ٢$

$$\int_{ج}^{ج} \sqrt{س}\, د س = \int_{ج}^{ج} س^{\frac{١}{٢}}\, د س = \frac{٢}{٣} س^{\frac{٣}{٢}} + ٢ج = \frac{٢}{٣}\sqrt{س^{٣}} + ٢ج$$

$ج = ٠$

(ب) $\int_{٠}^{٣} م(س)\, د س = ٣ \times \int_{٠}^{٣} م(س)\, د س = ٣ \times -٢ = -٦$

$$\therefore \int_{٠}^{٣} م(س)\, د س = ٣ \times \int_{٠}^{٣} م(س)\, د س = ٣ \times -٢ = -٦$$

الملتقى التربوي
. https://wepal.net
wepal.net | RESOURCE #110934 | TRACK a07577fe3c31c30f

(١٠) $\int \frac{e^{2س}-1}{e^{2س}+س}\,د س = -\int \frac{-(e^{2س}-1)}{e^{2س}+س}\,د س$

$= -لو_e |e^{2س}+س| + ط$

(١١) $م(س) = ٢ لو_e س$

$[س_{ن-1}, س_ن]$	$س_ن - س_{ن-1}$	$م(ق_ن)$	$ل_{س_{ن-1}}^{س_ن} م$	$ل_{س_{ن-1}}^{س_ن} م$ (الدقيق)
$[1, هـ]$	$هـ-1$	$٢ لو_e هـ = هـ$	$هـ-1$	مساحة
$[هـ, هـ^2]$	$هـ^2-هـ$	$٢ لو_e هـ^2 = ٢$	$٢(هـ^2-هـ)$	

$\therefore م(ق, م) = \sum م(ق_ن)(س_ن - س_{ن-1})$

$= ٢(هـ^2-هـ) = ٢(هـ-هـ)$

جواب مرفوض

(١٢) $\int_{-1}^{1} |س| \,د س$

الحل نجد تعريف $|س|$

$\therefore \int |س|\,د س = \int -س\,د س = -\frac{س^2}{2}$ + ثابت

$(-\frac{1}{2}) - (-\frac{ب^2}{2}) = (ب) - (0) = ٢$ جواب

(١٣) $\int \frac{(س-1)(س+1)(س^2+1)}{س-1}\,د س = \int (س^2+1)(س+1)\,د س$

$\int س^2\,د س + \int س\,د س + \int 1\,د س = \frac{س^3}{3} + \frac{س^2}{2} + س + ط$

جواب م

(٤)

الملتقى التربوي
. https://wepal.net
wepal.net | RESOURCE #110934 | TRACK a07577fe3c31c30f

(١٤) $\int_{-\infty}^{\infty} \text{ق}(\text{س}) \, \text{د س} = \int_{-\infty}^{\infty} \text{ق}(\text{س}) \, \text{د س}$

$\therefore \int_{-\infty}^{\infty} \text{ق}(\text{س}) \, \text{د س} = \int_{0}^{\infty} \text{د س}$

$= \int_{0}^{1} \text{د س}$

$= (\text{ك}\times\text{ك}) - (\text{ك}\times\text{ك})$

$= ١٠ - ٥$

$= \boxed{٥}$

ج) ب

(١٥) الوسط الحسابي لـ $\text{س}_١ ، \text{س}_٢ ، \text{س}_٣ ، \text{س}_٤ ، \text{س}_٥$ هو $\frac{\text{س}_١ + \text{س}_٢ + \text{س}_٣ + \text{س}_٤ + \text{س}_٥}{٥} = ٥$ $\Leftarrow$ $\text{س}_١ + \text{س}_٢ + \text{س}_٣ + \text{س}_٤ + \text{س}_٥ = ١٠$

$\text{س}_١ = ٩ + \frac{\text{ن} - ٩}{٢}$ ر

$\text{س}_٢ = ٢ + \frac{\text{ن} - ٢}{٢} \times ١$

$= ٢ + \frac{\text{ن} - ٢}{٢}$

$\text{س}_٣ = ٢ + \frac{\text{ن} - ٢}{٢} \times ٣$

$\text{س}_٤ = ٢ + \frac{٣\text{ن} - ٦}{٢}$

$\therefore \text{س}_١ + \text{س}_٢ = ٢ + \frac{\text{ن} - ٢}{٢} + ٢ + \frac{٣\text{ن} - ٦}{٢} = ١٠$

$٤ + \frac{٤\text{ن} - ٨}{٢} = ١٠$

$\frac{٤\text{ن} - ٨}{٢} = ٦$

$٤\text{ن} - ٨ = ٣٦$

$\frac{٤\text{ن}}{٤} = \frac{٤٤}{٤}$

$\boxed{\text{ن} = ١١}$

ج) ب

(٤)

الملتقى التربوي
. https://wepal.net
wepal.net | RESOURCE #110934 | TRACK a07577fe3c31c30f

(١٦) $\int_{-1}^{1} ق(س)\,د س = \lim_{ن \to \infty} م(\Delta س \cdot ق)$

$= \lim_{ن \to \infty} \frac{(ب+١)(ن^{٢}+ج ن)}{ن^{٢}}$

$-٥ = ب+١$

$ب = -٦$

جواب ج

---

(١٧) نأخذ ٩ عامل مشترك $\int \frac{٩\sqrt{(س+ج)} - ٣}{\sqrt{س+ج} - ١}\,د س$ توزيع الجذر

$= \int \frac{٩\sqrt{س+ج} - ٣}{\sqrt{س+ج} - ١}\,د س$

اخراج ٣ عامل مشترك $\int \frac{٣(٣\sqrt{س+ج} - ١)}{\sqrt{س+ج} - ١}\,د س$

$= \int ٣\,د س = ٣س + ج$

جواب ب

---

(١٨) $\int ق'(س)\,د س = س^{٢} + ج$ نعوض الحدين $\Leftarrow ق'(س) = ٢س$

(ب) $\therefore \int_{-١}^{١} ق'(س)\,د س = \int_{-١}^{١} ٢س\,د س = س^{٢}\Big|_{-١}^{١} = ١ - ١ = ٠$

---

(١٩) $\int |س-١|\,د س = \int_{-١}^{١} -(س-١)\,د س$

$= -\left(\frac{س^{٢}}{٢} - س\right)\Big|_{-١}^{١} = -\left(\frac{١}{٢} - ١\right) - \left(\frac{١}{٢} + ١\right)$

$= -\frac{١}{٢} + \frac{٣}{٢} = \frac{٢}{٢} = ١$

$س$	$-\infty$		١		$+\infty$
$س-١$		$-$	٠	$+$	

$س - ١ = ٠ \Leftarrow س = ١$

جواب ب

---

(٢٠) $\int_{\frac{١}{٢}}^{\frac{٣}{٢}} ق'(س)\,د س = ق(س)\Big|_{\frac{١}{٢}}^{\frac{٣}{٢}}$

$ق(س) = س \log_{م} س + ٢ \log_{م} س$

$= ١ + \log_{م} س$

$= ق(\frac{٣}{٢}) - ق(\frac{١}{٢})$

$= (١ + \log_{م} \frac{٣}{٢}) - (١ + \log_{م} \frac{١}{٢})$

$= ١ + \log_{م} \frac{٣}{٢} - ١ - \log_{م} \frac{١}{٢}$

$= \log_{م} \frac{٣}{٢} - \log_{م} \frac{١}{٢}$

$= \log_{م} (\frac{٣}{٢} \div \frac{١}{٢})$

$= \log_{م} ٣$

$= ١$

(٥)

جواب ج

الملتقى التربوي
. https://wepal.net
wepal.net | RESOURCE #110934 | TRACK a07577fe3c31c30f

رقم السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	
الاجابة	ك	ص	ع	ص	ك	ع	ع	ب	ب	ك	

رقم السؤال	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠
الاجابة	ب	ع	ص	ك	ب	ص	ب	ب	ب	ك

السؤال الثاني

(أ) $\int_{1}^{2} (٧ - ٥س)\,دس = -\int_{2}^{1} (٧ - ٥س)\,دس$

$م(س) = ٧ - ٥س$ ، $[س_{ر-١}، س_ر]$ ، $س_ر = ١ + ر$

① $س_{\frac{١}{٢}} = ١ + \frac{١}{٢}ر$

② $م(س_{\frac{١}{٢}}) = ٧ - ٥(١ + \frac{١}{٢}ر)$

$= ٧ - ٥ - \frac{٥}{٢}ر = ٢ - \frac{٥}{٢}ر$

③ $\sum_{ر=١}^{ن} م(س_{\frac{١}{٢}}) = \sum_{ر=١}^{ن} (٢ - \frac{٥}{٢}ر) = \sum_{ر=١}^{ن} ٢ - \frac{٥}{٢}\sum_{ر=١}^{ن} ر$

$= ٢ن - \frac{٥}{٢} \times \frac{ن(ن+١)}{٢}$

$= ٢ن - \frac{٥ن^{٢}}{٤} - \frac{٥ن}{٤} = -\frac{٥ن^{٢}}{٤} - \frac{ن}{٤}$

④ $م(\Delta_{ن}) = ل \sum_{ر=١}^{ن} م(س_{\frac{١}{٢}})$

$= \frac{١}{٢} \times ١ (-\frac{٥ن^{٢}}{٤} - \frac{ن}{٤}) = -\frac{١}{٢} - \frac{٥}{٨}$

⑤ $\int_{١}^{٢} (٧ - ٥س)\,دس = \lim_{ن \to \infty} (-\frac{١}{٢} - \frac{٥}{٨}) = -\frac{١}{٢}$

الملتقى التربوي
. https://wepal.net
wepal.net | RESOURCE #110934 | TRACK a07577fe3c31c30f

السؤال الثاني (ب)

نشتق المعادلة $\theta(t) = \cos t + t\sin t$ بطريقة أخرى

$$\theta'(t) = -\sin t + \sin t + t\cos t$$

بالطرح

$$\theta(t) - \theta'(t) = (t\sin t + \cos t) - (-\sin t + t\cos t)$$

$$= \cancel{t\sin t} + \cos t + \sin t - t\cos t$$

$$= 2\cos t$$

$$\therefore \theta\left(\frac{\pi}{2}\right) - \theta'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2\cos\frac{\pi}{2}$$

$$1 - c = 0$$

$$c = 1$$

الملتقى التربوي
. https://wepal.net
wepal.net | RESOURCE #110934 | TRACK a07577fe3c31c30f

السؤال الثالث

(أ) نشتق المعادلتين $\text{ق}'(س) + س^2 = 6س^2 + 2أ س$

$\therefore \text{ق}'(س) = 5س^2 + 2أ س$

لكن $\text{ق}'(1) = 4 \Leftarrow$

$\text{ق}'(1) = 5(1)^2 + 2أ(1)$

$4 = 5 + 2أ$

$-1 = 2أ \Leftarrow \boxed{أ = -\frac{1}{2}}$

$\therefore \text{ق}'(س) = 5س^2 + 2(-\frac{1}{2})س$

$\boxed{\text{ق}'(س) = 5س^2 - س}$

$\text{ق}(س) = \int \text{ق}'(س) \, د س$

$\text{ق}(س) = \int 5س^2 - س \, د س$

$\text{ق}(س) = \frac{5س^3}{3} - \frac{س^2}{2} + ج$ لكن $\text{ق}(2) = 6$

$\text{ق}(2) = \frac{5(2)^3}{3} - \frac{(2)^2}{2} + ج$

$6 = \frac{40}{3} - 2 + ج \Leftarrow ج = 8 - \frac{34}{3}$

$\boxed{ج = -\frac{10}{3}}$

$\therefore \text{ق}(س) = \frac{5س^3}{3} - \frac{س^2}{2} - \frac{10}{3}$

$\text{ق}(-1) = \frac{5(-1)^3}{3} - \frac{(-1)^2}{2} - \frac{10}{3}$

$= -\frac{5}{3} - \frac{1}{2} - \frac{10}{3}$

$= -\frac{21}{3} - \frac{1}{2} = -7 - \frac{1}{2} : \boxed{-\frac{15}{2}}$

الملتقى التربوي
. https://wepal.net
wepal.net | RESOURCE #110934 | TRACK a07577fe3c31c30f

س ٣ (ب) (١)

$$\int \frac{\cos x}{5-\cos x}\,dx = \int \frac{\cos x}{5-(1+2\sin^2 x)}\,dx$$

$$\int \frac{\cos x}{4-2\sin^2 x}\,dx \qquad y = \sin x$$

$$dy = \cos x\,dx$$

$$\int \frac{\cos x}{4-2y^2} \times \frac{dy}{\cos x} \qquad dx = \frac{dy}{\cos x}$$

$$\int \frac{1}{4-2y^2}\,dy$$ جزئيًا كسور

$$\frac{1}{4-2y^2} = \frac{1}{(2-y)(2+y)} = \frac{A}{2-y} + \frac{B}{2+y}$$

$$1 = A(2+y) + B(2-y)$$

عندما $y = 2 \Rightarrow 1 = A(4) + B(0) \Leftarrow A = \frac{1}{4}$

عندما $y = -2 \Rightarrow 1 = A(0) + B(4) \Leftarrow B = \frac{1}{4}$

$$\therefore \int \frac{1}{4-2y^2}\,dy = \int \frac{\frac{1}{4}}{2-y}\,dy + \int \frac{\frac{1}{4}}{2+y}\,dy$$

$$= -\frac{1}{4}\ln|2-y| + \frac{1}{4}\ln|2+y| + c$$

$$\therefore \int \frac{\cos x}{5-\cos x}\,dx = -\frac{1}{4}\ln|2-\sin x| + \frac{1}{4}\ln|2+\sin x| + c$$

(٢)

$$\int \frac{1}{x^3}\tan\left(\frac{1}{x}\right)dx$$

نفرض $y = \frac{1}{x} \Rightarrow dy = -\frac{1}{x^2}dx$

$$\Rightarrow dx = -x^2\,dy$$

$$\int \frac{1}{x^3}\tan y \times -x^2\,dy = \int -\frac{1}{x}\tan y\,dy$$

$$= \int -y\tan y\,dy$$ بالأجزاء

الملتقى التربوي
. https://wepal.net
wepal.net | RESOURCE #110934 | TRACK a07577fe3c31c30f

ل = ع - ع صناع ع

السؤال الرابع

(ع) ع(ن) = ∫ ت(ن) د ن
= ∫ ١٠ د ن
ع(ن) = ١٠ ن + ﺟ
ع(٠) = ٠
٠ = ١٠(٠) + ﺟ
ﺟ = ٠
ف(ن) = ∫ ع(ن) د ن
ف(ن) = ∫ ١٠ ن د ن
ف(ن) = ٥ ن٢ + ﺟ
ف(ن) = ٥ ن٢ + ﺟ
ف(٠) = ٠ ⇐ ﺟ = ٠
ف(ن) = ٥ ن٢

عندما تكون ع
ارتفاع ٥٥م
أي أنه قطع مسافة ٤٥م
∴ ٥ ن٢ = ٤٥
ن٢ = ٩
ن = ± ٣
ن = ٣ ، ن = -٣ (مرفوض)
ع(٣) = ١٠(٣)
= ٣٠ م/ث

١٠

١٠

الملتقى التربوي
. https://wepal.net
wepal.net | RESOURCE #110934 | TRACK a07577fe3c31c30f

(٧) نفرض ع = ٢س^٢ − ٦س + ٤

$\frac{ع}{(٣-س٢)^{٢}}$ = ص ⇐ ع = ٤س − ٦ ⇐ ص = ع(٣ − ٢س)^{−٢}

عندما س = ٠ ← ع = ٢(٠)^٢ − ٦(٠) + ٤ = ٠ − ٠ + ٤ = ص

عندما س = ٣ ← ع = ٢(٣)^٢ − ٦(٣) + ٤ = ١٨ − ١٨ + ٤ = ٤

$\therefore \int_{٠}^{٤} ق''(ع)\, ع\, د(ع) = \frac{١}{٢} \int_{٠}^{٤} ق''(ع)\, د(ع)$

$\frac{١}{٢}\left[ق'(ع) \right]_{٠}^{٤} = \frac{١}{٢}\left(ق'(٤) - ق'(٠) \right)$

$\frac{١}{٢}(١٧ - ٣) = \frac{١}{٢}(١٤) =$ **٧**

الملتقى التربوي
. https://wepal.net
wepal.net | RESOURCE #110934 | TRACK a07577fe3c31c30f

السؤال الخامس ؟ $(س^2 م(س))' = جتا س$ تأمل الحل

$\int (س^2 م(س))' \, دس = \int جتا س \, دس$

$س^2 م(س) = جا س + جـ$

بفرض $م(\pi) = 0 \Leftarrow \pi^2 م(\pi) = جا \pi + جـ$

$0 = 0 + جـ \Leftarrow جـ = 0$

$\therefore س^2 م(س) = جا س$

$م(\frac{\pi}{2}) = جا \frac{\pi}{2}$

$\frac{\pi^2}{4} \times م(\frac{\pi}{2}) = 1 \Leftarrow م(\frac{\pi}{2}) = \frac{1}{\frac{\pi^2}{4}} = \frac{4}{\pi^2}$

ب) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} (قتا س)^2 - (ظتا س)^2 \, دس$ مفروق بين مربعين

$= \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} (قتا س - ظتا س)(قتا س + ظتا س) \, دس$

متطابقة $1 + ظتا^2 س = قتا^2 س$

$= \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} (1)(قتا س + قتا س - 1) \, دس$

$= \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} 2 قتا س - 1 \, دس = 2 ظتا س - س \Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}$

$= (2 ظتا \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2}) - (2 ظتا \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4})$

$= (2(1) - \frac{\pi}{2}) - (0) = 2 - \frac{\pi}{4}$

الملتقى التربوي
. https://wepal.net
wepal.net | RESOURCE #110934 | TRACK a07577fe3c31c30f

السؤال الثاني

(أ)

$$\int_{\frac{1}{2}}^{1} \frac{(س-1)^2}{س^2 \times س^2}\, د س = \int_{\frac{1}{2}}^{1} \frac{(س-1)^2}{س^2} \times \frac{1}{س^2}\, د س$$

$$= \int_{\frac{1}{2}}^{1} \left(\frac{س-1}{س}\right)^2 \times \frac{1}{س^2}\, د س = \int_{\frac{1}{2}}^{1} \left(1-\frac{1}{س}\right)^2 \times \frac{1}{س^2}\, د س$$

نفرض أن $ع = 1 - \frac{1}{س}$

$$د ع = 0 - \left(-\frac{1}{س^2}\right) د س \Rightarrow \boxed{د س = س^2\, د ع}$$

$$س = \frac{1}{2} \Rightarrow ع = 1 - \frac{1}{\frac{1}{2}} = 1 - 2 = \boxed{-1}$$

$$س = 1 \Rightarrow ع = 1 - \frac{1}{1} = 1 - 1 = صفر$$

$$\therefore \int_{-1}^{0} ع^{ن} \times \frac{1}{س^2} \times س^2\, د ع = \int_{-1}^{0} ع^{ن}\, د ع$$

ن عدد زوجي

$$= \left[\frac{ع^{ن+1}}{ن+1}\right]_{-1}^{0} = (0) - \frac{(-1)^{ن+1}}{ن+1} = -\frac{(-1)}{ن+1} = \frac{1}{ن+1}$$

ط

الملتقى التربوي
. https://wepal.net
wepal.net | RESOURCE #110934 | TRACK a07577fe3c31c30f

مثال (٥) $f'(x) = \frac{x^{-1}}{\sqrt{2 + \log_5 x}}$ أوجد $\int$

$$\int f'(x)\,dx = \int \frac{x^{-1}}{\sqrt{2 + \log_5 x}}\,dx$$

$$= \int$$

$$u = 2 + \log_5 x$$

$$du = \frac{1}{x}\,dx \Leftarrow dx = x\,du$$

$$\int u^{-\frac{1}{2}} + c\,du = \int u^{\frac{1}{2}}\,du$$

$$\frac{u^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + c$$

$$\frac{2}{3}\sqrt{u^3} + c$$

$$\therefore f(x) = \frac{2}{3}\sqrt{2 + \log_5 x} + c$$

لأن $f(5) = 4$

$$f(5) = \frac{2}{3}\sqrt{2 + \log_5 5} + c$$

$$4 = \frac{2}{3}\sqrt{1+2} + c$$

$$4 = \frac{2}{3}\times 2 + c$$

$$4 = 4 + c \Leftarrow c = 0$$

$$f(x) = \frac{2}{3}\sqrt{2 + \log_5 x}$$

يتبع توزيع العلامات للصفحة

انتهت الأسئلة

(١٤)

الملتقى التربوي
. https://wepal.net
wepal.net | RESOURCE #110934 | TRACK a07577fe3c31c30f