State Of Palestine
Ministry of Education
D. G. of Assessment, Evaluation &Examinations

بسم الله الرحمن الرحيم

دولة فلسطين
وزارة التربية والتعليم
الإدارة العامة للقياس والتقويم والامتحانات

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة
لعام 2020م

اليوم:
التاريخ: / /٢٠٢٠م
مدة الامتحان: ساعتان ونصف
مجموع العلامات: (١٠٠) علامة

الفرع: العلمي
المبحث: الرياضيات
الورقة: الأولى
الجلسة: --

ملاحظة: عدد أسئلة الورقة (ستة) أسئلة، أجب عن (خمسة) منها فقط

القسم الأول: يتكون هذا القسم من (أربعة) أسئلة، وعلى المشترك أن يجيب عنها جميعاً

السؤال الأول: (٣٠ علامة)

يتكون هذا السؤال من (٢٠) فقرة من نوع اختيار من متعدد، من أربعة بدائل، اختر رمز الإجابة الصحيحة، ثم ضع إشارة (×) في المكان المخصص في دفتر الإجابة:

١. إذا كان $ن(س) = \begin{cases} ٢س^{٢} + ٤ & ، س \neq ٢ \\ ٦س & ، س = ٢ \end{cases}$ ، فما قيمة $ن'(٢)$؟

أ) ٨ ب) ٦ ج) ١٢ د) غير موجودة

٢. ما قيمة $\lim_{س \to ب} \frac{هـ^{س} - س - ١}{س}$ ؟

أ) $\frac{١}{٢}$ ب) $\frac{١}{٢}$ ج) -١ د) ١

٣. إذا كان $ص = س^{٢}$ لـ $هـ^{س}$ ، حيث $س > ٠$ ، فما قيمة $\frac{د ص}{د س}\Big|_{س=هـ}$ ؟

أ) ٣هـ ب) $\frac{١}{٣}$هـ ج) $\frac{٣}{هـ}$ د) ٣

٤. إذا كان $ص = هـ^{أس}$ ، وكان $ص'' + ٣ص' = ٠$، $١ص$ ، فما هي قيم أ؟

أ) ٥،٢ ب) $-٥،٢$ ج) $-٢،٥$ د) $-٢،-٥$

٥. إذا كان المستقيم $ص = \frac{٩}{٤} - \frac{١}{٤}س$ عموديا على منحنى $ن(س) = اس^{٢} - ٤س + ٥$ ، عند $س = ١$، فما قيمة أ؟

أ) -١ ب) $\frac{٧}{٤}$ ج) $-\frac{١}{٢}$ د) ٣

٦. قذف جسم رأسيا للأعلى وكان ارتفاعه ف بالأقدام بعد ن ثانية معطى بالمعادلة: $ف(ن) = ٩٦ن - ١٦ن^{٢}$ ، فما الزمن الذي يحتاجه الجسم وهو صاعد لتكون سرعته $\frac{١}{٣}$ السرعة التي قذف بها؟

أ) ٢ ب) ١ ج) ٣ د) $\frac{٣}{٢}$

٧. إذا كان $ن(س) = س^{٢}$ ، $هـ(س) = \frac{ب}{٢س - ١}$: $س \neq \frac{١}{٢}$ ، $ب > ٠$، وكان $(ن \circ هـ)'(١) = -٤٨$، فما قيمة الثابت ب؟

أ) ٢ ب) ٤ ج) ٨ د) ١٦

٨. إذا كان $س^{٢} - سص + ص^{٢} = ٣$ ، فما قيمة $\frac{د ص}{د س}$ عند النقطة $(١، -١)$؟

أ) -٢ ب) -١ ج) ١ د) ٢

لاحظ الصفحة التالية

يتبع صفحة (٢) ←

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #111008 | TRACK 21a53af53d818a23

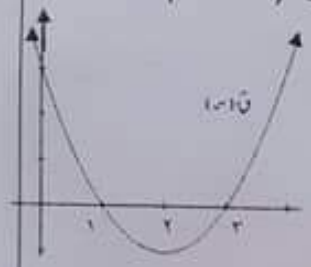
٩. إذا علمت أن الاقتران ق(س) = $\frac{(س^{٢} - ٥س + ٦)(س + ك)}{(س - ٣)}$ ، س ≠ ٣ يحقق شروط نظرية رول في الفترة المغلقة [أ،ب]، وكانت القيمة التي تحددها النظرية هي جـ = ٠ ، فما قيمة الثابت ك؟

أ) ١ ب) -١ ج) ٢ د) -٢

١٠. إذا كان ق(س) = س^{٢} - ٣٢لـو$_{٢}$(س) ، فما عدد القيم الحرجة للاقتران ق(س) على مجاله؟

أ) صفر ب) ١ ج) ٢ د) ٣

**معتمدا على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران ق`(س)، أجب عن الفقرتين (١١، ١٢) الآتيتين:



١١. ما المجال الذي يقع فيه منحنى الاقتران ق(س) تحت جميع مماساته؟

أ)]٠،٣[ب)]٠،٢[ج)]-∞،١[∪]٣،∞[د)]-∞،٢[

١٢. ما قيمة/ قيم س التي يكون عندها للاقتران ق(س) قيمة صغرى محلية؟

أ) ١ ب) ٢ ج) ٣ د) ١، ٣

١٣. إذا كان ق(س) = $\sqrt{٦ - ٢س}$ + ٢ ، فما قياس زاوية الإنعطاف لمنحنى الاقتران ق(س) إن وجدت؟

أ) ٠ ب) $\frac{\pi}{٢}$ ج) π د) لا توجد زاوية انعطاف

١٤. إذا كان لمنحنى الاقتران ق(س) = جاس + أس^{٢} نقطة انعطاف عند س = $\frac{\pi}{٦}$ فما قيمة أ؟

أ) ٤ ب) -٤ ج) $\frac{-١}{٤}$ د) $\frac{١}{٤}$

١٥. إذا كان ق(س) = $\frac{س}{س + ١}$ ، س ≠ -١ ، فما العبارة الصحيحة مما يأتي؟

أ) ق(س) متزايد على ح ب) ق(س) متزايد على]-∞،-١[وعلى]-١،∞[

ج) ق(س) متناقص على ح د) ق(س) متناقص على]-∞،-١[وعلى]-١،∞[

١٦. إذا كان متوسط التغير للاقتران ق(س) = س+لـو$_{هـ}$ س^{٢} حيث س > ٠ ، عندما تتغير س من ١ الى هـ يساوي $\frac{٢ - هـ}{١ - هـ}$ ، فما قيمة ٧؟

أ) -١ ب) ١ ج) -٣ د) ٢هـ -٣

١٧. إذا كان ص = جتا٢٧ ، س = جا٧ ، أوجد $\frac{د ص}{د س}$ ؟

أ) -٤جاس ب) ٤جاس ج) -٤٧ د) -٤س

١٨. إذا كان ق^{٢} ($\sqrt{س}$ + ١) = ٥س^{٢} - ١ ، فما قيمة ق`(٢) ، علماً أن ق(س) > ٠؟

أ) ٥ ب) ١٠ $\sqrt{٢}$ ج) $\frac{٥}{٢}$ د) ١٠

١٩. إذا كان ق(س) = [٢س + ١،٦](٥س - ١)^{٢} ، فما قيمة ق`(٠،٢) ؟

أ) صفر ب) ٢ ج) ١٠ د) غير موجودة

٢٠. إذا كان ق`(س) = ١٨ - ٦س - جا٢س ، فأي من الخصائص التالية تتحقق في منحنى ق(س)، ∀س∈ح؟

أ) متزايد ب) متناقص ج) مقعر للأسفل د) مقعر للأعلى

لاحظ الصفحة التالية
يتبع صفحة (٣) ←

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #111008 | TRACK 21a53af53d818a23

السؤال الثاني: (٢٠ علامة)

أ) إذا كان ن(س) معرف على الفترة [٠،٢] ، حيث $ن(س) = \begin{cases} \frac{٣-س}{٢} & ، س > ١ \\ \frac{١}{س} & ، س \leq ١ \end{cases}$ (٩ علامات)

ابحث في تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة للاقتران ن(س) على الفترة [٠،٢]، ثم أوجد قيمة/ قيم جـ التي تحققها النظرية إن وجدت.

ب) إذا كان $ن'$ (س) كثير حدود متزايد على ح ، هـ(س) = ٢س − س^{٢} ، أثبت أن الاقتران: (٥ علامات)

ل(س) = $ن'$ (س) + هـ(س) × هـ' (س) متزايد ∀س∈[٣،٥].

ج) إذا كان $(س + ص)^{٥} = س^{٢}ص^{٣}$ ، أثبت أن $ص' = \frac{ص}{س}$. (٦ علامات)

السؤال الثالث: (٢٠ علامة)

أ) أوجد معادلة المماس لمنحنى ص = لـ$_{هـ}$(٢ − ٢جاس) عند النقطة الواقعة عليه وإحداثيها السيني يساوي $\frac{\pi}{٤}$؟ (٦ علامات)

ب) اذا كان ص = ٤ظا^{٢}ن ، ن × س = جـ ، ن ≠ ٠، حيث جـ ثابت، وكان $\frac{ح ص}{ح س} = -\frac{٢}{\pi}$ عندما ن = $\frac{\pi}{٤}$، أوجد قيمة الثابت جـ. (٥ علامات)

ج) إذا كان $ن(س) = \frac{-١}{٢}جا^{٢}س + \frac{١}{٤}جا٢س + \frac{٥}{٤}$ ، س∈]٠،π[، أوجد: (٩ علامات)

١) مجالات التقعر للأعلى وللأسفل للاقتران. ٢) نقطة/ نقاط الانعطاف. ٣) زاوية/ زوايا الانعطاف.

السؤال الرابع: (٢٠ علامة)

أ) إذا كان ن(س) = ٦ $\sqrt{س}$ − ٣س ، أوجد: (٦ علامات)

١) مجالات التزايد والتناقص للاقتران ن(س) . ٢) القيم القصوى المحلية، وحدد المطلقة منها إن وجدت.

ب) أوجد مساحة أكبر مستطيل يمكن رسمه في الربع الأول، بحيث يقع رأسان من رؤوسه على محور السينات، أما الرأسان الآخران: فإحدهما يقع على المستقيم ص = ٢٠س، والآخر على المستقيم ص = ٤٢ − س؟ (٧ علامات)

ج) إذا رُسِم للاقتران ن(س) = ا س^{٢} + ب س + ٦ مماسا عند النقطة (٢، ن(٢)) الواقعة عليه، فقطع المماس من محور الصادات ٤ وحدات موجبة، وكان قياس زاوية ميل المماس تساوي $\frac{٣\pi}{٤}$. (٧ علامات)

فما قيمة الثابتين ا ، ب؟

لاحظ الصفحة التالية

يتبع صفحة (٤) ←

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #111008 | TRACK 21a53af53d818a23

القسم الثاني: يتكون هذا القسم من سؤالين وعلى المشترك أن يجيب عن أحدهما فقط.

السؤال الخامس:(١٠ علامات)

أ) إذا كان ل(س) = ١ + لـو$_{هـ}$ $\sqrt{س}$ ، س > ٠، أوجد $\lim_{س \to ١}$ $\left(\frac{ل(س)}{س} - ١\right)\left(\frac{١}{س - ١}\right)$ (٥ علامات)

ب) قذف جسم رأسيا للأعلى من قمة برج ارتفاعه ٦٠ متر بحيث أن إزاحته من قمة البرج تعطى بالعلاقة:

ف = ك ن − ٥ ن^{٢} ، حيث ف بالأمتار بعد ن ثانية. فإذا كان ارتفاعه ١٥ متر عن سطح الأرض بعد مرور ٩ ثوان، فما أقصى ارتفاع يصل إليه الجسم عن سطح الأرض؟ (٥ علامات)

السؤال السادس: (١٠ علامات)

أ) إذا كان ق(س) كثير حدود، وكان المستقيم ص = ٤س − ٣ يمس منحنى ق(س) عند (١، ق(١))، (٥ علامات)

والمستقيم ٣ص − ٢ ا س = ١٨ يمس منحنى ق(س) عند (٣، ق(٣)). باستخدام نظرية رول، أثبت أنه

يوجد جـ ∈]١، ٣[، بحيث ق$'$(جـ) = ٠

ب) إذا كان ق(س) × هـ(س) = ١، وكان كل من الاقترانين ق(س) ، هـ(س) > ٠ ، ∀ س > ٠، (٥ علامات)

وكان ق(٥) = ٣٢ ، ق(أ + ب) = ق(أ) × ق(ب) ، أوجد متوسط التغير للاقتران هـ(س) على الفترة [١، ٤]،

علما أن متوسط التغير للاقتران ق(س) على الفترة [١، ٤] يساوي $\frac{١٤}{٣}$.

انتهت الأسئلة

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #111008 | TRACK 21a53af53d818a23

(٢٠٢٠ لجنة ٦/١٠/٢٠٢٠) / الورقة الاولى

مع دائرة

① $f(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$ ← متصل عند $x = -1$

$f'(x) = 3x^2 + 6x + 3$ على $[-1, 1]$ (القاعدة الثانية للاشتقاق)

$f'(-1) = 3 - 6 + 3 = 0$

$f'(0) = 3$

$f'(1) = 3 + 6 + 3 = 12$

د

② $\lim_{x \to 0} \frac{e^{2x} - 1}{x} = \lim_{x \to 0} \frac{e^{2x} - 1}{2x} \times 2 = 1 \times 2 = 2$

ب

③ $y = \ln x$ ← $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x}$ ← $y = \ln x + \ln x^2$

$= x + 2\ln x$

$\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=e} = e + \frac{2}{e} = \frac{e^2 + 2}{e}$

ب

④ $y = e^{2x}$ ← $\frac{dy}{dx} = 2e^{2x}$ ، $\frac{d^2y}{dx^2} = 4e^{2x}$

$4e^{2x} + 3(2e^{2x}) - 10e^{2x} = 0$ ∴ تحقق على e^{2x} لان $e^{2x} \neq 0$ ∴

$(r + 5)(r - 2) = 0$ ∴ $r^2 + 3r - 10 = 0$ ∴

$r = -5$ ← ب

⑤ $y = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{x}$ ، $\frac{dy}{dx} = x - \frac{1}{x^2}$

ميل العمودي $= \frac{1}{2}$ ← ميل المماس $= -2$

$m = \frac{dy}{dx} = 1 + \frac{1}{x^2}$ ← $x = 1$ ، $m = 2$

$y - \frac{3}{2} = 2(x - 1)$

$y = 2x - \frac{1}{2}$

د

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #111008 | TRACK 21a53af53d818a23

⑥ $ف_ن = 96ن - 16ن^2$

$ع = 96 - 32ن$

$ع = \frac{1}{2}ع_{(0)}$

$= \frac{1}{2} \times 96 = 32$

$ع = 32$

$96 - 32ن = 32$

$64 = 32ن$

$ن = 2$ ث

ب

⑦ $ف(س) = س^3$ و $ع(س) = 3ك$ و $هـ(س) = 6ك$

$ه(س) = \frac{3ك - 1}{2}$ و $هـ(س) = \frac{-2ن}{(ك-1)^2}$

$(ع \circ ه)'(1) = -48$

$ع'(ه(1)) \times ه'(1) = -48$

$ع'(6) \times -2ن = -48$

$6ن \times -2ن = -48$

$-12ن^2 = -48 \Leftarrow ن_2 = 4$

ن = 2 ✓

ن = -2 ✗

ب

$ع'(6) = 6ن$

$ه'(1) = -2ن$

$ه(1) = ن$

⑧ $ف_ن = -ن^3 + 3ن + ه$

$3ك - (3ك^2 + 3ه \times 1) + 2ه\frac{ع}{ع ك} = 0 \therefore$

$3ك - 1 \times \frac{ع}{ع ك} - 1 + 2ك - 1 \frac{ع}{ع ك} = 0 \therefore$

$3 - 3\frac{ع}{ع ك} = 0 \therefore \Leftarrow \frac{ع}{ع ك} = +1$

ب

⑨ $ه(س) = \frac{[س^3 - 5س + 6](س + ه)}{س - 2}$ و $[د و ن]$

$س \neq 3$ لماذا $د و ن < 2$ أو $د و ن > 2$

لكن $ه = 0 < 3 \Leftarrow د و ن < 3$ فيكون $س < 2$

$ه(س) = \frac{(س - 2)(س - 1)(س + ه)}{س - 2}$ $= س^2 + ه س - 2 - ه$

$ه'(س) = 2ك + ه - 0$

$ه'(ه) = 0 \therefore \Leftarrow ه'(0) = 0 \therefore \Leftarrow ه = 2$

ب

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #111008 | TRACK 21a53af53d818a23

(١٠) $ق(س) = س^{٣} - ٣٢ لو_{٥} س$: مجال ق هو $س > ٠$ $]٠ ، +\infty[$

$ق'(س) = ٣س^{٢} - \frac{٣٢}{س \ln ٥}$

$= \frac{٣س^{٣} \ln ٥ - ٣٢}{س \ln ٥}$

$ق'(س) = ٠ \Leftarrow ٣س^{٣} \ln ٥ - ٣٢ = ٠ \Leftarrow س^{٣} = \frac{٣٢}{\ln ٥}$

$س = -٤ \notin]٠ ، +\infty[$ $\quad س = ٤ \in]٠ ، +\infty[$

مقام $ق'(س) = ٠ \Leftarrow س = ٠ \notin]٠ ، +\infty[$

$\Leftarrow$ يوجد نقطة حرجة واحدة عند $س = ٤$ (ب)

(١١) $ق'$ | − − − − | + + + + → $ق'$

$س = ٤$ (ج)

$ق$ متناقص في $]-\infty ، ٤[$ (د)

(١٢) $ق'$ + + | − − − − − − | + + + → $ق'$

$س = ١$ $\quad س = ٣$

عند $س = ٣$ صغرى محلي (ه)

(١٣) $ق(س) = (٦ - ٣س)^{\frac{١}{٣}} + ٣$

$ق'(س) = \frac{١}{٣}(٦ - ٣س)^{-\frac{٢}{٣}} \times -٣ = -(٦ - ٣س)^{-\frac{٢}{٣}}$

$ق''(س) = -\frac{٢}{٣}(٦ - ٣س)^{-\frac{٥}{٣}} \times -٣ = \frac{٢}{(٦ - ٣س)^{\frac{٥}{٣}}}$

$ق'(س) = \frac{-١}{(٦ - ٣س)^{\frac{٢}{٣}}}$ $\quad ق''(س) = \frac{-٢}{٩(٦ - ٣س)^{\frac{٥}{٣}}}$

$ق''$ + + + | − − − → $ق'$

$س = ٢$

$(٣ ، ٢)$ نقطة انعطاف

$\therefore ظا\theta = ق'(٣) = \frac{-١}{٠}$ غير معرفة

$\Leftarrow$ المماس // محور ص $\Leftarrow$ يصنع زاوية قياسها $= ٩٠°$

$\Leftarrow \theta = \frac{\pi}{٢}$ (ز)

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #111008 | TRACK 21a53af53d818a23

(١٤) $ص = هـ^{ك س} + ب س$

$ص' = ك هـ^{ك س} + ب$

$ص'' = ك^{٢} هـ^{ك س}$

عند $س = \frac{\pi}{٤}$ اعط ف

$ص'' = ٠ \Leftarrow ك^{٢} هـ^{\frac{\pi}{٤} ك} + ٢ب = ٠$

$-\frac{١}{٢} = -٢ب \Leftarrow ١ = ٤ب \Leftarrow \boxed{ب = \frac{١}{٤}}$ [د]

(١٥) $ص = \frac{س}{س+١}$ ، $ص' = \frac{(س+١)(١) - س(١)}{(س+١)^{٢}}$

$= \frac{١}{(س+١)^{٢}} \to$ موجب

$ص' > ٠$ على $ح - \{-١\}$

$ص = ٠ \Leftarrow س = ٠$ (ليس لها حل)

ص متزايدة على $]-\infty, -١[\cup]-١, +\infty[$ [د]

(١٦) $ص = س + ن لو_{٥} س$

$\frac{ص(٥) - ص(١)}{٥ - ١} = \frac{١ - ٥}{٢ - ٥} \times \frac{١}{١}$

$\frac{(٥ + ن) - (١ + ٠)}{٥ - ١} = \frac{٥ - ٢}{٥ - ٢}$

$٥ + ن - ١ = ٥ - ٢$

$ن - ١ = -٢$

$\boxed{ن = -١}$ [ب]

(١٧) $ص = جتا ن$ ، $س = جا ن$

$ص = ١ - ٢ جا^{٢} ن = ١ - ٢س^{٢}$

$\frac{د ص}{د س} = -٤س$ [د]

$\begin{pmatrix} جتا ن & -جا ن \\ ٢جا ن جتا ن & ١ - ٢جا^{٢} ن \end{pmatrix}$

(١٨) $ص'(٢س + ١) = ٥ص^{٢} - ١$

$٢ ص(٢س + ١) \times ص'(٢س + ١) \times \frac{١}{٢} = ١٠س$

بفرض $س = ١$

$ص(١) \times ص'(١) \times \frac{١}{٤} = ١٠$

$٢ \times ص'(٢) = ١٠$

$\boxed{ص'(٢) = ٥}$

$٢س + ١ = ٢$

$٢س = ١$

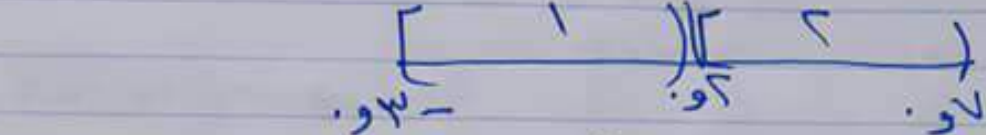
$س = ١$

$\boxed{\begin{array}{l} ص'(٢) = ٥ - ١ \\ ص'(١) = ٤ \\ ص(٢) = \pm ٢ \end{array}}$ [ب]

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #111008 | TRACK 21a53af53d818a23

(19) $ق(س) = [\frac{2}{3}س + \frac{1}{6}]^2 (\sqrt{5}-1)$

نقيد التعريف عول $س = 2$، 0



$ق(س) = \begin{cases} (\sqrt{5}-1)^2 & ، -3 \leq س < 2،0 \\ 2(\sqrt{5}-1)^2 & ، 2،0 \leq س < 5،0 \end{cases}$

$\because$ ق متصل عند $س = 2،0$ $\Leftarrow$ $\because$ ق متصل عند $س = 2،0$

$\because$ ق(س) $\overset{؟؟}{=}$ ق(س) $\overset{؟؟}{=}$ ق(2،0)

$س \to 2،0^-$ ، $س \to 2،0^+$

$ق'(س) = \begin{cases} 2 \times 2،5 (\sqrt{5}-1) & ، -3 < س < 2،0 \\ 2 \times 2 \times 2،5 (\sqrt{5}-1) & ، 2،0 < س < 5،0 \end{cases}$

$ق'(2،0)_- = ق'(2،0)_+$ ، $\because$ ق'(2،0) = $\because$ $\Leftarrow$ ق قابلة للاشتقاق عند $س = 2،0$

(أ)

(ب) $ق'(س) = 18 - 6\sqrt{3} - جا 3س$

$ق''(س) = -6 - 3 جتا 3س$

$-1 \leq جتا 3س \leq 1$

$-3 \leq 3 جتا 3س \leq 3$

$-6 \leq -6 - 3 جتا 3س \leq -6$

$-12 \leq -6 - 3 جتا 3س \leq -12$

$\Leftarrow -6 - 3 جتا 3س < 0$ $\because$ دائماً

$\Leftarrow ق''(س) < 0$ $\because$ على ح

$\Leftarrow$ ق(س) مقعر للأسفل على ح

(ج)

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #111008 | TRACK 21a53af53d818a23

حل ① $f(x) = \begin{cases} x^2 - \frac{1}{2}x & x \le 1 : [0,1[\\ \frac{1}{x} & x > 1 : [1,\infty[\end{cases}$

$\lim_{x\to 1^-} f(x) \stackrel{?}{=} \lim_{x\to 1^+} f(x) \stackrel{?}{=} f(1)$

$1 \stackrel{?}{=} 1 \stackrel{?}{=} 1$ (نعم) $\Rightarrow$ متصل عند $x = 1$

$f(x) = x^2 - \frac{1}{2}x$ متصل في $[0,1[$ لانه كثير حدود دخلي

$f(x) = \frac{1}{x}$ متصل في $[1,\infty[$ لانه نسبي ليس لمقامه اصفار حقيقية

$\Rightarrow f(x)$ متصل على $[0,\infty[$

$f'(x) = \begin{cases} 2x - \frac{1}{2} & 0 < x < 1 \\ -\frac{1}{x^2} & 1 < x < \infty \end{cases}$

$f'(1)_- = \frac{1}{2}$ ، $f'(1)_+ = -1$ $\Rightarrow f'(1)$ غير موجودة

$\Rightarrow f(x)$ غير قابل للاشتقاق في $]0,\infty[$

$\Rightarrow f(x)$ لا يحقق شروط النوسطة في الفترة $[0,\infty[$

* نبحث امكانية وجود $c \in]0,\infty[$ بحيث $f'(c) = \frac{f(1) - f(0)}{1 - 0}$

$f'(c) = \frac{1 - 0}{1} = 1$

في $]0,1[$

$f'(x) = 2x - \frac{1}{2}$

$2x - \frac{1}{2} = 1$

$2x = \frac{3}{2}$

$x = \frac{3}{4} \in]0,1[$

في $]1,\infty[$

$f'(x) = -\frac{1}{x^2}$

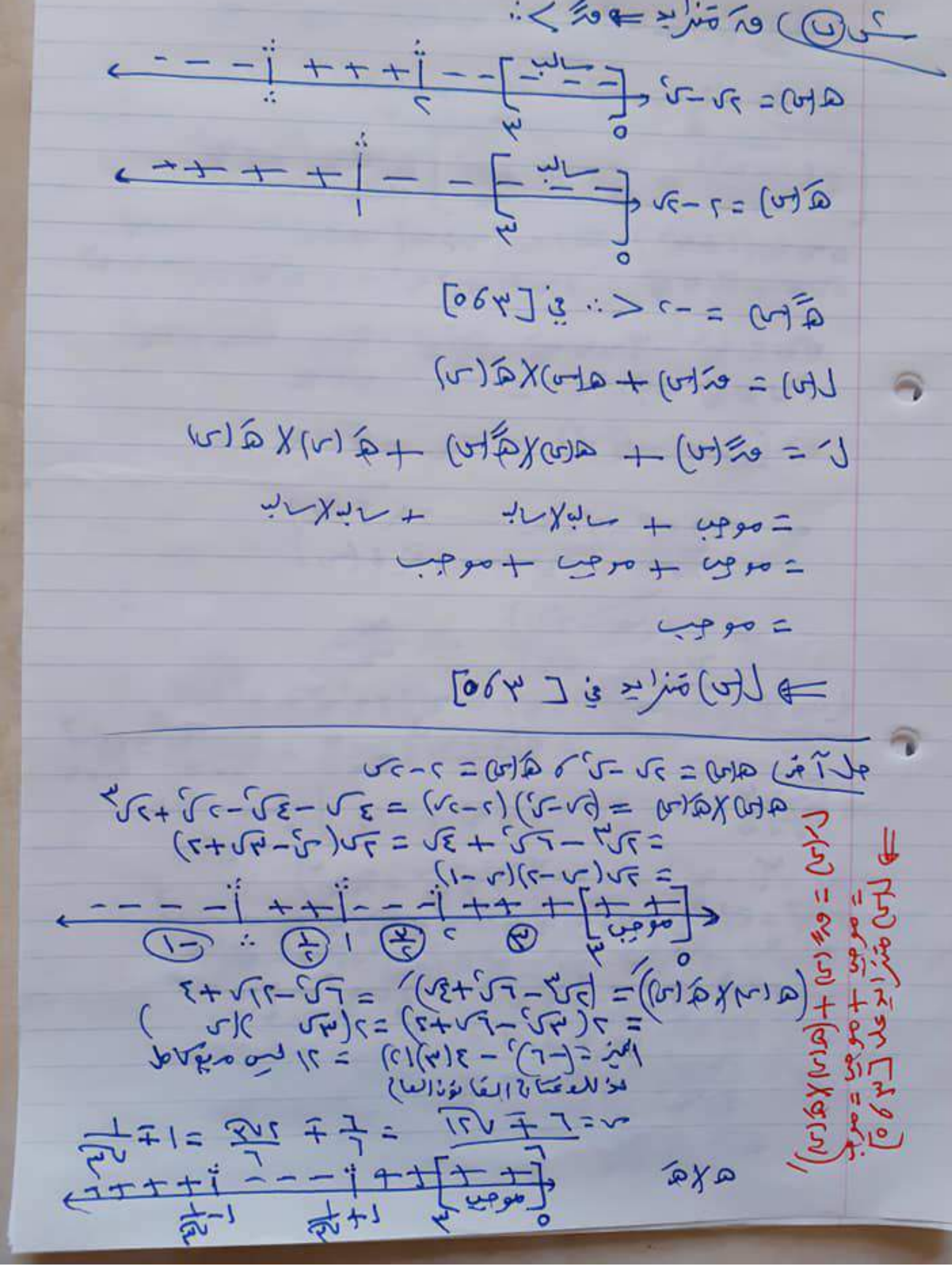
$-\frac{1}{x^2} = 1$

$x^2 = -1$

$x = \pm i$

قيم $c =]0,1[$ التي تحقق النظرية

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #111008 | TRACK 21a53af53d818a23



س ② جـ) $(س+ص)^{٥} = س^{٥} ص^{٣}$ ، أثبت أن $\frac{ص}{س} = \frac{ص}{س}$

طريقة ① $٥ \ln(س+ص) = ٥ \ln س + ٣ \ln ص$

$\frac{٥(١+ص')}{س+ص} = \frac{٥}{س} + \frac{٣ص'}{ص}$] × س ص (س+ص) للتخلص من المقامات

$٥س ص (١+ص') = ٥ص (س+ص) + ٣س' (س+ص)$

$٥س ص + ٥س ص ص' = ٥س ص + ٥ص^{٢} + ٣س^{٢} ص' + ٣س ص ص'$

$٥س ص ص' - ٣س ص ص' - ٣س^{٢} ص' = ٥س ص - ٥س ص + ٣ص^{٢}$

$٢س ص ص' - ٣س^{٢} ص' = ٢ص^{٢} - ٣س ص$

$ص' (٢س ص - ٣س^{٢}) = ٢ص^{٢} - ٣س ص$

$ص' = \frac{٢ص^{٢} - ٣س ص}{٢س ص - ٣س^{٢}}$ ← نحذف (ص)
← نحذف (س)

$= \frac{ص(٢ص - ٣س)}{س(٢ص - ٣س)} = \frac{ص}{س}$

طريقة ② $٥ \ln(س+ص) = ٤ \ln(١+ص') = ٤ س ص^{٣} ص' + ٢ص^{٤} ص'$

$\frac{٥(س+ص)}{١} \times \frac{٤}{س+ص} = \frac{٥}{س+ص} = \frac{٥ص^{٣}}{س+ص}$

$\Leftarrow$ [$\frac{٥ص^{٣}}{س+ص} (١+ص') = ٣س ص^{٢} ص' + ٢ص^{٣}$] × (س+ص) للتخلص من المقام

$٥ص^{٣}(١+ص') = (س+ص)[٣س ص^{٢} ص' + ٢ص^{٣}]$

$٥ص^{٣} + ٥ص^{٣} ص' = ٣س ص^{٢} ص' + ٢ص^{٣} + ٣س ص^{٢} ص' + ٢ص^{٣} ص'$

$٥ص^{٣} ص' - ٣س ص^{٢} ص' - ٣س ص^{٢} ص' - ٢ص^{٣} ص' = ٢ص^{٣} + ٢ص^{٣} - ٥ص^{٣}$

$ص' [٥ص^{٣} - ٣س ص^{٢} - ٣س ص^{٢} - ٢ص^{٣}] = ٢ص^{٣} - ٣س^{٢} ص^{٢}$

$ص' [٢ص^{٣} - ٣س ص^{٢}] = ٢ص^{٣} - ٣س^{٢} ص^{٢}$

$ص' = \frac{٢ص^{٣} - ٣س^{٢} ص^{٢}}{٢ص^{٣} - ٣س ص^{٢}} = \frac{ص(٢ص^{٢} - ٣س^{٢} ص)}{ص(٢ص^{٢} - ٣س ص)}$

$ص' = \frac{ص}{س}$

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #111008 | TRACK 21a53af53d818a23

طريقة ② $(س+ص)^{٥}$ = $س^{٥}$ + ناتج الجزء الخامس

$س + ص = س^{\frac{٥}{٥}} ص^{\frac{٥}{٥}}$

$لو(س+ص) = \frac{٥}{٥} لو س + \frac{٥}{٥} لو ص$

$\left[\frac{س+ص}{س+ص} = \frac{٥}{٥} + \frac{٥ ص}{٥ س}\right] \times ٥ س ص (س+ص)$ للتخلص من المقامات

$(١+ص)(٥س ص) = ٢ص(س+ص) + ٢س(س+ص)ص$

$٥س ص + ٥س ص ص = ٢س ص + ٢ص^{٢} + ٢س^{٢} ص + ٢س ص ص$

$٥س ص ص - ٢س^{٢} ص - ٣س ص ص = ٢س ص + ٢ص^{٢} - ٥س ص$

$٢س ص ص - ٣س^{٢} ص = ٢ص^{٢} - ٣س ص$

$ص(٢س ص - ٣س^{٢}) = ٢ص^{٢} - ٣س ص$

$ص = \frac{٢ص^{٢} - ٣س ص}{٢س ص - ٣س^{٢}} = \frac{ص(٢ص - ٣س)}{س(٢ص - ٣س)} = \frac{ص}{س}$

طريقة ③ $س + ص = س^{\frac{٥}{٥}} \times ص^{\frac{٣}{٥}}$

$١ + ص = \frac{٥}{٥} س^{\frac{٣}{٥}} \times ص^{\frac{٣}{٥}} + س^{\frac{٥}{٥}} \times \frac{٣}{٥} ص^{\frac{٣}{٥}} \times ص$

... أكمل الحل

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #111008 | TRACK 21a53af53d818a23

س ٤) $ص = لو_{هـ}(١ - جتا س) = ق(س)$

$ق(\frac{\pi}{٢}) = لو_{هـ}(١ - جتا \frac{\pi}{٢}) = لو_{هـ} ١ = ٠$

$\therefore$ نقطة التماس $(\frac{\pi}{٢}, ٠)$

$ق'(س) = \frac{جتا س}{١ - جتا س}$

$ق'(\frac{\pi}{٢}) = \frac{١}{١ - ٠} = ١$

معادلة المماس: $ص - ٠ = ١(س - \frac{\pi}{٢})$

$\boxed{ص = س - \frac{\pi}{٢}}$

س ٥) $ص = ظا^{-١} ٢ س$ ، $\frac{د ص}{د ن} = ٣$ ، $ص = \frac{\pi}{٤}$ ، $ن = ٠$

$\frac{د ص}{د ن} = \frac{د ص}{د س} \times \frac{د س}{د ن}$

$٣ = \frac{٢}{١ + ٤ س^{٢}} \times \frac{د س}{د ن}$

$\frac{د س}{د ن} = \frac{٣}{٢}(١ + ٤ س^{٢})$

$\frac{د ن}{د س} = \frac{٢}{٣}(١ + ٤ س^{٢})$

$\frac{د ن}{د ص} = \frac{د ن}{د س} \times \frac{د س}{د ص}$

$= \frac{٢}{٣}(١ + ٤ س^{٢}) \times \frac{١ + ٤ س^{٢}}{٢}$

$= \frac{١}{٣}(١ + ٤ س^{٢})$

$= \frac{١}{٣}(١ + ٤ ظا^{٢} ص)$

$= \frac{١}{٣}(١ + ٤ ظا^{٢} \frac{\pi}{٤})$

$= \frac{١}{٣}(١ + ٤ \times ١^{٢})$

$= \frac{١}{٣} \times ٥ = \frac{٥}{٣}$

$\boxed{\begin{array}{l} ن = ٠ \\ ص = \frac{\pi}{٤} \\ د ن = ٣ \end{array}}$

$\boxed{\begin{array}{l} ن \times ٣ = ٠ \\ \frac{\pi}{٤} \times ٣ = ٠ \\ ٣ = \frac{٤ د}{\pi} \end{array}}$

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #111008 | TRACK 21a53af53d818a23

س٣ ⓐ) $ه(س) = \frac{1}{2}$ جتا^{2}س + $\frac{1}{4}$ جتاس + $\frac{5}{4}$ ، $س \in [0 ، 2\pi[$

$ه(س)$ متصل على $[0 ، 2\pi[$ لانه ناتج جمع وضرب اقترانات متصلة (دائرى وثوابت)

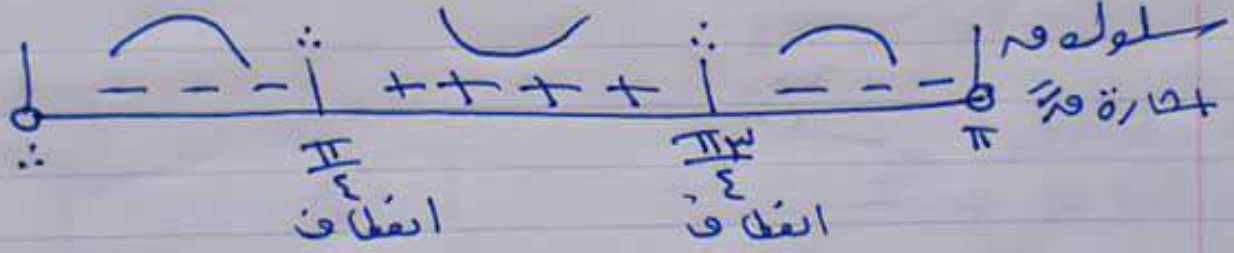
$ه'(س) = \frac{1}{2} \times 2$ جتاس (-جاس) + $\frac{1}{4} \times$ -جاس + 0 ∴

$= -\frac{1}{2}$ (جاس جتاس) $- \frac{1}{4}$ جاس $= -$ جاس

$ه''(س) = -$ جتاس

$ه''(س) = 0 \Leftarrow$ جتاس $= 0 \Leftarrow س = \frac{\pi}{2} ، \frac{3\pi}{2}$

$\Leftarrow س = \frac{\pi}{4} ، \frac{3\pi}{4} \in [0 ، 2\pi[$



ⓑ $ه(س)$ متقعر لاسفل فى $[\frac{\pi}{4} ، \frac{3\pi}{4}]$

$ه(س)$ متقعر لاعلى فى $[0 ، \frac{\pi}{4}[\cup]\frac{3\pi}{4} ، 2\pi[$

ⓒ نقطا الانعطاف : $(\frac{\pi}{4} ، 1)$

$(\frac{3\pi}{4} ، 1)$

ⓓ ظا$\theta_1 = ه'(\frac{\pi}{4}) = -$ جا$\frac{\pi}{2} = -1$

$\Leftarrow \theta_1 = 135° = \frac{3\pi}{4}$

ظا$\theta_2 = ه'(\frac{3\pi}{4}) = -$ جا$\frac{3\pi}{2} = 1$

$\theta_2 = 45° = \frac{\pi}{4}$

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #111008 | TRACK 21a53af53d818a23

مثال (٩) $ق(س) = ٦\sqrt{س} - ٣س$ (المجال $= [٠, +\infty[$)

متصل على المجال لأنه ناتج طرح (ثابت × جذر تربيعي × كثير حدود)

و عنده اشتقاقات متصل

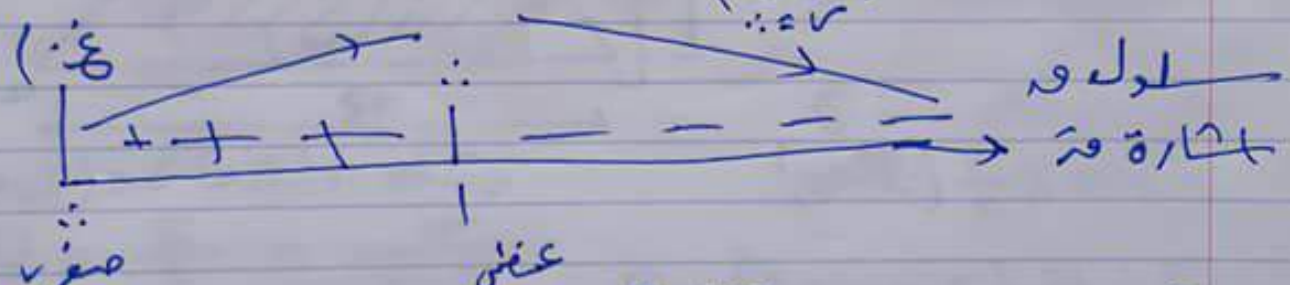
$ق'(س) = ٦ \times \frac{١}{٢\sqrt{س}} - ٣$

$= \frac{٣ - ٣\sqrt{س}}{\sqrt{س}}$ في $]٠, +\infty[$

$ق' = ٠ \Leftarrow \sqrt{س} = ١ \Leftarrow س = ١$

$\therefore$ ق' غير معرفة $\Leftarrow س = ٠ \in$ مجال ق

المرجع: $ق'(١) = ٠$ ، $ق'(٤) < ٠$

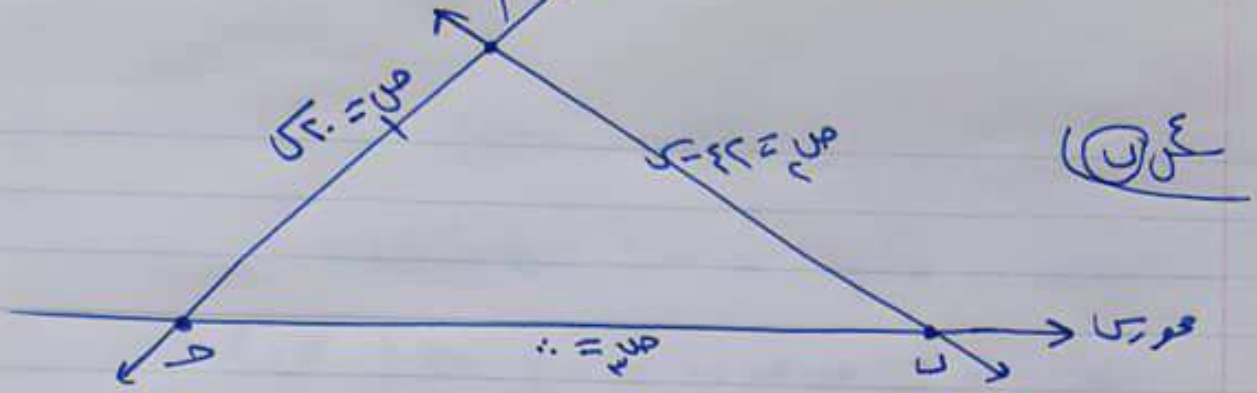


① ق متزايد في $[٠, ١]$
ق متناقص في $[١, +\infty[$

② $ق(١) = ٣$ عظمى محلية (مطلقة)

③ $ق(٠) = ٠$ صغرى محلية (غير مطلقة)

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #111008 | TRACK 21a53af53d818a23



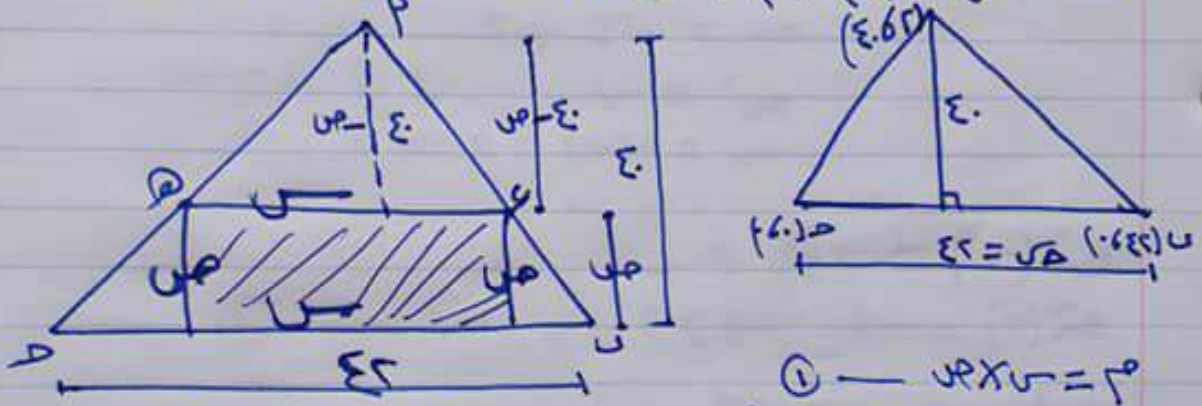
مثل (ب)

نجد رؤوس المثلث م ب ح هـ

هـ: تقاطع ص١ مع ص٢ ⇐ ٢٠ك = ٠ ⇐ ك = ٠ ⇐ هـ (١٠٧٠)

م: تقاطع ص١ مع ص٣ ⇐ ٢٠ك = ٤٢ - ك ⇐ ك = ٢ ⇐ م (٢، ٤٠٦)

ب: تقاطع ص٢ مع ص٣ ⇐ ٤٢ - ك = ٠ ⇐ ك = ٤٢ ⇐ ب (٤٢، ١٠٦)



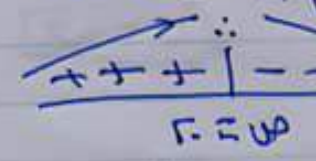
م = س × ص ——— ①

م = ص × ٢١/٢٠ (٤٠ - ص)

م = ٢١/٢٠ (٤٠ ص - ص٢) ——— ②

م' = ٢١/٢٠ [٤٠ - ٢ ص] = ٠ ∴

ص = ٢٠ ← النقطة الحرجة



التحقق: م' لذلك م اكبر ما يمكن عندما ص = ٢٠

المطلوب: اكبر مساحة نعوض ص = ٢٠ في ②

م = ٢١/٢٠ [٤٠ × ٢٠ - (٢٠)٢] نخرج (٢٠) عامل مشترك

= ٢١/٢٠ × ٢٠ (٤٠ - ٢٠) = ٢١ × ٢٠ = ٤٢٠ وحدة مربعة

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #111008 | TRACK 21a53af53d818a23

ع ق (ه) ، و(س) = ٢س^٢ + ب س + ٦

م_المماس = ظا ٣/٤ = -١ ⇐ و'(٢) = -١

المماس يقطع محور ص عندما ص = ٤ ⇐ (٠، ٤)

⇐ عند س = ٢:

معادلة المماس: ص - ٤ = -١(س - ٠)

ص = -س + ٤

ص' = -١ ⇐ و'(٢) = -١

ص = -٢ + ٤ = ٢ ⇐ و(٢) = ٢

و'(س) = ٢أس + ب

و'(٢) = -١ ⇐ ٤أ + ب = -١ ——— ①

و(أ) = ٢ ⇐ ٤/٣ أ + ٢ب + ٦ = ٢

٤أ + ٣ب = -١٢ ——— ②

نطرح ② - ①

⇐ -٢أ = -١ ⇐ أ = ١/٢

ومن ① ⇐ ١ + ب = -٣

ب = -٤

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #111008 | TRACK 21a53af53d818a23

س ④) $ل(س) = 1 + \frac{1}{2}\ل و_س$ ، $س > 0$

$ل'(س) = 0 + \frac{1}{2} \times \frac{1}{س}$ ⇐ $ل'(1) = \frac{1}{2}$ نعوض في ①

⇐ الميل $= \frac{1}{2} - 1 = -\frac{1}{2}$

س ⑤) $ف_1 = له ن - 5ن^2 + 60$ عن سطح الأرض

$ف_1(9) = 15$

$9له - 5 \times 81 + 60 = 15$

$9له = 360$

$\boxed{له = 40}$

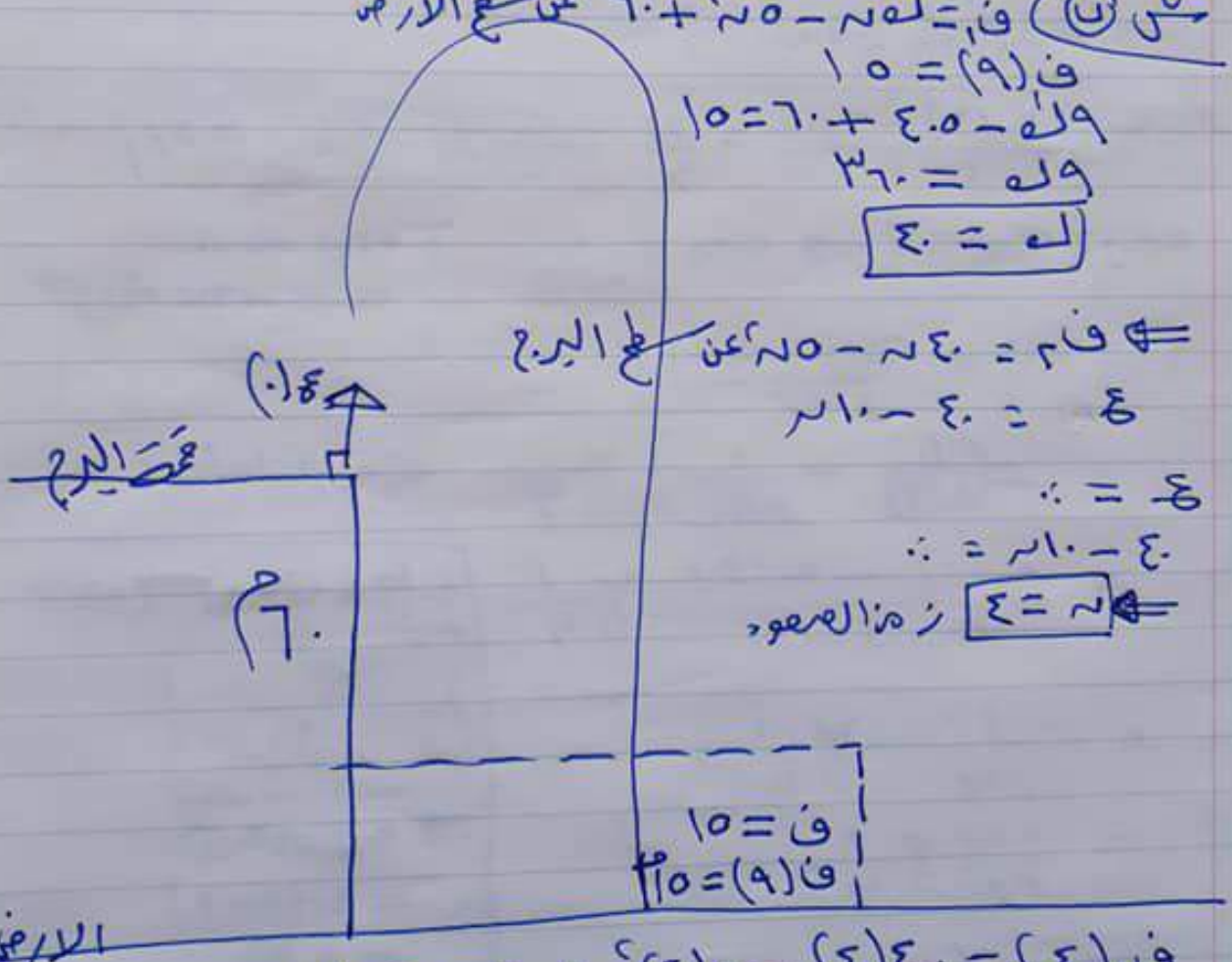
⇐ $ف_2 = 40ن - 5ن^2$ عن سطح البرج

$ع = 40 - 10ن$

$ع = 0$ ∴

$40 - 10ن = 0$ ∴

$\boxed{ن = 4}$ ز هذا الصعود



$ف_1(4) = 40(4) - 5(4)^2 + 60$ عن سطح الأرض

$= 160 - 80 + 60$

$= 140$ م

(أقصى ارتفاع عن سطح الأرض)

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #111008 | TRACK 21a53af53d818a23