

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دولة فلسطين
وزارة التربية والتعليم

الرياضيات

الفرع العلمي والصناعي

الفترة الثانية

جميع حقوق الطبع محفوظة ©

دولة فلسطين
وزارة التربية والتعليم



مركز المناهج

mohe.ps | mohe.pna.ps | moehe.gov.ps

f.com/MinistryOfEducationWzartAltrbytWaltlym

هاتف +970-2-2983280 | فاكس +970-2-2983250

حي الماصيون، شارع المعاهد

ص. ب 719 - رام الله - فلسطين

pcdc.mohe@gmail.com | pcdc.edu.ps

الوحدة

٢

العبارات الرياضية المتكافئة (الفرع العلمي فقط)

١ - ٢

العبارات الرياضية المسورة

٢ - ٢

نفي العبارة المسورة

٣ - ٢

البرهان الرياضي

٤ - ٢

حل نظام مكون من ثلاث معادلات خطية

٥ - ٢

حلّ نظام من معادلتين في متغيرين: إحداهما خطية، والأخرى تربيعية

٦ - ٢

حلّ نظام مكون من معادلتين تربيعيتين في متغيرين

٧ - ٢

حل معادلات أسية ولوغاريتمية

٨ - ٢

حل أنظمة المتباينات الخطية بمتغيرين (الفرع العلمي فقط)

٩ - ٢

حلّ معادلات تتضمن القيمة المطلقة (الفرع العلمي فقط)

١٠ - ٢

٣

٦

٩

١٠

١٥

١٧

١٨

٢٠

٢٢

٢٥

النتائج

- يتوقع من الطلبة بعد الإنهاء من دراسة هذه الوحدة المتمازجة والتفاعل مع أنشطتها أن يكونوا قادرين على
- توظيف العبارات الرياضية وادوات الربط وأنظمة المعادلات في الحياة العملية من خلال الآتي:
- ١ التعرف إلى العبارات المسورة جزئياً وكلياً، والحكم على صحتها.
 - ٢ إثبات صحة بعض العبارات الرياضية باستخدام طرق البرهان الرياضي (المباشر، والتناقض).
 - ٣ حل نظام مكون من ثلاث معادلات خطية.
 - ٤ حل نظام من معادلتين إحداهما خطية، والأخرى تربيعية.
 - ٥ حل نظام من معادلتين تربيعيتين.
 - ٦ حل معادلات أسية، ولوغاريتمية.
 - ٧ حل معادلات تتضمن القيمة المطلقة.
 - ٨ حل نظام من متباينتين خطيتين بمتغيرين.

أولاً: إثبات تكافؤ عبارتين رياضيتين مركبتين باستخدام جداول الصواب:

من الاستخدامات المهمة لجداول الصواب، هو استخدامها في إثبات تكافؤ عبارتين رياضيتين، ويتم ذلك بكتابة قيم الصواب الممكنة لكل من العبارتين، وملاحظة القيم المتناظرة لهما:

مثال ١ :

أتأمل جدول الصواب للعبارتين: $\sim (ف٨ ن)$ ، $\sim ف٧ ن$

ف	ن	ف٨ ن	$\sim (ف٨ ن)$	$\sim ف٧ ن$	ن	$\sim ف٧ ن$
ص	ص	ص	خ	خ	خ	خ
ص	خ	خ	ص	خ	ص	ص
خ	ص	خ	ص	ص	خ	ص
خ	خ	خ	ص	ص	ص	ص

ألاحظ أن قيم صواب العبارتين المتناظرة في الجدول هي ذاتها، فأقول: إن العبارتين متكافئتان، وأكتب ذلك بالرموز $\sim (ف٨ ن) \equiv \sim ف٧ ن$ ،
والتكافؤ السابق يوضح لنا كيف ننفي العبارة المركبة $(ف٨ ن)$ ، حيث يتم ذلك بنفي مركبتها، وتحويل أداة الربط ٨ إلى ٧ ، فعند قولنا ليس صحيحاً أن «الفول من البقوليات والزعر نبات طبي» فإن ذلك يعني: إما أن الفول ليس من البقوليات أو أن الزعر ليس نباتاً طبيّاً.

تعريف: تكون العبارتان الرياضيتان المركبتان متكافئتين، إذا كان لهما نفس قيم الصواب المتناظرة في جدول صوابهما.

مثال ٢ :

أبين تكافؤ أو عدم تكافؤ العبارتين $\sim ف٧ ن$ ، $\sim ف٨ ن$ باستخدام جدول الصواب

ف	ن	$\sim ف٧ ن$	$\sim ف٨ ن$	ف	$\sim ف٧ ن$
ص	ص	خ	ص	خ	خ
ص	خ	ص	ص	خ	ص
خ	ص	خ	خ	ص	ص
خ	خ	ص	ص	ص	خ

الحل :

ألاحظ أن قيم الصواب المتناظرة للعبارتين ليست نفسها، لذا $\sim ف٧ ن$ لا تكافئ $\sim ف٨ ن$

إليك العبارتين التاليتين:

نشاط ١ :

ف: الوطن عزيز، ن: الحرية غالية

- أعبر عن ف $\leftarrow$ ن ، ن $\sim$ $\leftarrow$ ف بالكلمات

- أملأ الفراغات اللازمة في جدول الصواب الآتي:

ف	ن	ف $\leftarrow$ ن	ن $\sim$	ف $\sim$	ن $\sim$ $\leftarrow$ ف
ص	ص	ص			
ص	خ	خ			
خ	ص	ص			
خ	خ	ص			

- ماذا ألاحظ على قيم الصواب المتناظرة للعبارتين ف $\leftarrow$ ن ، ن $\sim$ $\leftarrow$ ف ؟

ألاحظ أن ف $\leftarrow$ ن $\equiv$ ن $\sim$ $\leftarrow$ ف وهذا يوصلني إلى التعريف الآتي:

تعريف: المعاكس الإيجابي للعبارة الرياضية ف $\leftarrow$ ن هو ن $\sim$ $\leftarrow$ ف

أكتب المعاكس الإيجابي لكل مما يأتي:

مثال ٣:

- ١ إذا ساد العدل أمن المجتمع.
- ٢ إذا كان العدد ١٧ أولياً فإن مجموعة قواسمه ليست ثنائية.
- ٣ (س - ٢) من عوامل س - ٨ ، إذن س - ٨ = (س - ٢) (س + ٤)

١ إذا لم يأمن المجتمع لم يسد العدل.

الحل :

- ٢ إذا كانت مجموعة قواسم العدد ١٧ ثنائية فإنه ليس أولياً.
- ٣ إذا كان س - ٨ $\neq$ (س - ٢) (س + ٤) فإن (س - ٢) ليس من عوامل س - ٨

أتعلم: ١ $\sim$ (ف $\sim$) $\equiv$ ف نفي النفي (النفي المتكرر)

٢ $\sim$ (ف ٨ ن) $\equiv$ ف ٧ ن $\sim$ ، $\sim$ (ف ٧ ن) $\equiv$ ف ٨ ن قانون دي مورغان

٣ نفي العبارة الرياضية الشرطية إذا كان ف فإن ن: هو ف وليس ن أي بتثيت مقدمتها ونفي تاليها.

أي أن $\sim$ (ف $\leftarrow$ ن) $\equiv$ ف ٨ ن

- ١ إذا كان ق(س) اقتراناً زوجياً فإن منحناه متماثل حول نقطة الأصل.
- ٢ هـ س اقتران متزايد إذن $(هـ^3 < هـ^2)$.

- ١ ق(س) اقتران زوجي ومنحناه غير متماثل حول نقطة الأصل..
- ٢ هـ س اقتران متزايد و $(هـ^3 \geq هـ^2)$.

تمارين ومسائل ١-٢

- ١ أبن تكافؤ أو عدم تكافؤ العبارات الرياضية الآتية باستخدام جداول الصواب:
 - ١ $f \leftarrow \sim n$ ، $\sim f \wedge n$
 - ٢ $(f \wedge n) \leftarrow \sim f$ ، $\sim f \vee \sim n$
- ٢ أكتب المعاكس الإيجابي للعبارات الرياضية الآتية:
 - ١ $(\exists x) \leftarrow (\exists x) \sqrt{2} \vee (x \vee \sim x)$
 - ٢ إذا كان التدخين مضرًا بالصحة أو الفواكه مفيدة فإن السمك عالي القيمة الغذائية.
- ٣ أنفي العبارات الرياضية الآتية:
 - ١ إذا كان المثلث متساوي الأضلاع فإنه حاد الزوايا.
 - ٢ المنطق من فروع الرياضيات إذن الرياضيات لغة العلوم.
 - ٣ $2 < \sqrt{5} \geq 3$

أولاً: العبارات الرياضية المسورة كلياً

تعريف: إذا كانت ق(س) جملةً مفتوحةً فإن العبارة الرياضية لكل س، ق(س) تسمى عبارة رياضيةً مسورةً كلياً وتكتب $\forall$ س، ق(س).

لتكن العبارة الرياضية ق(س): الأم حنون، يمكن كتابة العبارة الرياضية «جميع الأمهات حنونات» رمزياً بالصورة $\forall$ س، ق(س).

وتكون العبارة الرياضية $\forall$ س، ق(س) صائبةً إذا كانت مجموعة حلها مساويةً لمجموعة تعويضها، أي أنها تكون صائبةً، إذا كان كل تعويض للمتغير من مجموعة التعويض يجعلها صائبةً.

مثال ١: أجد قيمة صواب العبارة الرياضية المسورة الآتية:

$$\forall س، (س + ١) = س^٢ + ٢س + ١، س \in \mathbb{C}.$$

الحل: العبارة الرياضية صحيحة عند أي تعويض س من مجموعة التعويض، إذن العبارة المسورة صائبة.

وتكون العبارة المسورة $\forall$ س، ق(س) خاطئة، إذا كانت مجموعة حلها لا تساوي مجموعة التعويض، أي أنه إذا وجد تعويض واحد على الأقل من مجموعة التعويض يجعلها خاطئة.

مثال ٢: ما قيمة صواب العبارة المسورة $\forall$ س، س^٢ < صفر، س ∈ ص؟

الحل: التعويض س = ٠ يجعل العبارة الرياضية خاطئة، إذن العبارة المسورة خاطئة.

نشاط ١: أبين قيم الصواب للعبارات الآتية:

١ جميع المثلثات قائمة الزاوية.

ألاحظ أن هذه العبارة المسورة خاطئة، لعلمنا بوجود كثير من المثلثات غير القائمة،

كالمثلث منفرج الزاوية على سبيل المثال لا الحصر ...

٢ كل عدد يقبل القسمة على ١٠ يقبل القسمة على ٥.

هذه عبارة صحيحة، أفكر في إثباتها بشكل عام.

٣ جميع أعمار طلبة الصف الحادي عشر تزيد عن ١٤ عاماً.

٤ $\forall s \exists h, s <^2 s$

٥ $\forall s \exists h, s =^2 (s - 1)(s + 1) + 1$

ثانياً: العبارات الرياضية المسورة جزئياً

تعريف: إذا كانت هـ(س) جملة مفتوحة فإن العبارة الرياضية يوجد س : هـ(س) تسمى عبارة رياضية مسورة جزئياً وتكتب E س: هـ(س)

وتكون هذه العبارة الرياضية صائبة، إذا وجد تعويض واحد على الأقل من مجموعة التعويض، يجعلها صائبة، وتكون خاطئة، إذا كان كل تعويض من مجموعة التعويض يجعلها خاطئة، أي أن مجموعة حلها $\emptyset$

مثال ٣: ما قيمة صواب كل من العبارات الرياضية المسورة الآتية:

١ بعض الأعداد الطبيعية تقسم على ٥.

٢ E ع: ع^٣ = ٨ - ع ، $\exists$ ع ط

٣ E ص: ص^٤ = ٥ ، $\exists$ ص ح

٤ $\forall$ س ، $(\forall s = s^2) \vee (\exists s \text{ عدد زوجي})$ ، $\exists$ س ح

الحل : ١ صائبة.

٢ خاطئة.

٣ صائبة.

٤ خاطئة.



١ أضع دائرةً حول رمز الإجابة الصحيحة فيما يأتي:

١ ما العبارة المسورة الصائبة فيما يأتي؟

(أ) $E: s: s^2 = s, s \in \text{ص}$ - (ب) $\forall s, s^3 = s, s \in \text{ط}$

(ج) $E: s:s^2 = s^3:s^2$ ، $s \ni n$ (د) $E: k:k^2 = k^3:k^2$ ، $k \ni p$

٢ ما العبارة المسورة الخاطئة فيما يأتي، إذا كانت مجموعة التعويض = ح ؟

$$\text{(أ) } E_{\text{س}}: [\text{س}] = 3, 5 \quad \text{(ب) } E_{\text{س}}: |\text{س}| = 8$$

$$\text{E س: } \sqrt{1 + s} \quad (\text{د}) \quad \text{E س: } \frac{s}{1 + s^2} < 0 \quad (\text{ج})$$

٣ أحدد العبارة المسورة الصائبة فيما يأتي؟

(أ) $\forall s, s \in C \rightarrow s \in C^+$ (ب) $\forall s, s \in C \rightarrow s \in C^+$

(ج) $\nabla s, s \in \mathcal{H} \leftarrow \sqrt{s} \in \mathcal{N}$ (د) $\nabla s, s \in \mathcal{H} \leftarrow \sqrt{s} \in \mathcal{H}$

٢ أبين صواب أو خطأ كل من العبارات المسورة الآتية، مع ذكر السبب.

١ $E: s:s^2 = 2$ ، $s \in \mathcal{H}$

٢ $\forall s, s \geq \cdot \leftarrow s^2 < \cdot$ ، $s \in \mathcal{H}$

٣ $\forall s, E s : s > s, s, s \exists c$

٤ E ، s ، v : $(2s + v = 6) \wedge (s + 1 = \frac{1}{2})$ ، s ، $v \exists C$

٥ $\vec{a}, \vec{b} \in E : |\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a}| + |\vec{b}|$ ، $\vec{a}, \vec{b}$ يتتميان لمجموعة المتجهات في الفراغ.

تعريف: $\sim (E \text{ س ، ق (س))$ هو $(E \text{ س : } \sim \text{ق (س)})$

أما إذا أردت نفي العبارة «بعض أجهزة الحاسوب معطلة» فإن نفيها هو: كل أجهزة الحاسوب غير معطلة» أي أنه عند نفي العبارة الرياضية المسورة جزئياً، فإننا نستبدل السور الجزئي E بالسور الكلي $\forall$ وننفي الجملة المفتوحة.

تعريف: $\sim (E \text{ س : ق (س)})$ هو $(\forall \text{ س ، } \sim \text{ق (س)})$

أنفي العبارات المسورة الآتية:

مثال ١ :

١ كل الأعداد الطبيعية هي أعداد حقيقية. ٢ بعض الأعداد الحقيقية نسبية.

٣ $\forall \text{ س ، } \forall \text{ ص } \rightarrow \text{س } \forall \text{ ن}$ ٤ $E \text{ س : ق (س)}$ اقتران زوجي وفردية.

الحل :

١ بعض الأعداد الطبيعية ليست حقيقية. ٢ كل الأعداد الحقيقية غير نسبية.

٣ $E \text{ س : س } \forall \text{ ص } \forall \text{ س } \forall \text{ ن}$ ٤ $\forall \text{ س ، ق (س)}$ اقتران ليس زوجياً أو ليس فردياً.

تمارين ومسائل ٣-٢

١ أضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة فيما يأتي:

١ ما نفي العبارة الرياضية «بعض الحيوانات غير مفترسة» ؟

- (أ) كل الحيوانات غير مفترسة. (ب) بعض الحيوانات غير مفترسة.
(ج) كل الحيوانات مفترسة. (د) بعض الحيوانات مفترسة.

٢ أي العبارات الرياضية الآتية تكافئ نفي العبارة الرياضية «بعض مصادر المعلومات موسوعات».

- (أ) جميع مصادر المعلومات موسوعات.
(ب) كل مصادر المعلومات ليست موسوعات.
(ج) يوجد مصادر معلومات ليست موسوعات.
(د) بعض مصادر المعلومات موسوعات.

٢ ما قيم صواب العبارات المسورة الآتية؟:

- ١ $E \text{ س } \forall \text{ ص : } ٢ \geq \text{س} > ٥$
٢ $\forall \text{ س } \forall \text{ ص } [٥, ٠] ، \text{س} < ١$
٣ $E \text{ س } \forall \text{ ص : س } \leq ٠ \forall \text{ س} > ١$

نشاط ١:

نحتاج في حياتنا اليومية في كثير من الأحيان، إثبات صحة فرضية ما، فمثلاً: إذا أراد أبو سعيد الذي يمتلك مصنعاً للجلود اختبار الفرضية «كلما زاد عدد العمال، زاد ربح المصنع» فهو بحاجة لاختبار صحة أو خطأ هذه الفرضية، وللوصول إلى النتيجة، يجب التسلسل بخطوات منطقية ومقنعة ومبنية على الحجج والبراهين، للاقتناع بصحة أو خطأ هذه الفرضية.

كيف يمكن التحقق من صحة هذه الفرضية؟

في هذا الدرس سنتطرق لبعض طرق البرهان لإثبات صحة عبارة رياضية شرطية، تكتب على الصورة: $f \leftarrow n$.

لنتذكر أن العبارة الشرطية $f \leftarrow n$ ، تكون صائبة عندما: (ف صائبة، ن صائبة)، (ف خاطئة، ن صائبة)، (ف خاطئة، ن خاطئة)، لذلك لإثبات صحة هذه العبارة الشرطية، سنستخدم عدة طرق: البرهان المباشر، والبرهان غير المباشر، والبرهان بالتناقض، والبرهان بالاستقراء الرياضي.

أولاً: البرهان المباشر

في هذه الطريقة، نفرض أن العبارة f صائبة، ومن خلال خطوات منطقية مبررة نصل إلى أن n صائبة، وبهذا تكون العبارة: $f \leftarrow n$ صائبة.

مثال ١:

إذا كانت a ، b ، c ثلاثة أعداد صحيحة موجبة، وكان a أحد عوامل b ، b أحد عوامل c ، فاثبت أن a أحد عوامل c .

الحل:

نفرض f : a أحد عوامل b و b أحد عوامل c ، n : a أحد عوامل c .
المطلوب إثبات صحة: $f \leftarrow n$.

a أحد عوامل b ، إذن $b = ak$ ، حيث k عدد صحيح موجب.
 b أحد عوامل c ، إذن $c = bl$ ، حيث l عدد صحيح موجب.
بتعويض قيمة b نجد أن $c = akl$ ، لكن k ل عدد صحيح موجب نفرضه m .
 $c = am$ إذن a أحد عوامل c .

مثال ٢ :

إذا كان أ عدداً فردياً و ب عدداً زوجياً، فإن أ ب = عدد زوجي.

الحل :

نفرض ف : أ عدد فردي و ب عدد زوجي، $\therefore \text{أ} = ٢ك + ١$ حيث $ك \in \mathbb{N}$

و $\text{ب} = ٢ل$ حيث $ل \in \mathbb{N}$: أ ب عدد زوجي

المطلوب إثبات صحة: ف $\leftarrow$ ن .

$$\text{أ} \times \text{ب} = (٢ك + ١)(٢ل) = ٤ك ل = ٢(٢ك ل) = ٢(ك ل + ل + ل + ل) = ٢(٢ك ل + ٣ل) = ٤ك ل + ٦ل$$

لكن $٢ك ل = \text{عدد صحيح}$ ونفرض أنه م لماذا؟

$$\therefore \text{أ} \times \text{ب} = ٢(٢ك ل + ٣ل) = ٢(٢ك ل + ٣ل) = ٤ك ل + ٦ل = ٢(٢ك ل + ٣ل) = ٢(٢ك ل + ٣ل) = ٤ك ل + ٦ل$$

$\therefore$ أ ب عدد زوجي.

مثال ٣ :

الحل :

نفرض ف : أ، ب، ج أعداد حقيقية.

ن : $\text{أ}^٢ + \text{ب}^٢ + \text{ج}^٢ \leq \text{أ} + \text{ب} + \text{ج}$.

المطلوب إثبات صحة: ف $\leftarrow$ ن .

تذكر أن $\text{س}^٢ \leq ٠$ لماذا؟

إذن $(\text{أ} - \text{ب})^٢ + (\text{أ} - \text{ج})^٢ + (\text{ب} - \text{ج})^٢ \geq ٠$ لماذا؟

$$\text{أ}^٢ - ٢\text{أ} + \text{ب}^٢ + ٢\text{أ} - ٢\text{أ} + \text{ج}^٢ + ٢\text{أ} - ٢\text{أ} + \text{ب}^٢ - ٢\text{ب} + \text{ج}^٢ + ٢\text{ب} - ٢\text{ب} + \text{ج}^٢ + ٢\text{ج} - ٢\text{ج} + \text{أ}^٢ + \text{ب}^٢ + \text{ج}^٢ \geq ٠$$

$$(٢\text{أ}^٢ - ٢\text{أ} + \text{ب}^٢ + ٢\text{أ} - ٢\text{أ} + \text{ج}^٢ + ٢\text{أ} - ٢\text{أ} + \text{ب}^٢ - ٢\text{ب} + \text{ج}^٢ + ٢\text{ب} - ٢\text{ب} + \text{ج}^٢ + ٢\text{ج} - ٢\text{ج} + \text{أ}^٢ + \text{ب}^٢ + \text{ج}^٢) \geq ٠$$

$$(٢\text{أ}^٢ - ٢\text{أ} + \text{ب}^٢ + ٢\text{أ} - ٢\text{أ} + \text{ج}^٢ + ٢\text{أ} - ٢\text{أ} + \text{ب}^٢ - ٢\text{ب} + \text{ج}^٢ + ٢\text{ب} - ٢\text{ب} + \text{ج}^٢ + ٢\text{ج} - ٢\text{ج} + \text{أ}^٢ + \text{ب}^٢ + \text{ج}^٢) \geq ٠$$

$$(٢\text{أ}^٢ - ٢\text{أ} + \text{ب}^٢ + ٢\text{أ} - ٢\text{أ} + \text{ج}^٢ + ٢\text{أ} - ٢\text{أ} + \text{ب}^٢ - ٢\text{ب} + \text{ج}^٢ + ٢\text{ب} - ٢\text{ب} + \text{ج}^٢ + ٢\text{ج} - ٢\text{ج} + \text{أ}^٢ + \text{ب}^٢ + \text{ج}^٢) \geq ٠$$

ثانياً: الاستقراء الرياضي

تستخدم هذه الطريقة لإثبات كثير من النظريات والتعميمات في الرياضيات والمتعلقة بالأعداد الطبيعية. عند استخدام هذه الطريقة بالبرهان:

• نتحقق أن العبارة صحيحة عندما $n = ١$.

• نفرض أنها صحيحة عندما $n = ك$ ، $ك \in \mathbb{N}^*$

• نثبت صحتها عندما $n = ك + ١$

$$\frac{n(n+1)}{2} = 1 + 2 + 3 + \dots + n \text{ أثبت أن } n$$

مثال ٤ :

$$\text{أولاً: عندما } n = 1 \text{ فإن } 1 = \frac{2}{2} = \frac{(1+1)1}{2}$$

الحل :

إذن عندما $n = 1$ العبارة صحيحة.

ثانياً: نفرض أن العبارة صحيحة عندما $n = k$

$$\text{أي أن : } 1 + 2 + 3 + \dots + k = \frac{k(k+1)}{2}$$

ثالثاً: نثبت صحتها عندما $n = k + 1$.

$$\text{نعلم أن } 1 + 2 + 3 + \dots + k + 1 = \frac{k(k+1)}{2} + 1 \text{ بالفرض}$$

$$1 + 2 + 3 + \dots + k + 1 = \frac{k(k+1)}{2} + 1 = \frac{(k+1)(k+2)}{2} \text{ لماذا؟}$$

$$= \frac{k(k+1)}{2} + 1 = \frac{k(k+1) + 2}{2} \text{ لماذا؟}$$

$$= \frac{k(k+1) + 2}{2} = \frac{k^2 + k + 2}{2} \text{ لماذا؟}$$

$$= \frac{k^2 + k + 2}{2} = \frac{(k+1)(k+2)}{2} \text{ لماذا؟}$$

أثبت أن $1 - 3 + 5 - 7 + \dots + (-1)^{n-1}n = \frac{n^2}{4}$ على ٢.

مثال ٥ :

أولاً: نتحقق من صحة العبارة عندما $n = 1$

الحل :

$$1 - 3 + 5 - 7 + \dots + (-1)^{n-1}n = \frac{n^2}{4} \text{ عبارة صحيحة.}$$

ثانياً: نفرض أن العبارة صحيحة عندما $n = k$ ،

$$\text{أي أن : } 1 - 3 + 5 - 7 + \dots + (-1)^{k-1}k = \frac{k^2}{4}$$

$$\text{أي أن : } 1 - 3 + 5 - 7 + \dots + (-1)^{k-1}k + (-1)^k(k+1) = \frac{(k+1)^2}{4} \text{ حيث م عدد صحيح موجب.}$$

ثالثاً: نثبت صحتها عندما $n = k + 1$

$$3^k - 1 = 2^m \text{ بالفرض}$$

$$3^k - 1 = 2^m \Rightarrow 3^k = 2^m + 1 \quad [?]$$

$$3^k - 1 = 2^m \Rightarrow 3^k = 2^m + 1 \quad [?]$$

$$3^k - 1 = 2^m \Rightarrow 3^k = 2^m + 1 \quad [?]$$

$$3^k - 1 = 2^m \Rightarrow 3^k = 2^m + 1 \quad [?]$$

$$3^k - 1 = 2^m \Rightarrow 3^k = 2^m + 1 \quad [?]$$

$$3^k - 1 = 2^m \Rightarrow 3^k = 2^m + 1 \quad [?]$$

(أحاول أن أحل هذا المثال بطريقة أخرى).



$$\text{أثبت أن: } \frac{1}{(1+n) \times n} = \frac{1}{(1+n) \times n} + \dots + \frac{1}{4 \times 3} + \frac{1}{3 \times 2} + \frac{1}{2 \times 1}$$

مثال ٦:

أولاً: نتحقق من صحة العبارة عندما $n = 1$

الحل :

$$\frac{1}{2 \times 1} = \frac{1}{(1+1)} = \frac{1}{2 \times 1}$$

ثانياً: نفرض أن العبارة صحيحة عندما $n = k$

$$\frac{k}{(1+k) \times k} = \frac{1}{(1+k) \times k} + \dots + \frac{1}{4 \times 3} + \frac{1}{3 \times 2} + \frac{1}{2 \times 1}$$

ثالثاً: نثبت صحتها عندما $n = k + 1$

$$\frac{1}{(2+k) \times (1+k)} + \left(\frac{1}{(1+k) \times k} + \dots + \frac{1}{4 \times 3} + \frac{1}{3 \times 2} + \frac{1}{2 \times 1} \right)$$

$$= \frac{1}{(2+k) \times (1+k)} + \frac{k}{(1+k)} \quad (\text{بتوحيد المقامات})$$

$$= \frac{1 + (2+k)k}{(2+k) \times (1+k)}$$

$$\frac{ك^2 + 2ك + 1}{(ك + 2) \times (ك + 1)} =$$

$$\frac{ك(ك + 1)}{(ك + 2) \times (ك + 1)} = \text{..... (لماذا؟)}$$

$$\frac{(ك + 1)}{(ك + 2)} =$$

□ العبارة صحيحة عندما $ك = 1$.

تمارين ومسائل ٢ - ٤:

- ١ أثبت أن: إذا كان $ك$ عدداً فردياً فإن $ك^2$ عدد فردي.
- ٢ أثبت أن: $٨ - ١$ يقبل القسمة على ٧ ، باستخدام الاستقراء الرياضي.
- ٣ أثبت أن : $(٢)^1 + (٢)^2 + \dots + (٢)^n = (٢)^{n+1} - ٢$ ، باستخدام الاستقراء الرياضي.
- ٤ أثبت أن : $\frac{١+أ}{٢+أ} > \frac{٢+أ}{٣+أ}$ ، حيث $أ < ٠$ صفر.

نشاط ١:

سافر خالد مع أبيه لزيارة عمه في الأردن، وأثناء الزيارة تعرّف على ابن عمه رامي. سأل خالد والده كم عمر ابن عمي رامي، فقال الأب: يا بني: إنه يكبرك بأربع سنوات، كما أن خمسة أمثال عمره مضافاً إلى مثلي عمرك، يساوي عمر جدك وهو ٨٣ سنة.

الحل :

إذا فرضنا أن عمر خالد s سنة، وعمر رامي v سنة.
 أتحقق أن $v = s + 4$ و $5v + 2s = 83$
 ثم أحل النظام بإحدى الطرق التي تعلمتها، وأتحقق أن عمر رامي يساوي ١٣ سنة، وعمر خالد يساوي ٩ سنوات.

نشاط ٢:

يُنتج مصنع ألبان في مدينة طوباس ثلاثة أحجام من عبوات اللبن (الصغيرة، والمتوسطة والكبيرة) فإذا كان مجموع أثمان عبوة واحدة من كل حجم يساوي ٩ دنانير، ومجموع أثمان علبتين من الحجم الصغير وعلبة من الحجم المتوسط يقل بمقدار دينار عن مثلي ثمن علبة من الحجم الكبير، وكان مجموع أثمان ثلاثة علب من الحجم الصغير وعلبة من الحجم المتوسط، يزيد عن ثمن علبة من الحجم الكبير بمقدار ٥ دنانير. أجد سعر كل حجم من العبوات.



الحل :

نفرض أن ثمن الحجم الصغير s والمتوسط v والكبير w فيكون:
 $s + v + w = 9$ (١) (لماذا؟)

$$٢س + ص - ع٢ = ١ - (٢) (لماذا؟)$$

$$٣س + ص - ع = ٥ (٣) (لماذا؟)$$

$$\text{بطرح (١) من (٢) يتبع } ٣س - ع٣ = ١٠ - (٤)$$

$$\text{بطرح (٣) من (٢) يتبع } -س - ع = ٦ - (٥)$$

أجد قيم س و ع ثم أتحقق أن $ع = ٤$ دنانير ، $س = ٢$ دينار، ثم أجد قيمة ص من إحدى المعادلات السابقة، وأتحقق أن $ص = ٣$ دنانير.

تمارين ومسائل ٢- ٥:

- ١ أحل النظام الآتي: $٧س + ٥ص - ع٣ = ٨$ ، $٣س - ٥ص + ع٢ = ٤$ ، $٥س + ٣ص = ٠$
- ٢ تعرض إحدى شركات الاتصالات الخلوية الفلسطينية ثلاثة عروض، فإذا اشترك شخص في العروض الثلاثة معاً، فإنه يحصل على ٤٥٠ دقيقة مجانية، وإذا اشترك في العرضين الأول والثاني، فإنه يحصل على ٢٥٠ دقيقة مجانية، وإذا اشترك في العرضين الثاني والثالث، فإنه يحصل على ٣٥٠ دقيقة مجانية. أجد عدد الدقائق المجانية لكل عرض.
- ٣ اتفق ثلاثة إخوة من قرية واد فوكين قضاء بيت لحم على أن يزرع كل واحد منهم نوعاً واحداً من الأشجار، فإذا اتفقوا على أن يزرع الأول أرضه زيتوناً، ويزرع الثاني أرضه لوزاً، ويزرع الثالث أرضه تفاحاً. فإذا كان عدد الأشجار التي زرعت من كل نوع، جميعها زيتون ما عدا ٥٠ شجرة، وجميعها لوز ما عدا ٦٠ شجرة، وجميعها تفاح ما عدا ٧٠ شجرة. أجد كم شجرة من كل نوع زرع الإخوة الثلاثة؟

٢ - ٦ حلّ نظام من معادلتين في متغيرين: إحداهما خطيّة، والأخرى تربيعيّة

Solving of System with Linear and Quadratic Equations of Two Variables



نشاط ١:

الحرم الإبراهيمي مكان مقدس للمسلمين، وهو مبني من حجارة كبيرة (أنظر الشكل المجاور) فإذا كان طول أحد الحجارة يزيد عن عرضه بمقدار ٦ متر تقريباً، وطول قطره يساوي $\sqrt{57}$ متراً تقريباً.

أفرض أن طول الحجر س وعرضه ص

$$س = ص + ٦ \quad (\text{لماذا؟})$$

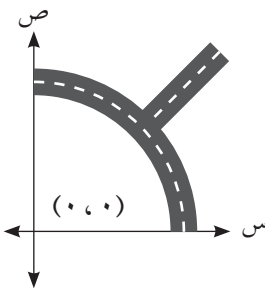
$$س^2 = ص^2 + ٥٧ \quad (\text{لماذا؟})$$

$$٥٧ = ص^2 + ٦ص$$

باستخدام القانون العام لحل المعادلة التربيعية، والآلة الحاسبة، أتحقق أن طوله يساوي ٤, ٧م تقريباً، وعرضه يساوي ٤, ١م تقريباً.

نشاط ٢:

شارعان أحدهما على شكل منحنى معادلته $٣س^2 + ٤ص^2 = ٢٨$ والآخر مستقيم معادلته $٢ص = س + ٢$ يلتقيان في مفترق طرق. أجد إحداثي نقطة التقاطع. على اعتبار أن مركز الشارع المنحني هو $(٠, ٠)$



(انظر الشكل المجاور) (الوحدات بالكيلومتر)

$$٣س^2 + ٤ص^2 = ٢٨$$

$$٢ص = س + ٢ \Rightarrow س = ٢ص - ٢$$

$$٣(٢ص - ٢)^2 + ٤ص^2 = ٢٨$$

$$٠ = ٢ص - ٣ - ٢ص^2$$

$$٠ = (٢ص - ٣)(١ + ٢ص)$$

أجد قيم ص و س ثم أتحقق أن نقطة التقاطع هي $(٢, ٢)$

تمارين ومسائل ٢-٦:

- ١ حلّ النظام الآتي: $س + ص = ٥$, $٣س^2 - ٢ص^2 = ١٩$
- ٢ سجادة مستطيلة الشكل طولها يزيد عن عرضها بمقدار متر واحد، وقطرها يساوي $\sqrt{١٣}$ متراً، أجد أطوال أبعادها.
- ٣ أجد نقطة/نقط تقاطع المستقيم الذي ميله يساوي ٣ ويمر بالنقطة $(٢, ٥)$ مع المنحنى الذي معادلته $٢ص^2 - ٣س^2 = ٥$
- ٤ أجد نقاط تقاطع منحنى الدائرة التي مركزها $(٣, ٢)$ وطول نصف قطرها $\sqrt{٦١}$ مع المستقيم المار بنقطة الأصل والنقطة $(١, ١)$.

مثال ١ :

بركة سباحة سطحها بيضاوي يحيط بها ممر صغير معادلته $٢س + ٣ص = ٦٩$ فإذا قسمت إلى ثلاث مناطق (منطقتي أ و ج للأطفال، والمنطقة ب للكبار) فإذا حددت المناطق بحبال تقع على منحنى العلاقة $٢س - ٣ص = ١٢$ كما في الشكل المجاور. أجد نقط تقاطع الحبال مع أطراف البركة على اعتبار أن مركز البركة هو نقطة الأصل.

الحل :

لإيجاد نقط تقاطع الحبال مع أطراف البركة نحل النظام:

$$٢س + ٣ص = ٦٩ \quad \dots (١)$$

$$٢س - ٣ص = ١٢ \quad \dots (٢)$$

$$٢س - ٣ص = ٣٦ \quad \text{(لماذا؟)}$$

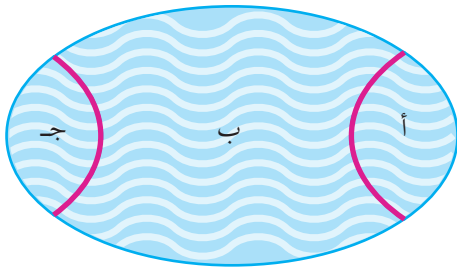
$$١٠٥ = ٢س$$

$$\sqrt{٢١} \pm = ٢س$$

$$\therefore ٩ = ١٢ - ٢١ = ٢ص$$

$$\text{ومنها } ٣ \pm = ٢ص$$

$$\therefore \text{نقط التقاطع هي } (٣ \pm, \sqrt{٢١} \pm)$$



مثال ٢ :

النقطة و(س، ص) تتحرك في المستوى، بحيث يتحدد موقعها حسب العلاقتين الآتيتين:

$$٣ = ٣جتان \quad ، \quad ٤ = ٤جان.$$

$$\text{أجد نقط تقاطع مسار هذه النقطة مع منحنى العلاقة } ١٦س - ٩ص = ١٤٤$$

الحل :

$$\frac{س}{٣} = ٣جتان ، \text{ كذلك } \frac{ص}{٤} = ٤جان \quad \text{بتربيع المعادلتين وجمعها ينتج أن:}$$

$$\frac{٢س}{١٦} + \frac{٢ص}{٩} = ١ \quad \text{(لماذا؟)}$$

$$١٦س + ٩ص = ١٤٤ \quad \dots (١)$$

$$١٦س - ٩ص = ١٤٤ \quad \dots (٢)$$

$$٣٢س = ٢٨٨ \quad \text{ومنها ينتج أن } ٣ \pm = ٢ص ، \quad ٠ = ٢ص$$

$$\text{أي أن نقطتي التقاطع هما } (٠, ٣ \pm)$$

١ أحل أنظمة المعادلات الآتية:

ب $\begin{cases} ٠ = ٤١ - ٢ص + ٢س \\ ٢س - ٢ص = ٢ \end{cases}$

أ $\begin{cases} ١٠٠ = ٢ص + ٢س \\ ٨ = ٢ص - ٢س \end{cases}$

٢ أجد نقطة/ نقط تقاطع المنحنى الذي معادلته $(س - ٣ص) + (س + ٣ص) = ٢٢$ مع المنحنى الذي معادلته $٢س - ٢ص = ٢$

٣ استورد تاجر نوعين من البلاط على شكل مستطيل، فإذا كان قطر أي قطعة من النوع الأول يساوي ٥٠ سم، وطول قطر أي قطعة من النوع الثاني $١٠\sqrt{٥}$ سم، وكان طول القطعة من النوع الأول يساوي ضعف طول القطعة من النوع الثاني، وعرض أي قطعة من النوع الأول يساوي ٣ أضعاف عرض أي قطعة من النوع الثاني. فما طول وعرض كل قطعة من النوعين؟

٤ تتحرك النقطة م(س، ص) في المستوى بحيث يتحدد موقعها حسب العلاقتين:
 $س = قاه، ص = ظاه،$ حيث ه تمثل قياس زاوية حادة،
 أجد نقط تقاطع منحنى مسار هذه النقطة مع منحنى العلاقة $٧ = ٢ص + ٢س$

أولاً: حل معادلات أسّيّة:

مثال ١: أحل المعادلة الأسّيّة الآتية : $٨ = ٤^{٣+س}$

الحل : $٢^{٦} = ٢^{٣+س}$ (لماذا؟)

ومنها $٦ = ٣ + س$

وينتج أن $س = ٣$ (أتحقق من صحة النتيجة)

نشاط ١: أحل المعادلة $٩ = ٣^{٢-س}$

$٩ = ٣^{٢-س}$

إذن $٢ - س = ٢$ (لماذا؟)

$س = ٣$

نشاط ٢: أحل المعادلة $٨ \times ١٠^٣ = ٢ \times ١٠^٥$

أختصر وأتحقق من أن: $١٠ = ١٠^{٢-س}$ وأن $س = ٢$

مثال ٢: إذا كان $ق(س) = ٤ - س$ ، وكان $ق(ب) = ٨$ أجد قيمة $ب$

الحل : $ق(ب) = ٨$

$٨ = ٤ - ب$

ومنها $ب = ٤ - ٨ = -٤$

ومنها $٢ = ٢ - ب$ (لماذا؟)

$٢ = ٢ - ب$

ومنها ينتج أن $ب = ٣$ (لماذا؟)

ثانياً: حل معادلات لوغاريتمية

أناقش: أفرن بين حل المعادلة $٢٥ = ٥^س$ والمعادلة $١٠ = ٥^س$

حل المعادلات الأسّيّة بالطرق العادية ليس سهلاً دائماً؛ لذلك نلجأ إلى استخدام اللوغاريتمات لحل المعادلات الأسّيّة، ففي النشاط السابق حل المعادلة $١٠ = ٥^س$ نأخذ اللوغاريتم العادي (الأساس ١٠) للطرفين فينتج أن:

$١ = لو(١٠) = لو(٥^س)$ (لماذا؟) ومنها ينتج أن $س = لو٥(١٠)$ ومنها $س \approx ١,٤٣$

مثال ٣ : أحل المعادلة الآتية: لو_٣ س + لو_٣ (س + ٦) = ٣

الحل : لو_٣ (س + ٦) = ٣

ومنها ينتج أن س + ٦ = ٣ (لماذا؟) ٠ = ٢٧ - س

$$٠ = (٣ - س) (٩ + س)$$

ومنها ينتج أن س = -٩ (مرفوض. لماذا؟) أو س = ٣ (مقبول)

نشاط ١ : أحل المعادلة الآتية: ٢(لو_٣ س) - ٥ = ٣ - س

إرشاد: أفرض ص = لو_٣ س ثم أحل المعادلة الناتجة

$$٨ = \frac{١}{٢\sqrt{٧}} \text{ أو } س = ٨$$

مثال ٤ : أحل المعادلة الآتية: لو_٥ س - لو_٥ (س - ١) = لو_٥ س

الحل : لو_٥ س - لو_٥ (س - ١) = لو_٥ س

$$\text{لو } \frac{٥}{١ - س} = \text{لو } س$$

$$\text{ومنها ينتج أن } س = \frac{٥}{١ - س}$$

$$\text{ومنها ينتج أن } س^٢ - س = ٥$$

$$٠ = س^٢ - ٦س$$

ومنها ينتج أن س = ٠ (مرفوض. لماذا؟) أو س = ٦ (مقبول)

تمارين ٢ - ٨:

١ أحلّ كلا من المعادلتين الآتيتين:

أ $٤س^٢ - ٨س = ٠$

ب $٥س^٢ - ٥س + ٦ = ٠$ ، حيث هـ العدد النيلي

٢ أحلّ المعادلة الآتية: لو_٣ س - لو_٣ (س - ٤) = ٣

٣ أحلّ المعادلتين الآتيتين: (١) ٢ لو_٣ س + لو_٣ ١٦ = ٢ (٢) (لو_٣ س) = ٢ لو_٣ س

٤ إذا كان ق(س) = لو_٣ س^٣ ، وكان هـ(س) = ٥ - لو_٣ س^٢ أجد نقطة تقاطع المنحنيين.

نشاط ١:

أعلنت إحدى وكالات الأنباء عن تأجيل إطلاق مركبة فضائية، فهل خطر ببالك لماذا يتم التأجيل؟
لاشك أن هنالك عدة أسباب لذلك، من بينها الحالة الجوية.
إذ يجب أن تكون درجة الحرارة عند إطلاق المركبة بين ٣٠ و ١٠٠ فهرنهايت، وأن لا تزيد سرعة الرياح عن ٥٠ كم/س.
كيف يمكن تحديد الحالات التي يمكن إطلاق المركبات الفضائية فيها؟



هل يمكن كتابة متباينات، أو معادلات تمثل هذه الحالات؟ هل يمكن تمثيلها بيانياً؟

عند حل نظام مكون من متباينتين خطيتين بمتغيرين:

أولاً: أمثل كل متباينة في النظام بيانياً، وأظلل مجموعة الحل لها.

ثانياً: أحدد المنطقة المظللة المشتركة بين مناطق حل متباينات النظام، والتي تمثل منطقة حل النظام.

أتعلم: عند تمثيل الخط المستقيم الممثل لمعادلة المتباينة، يكون هذا الخط متصلًا عندما يكون في إشارة التباين مساواة، ويكون هذا الخط متقطعاً عندما لا يكون هناك إشارة مساواة.

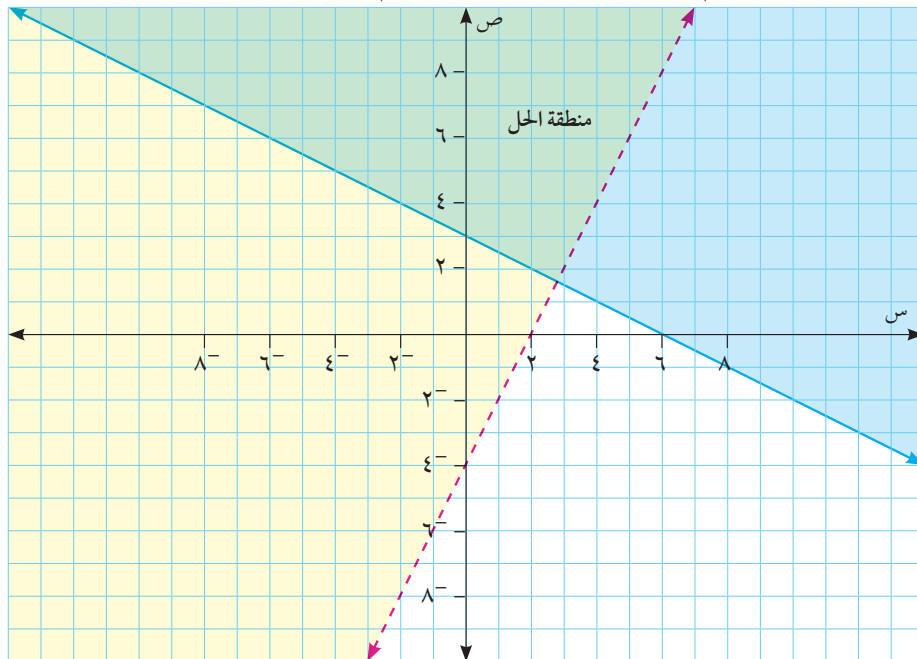
مثال ١:

أمثل بيانياً مجموعة الحل لنظام المتباينات الآتية:

$$٢س - ٤ > ص، ٦ - س \geq ٢ص$$

نمثل الخط المستقيم $ص = ٢س - ٤$ ، والمستقيم $٦ - س = ٢ص$

الحل:



ألاحظ أن هنالك منطقة مشتركة بين منطقتي حل المتباينتين، ومجموعة الأزواج المرتبة الواقعة في هذه المنطقة تمثل مجموعة حل للنظام.

أتحقق أن $(2, 4) \notin$ مجموعة حل النظام السابق.

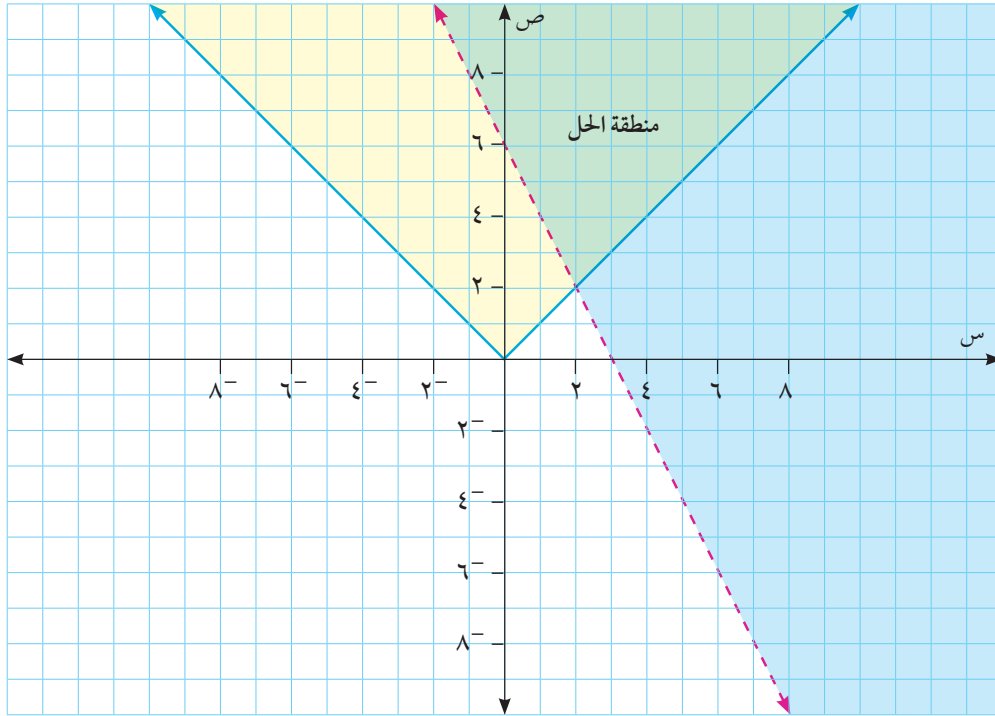
أتحقق أن $(0, 0) \notin$ مجموعة حل النظام السابق.



مثال ٢ :

أمثل بيانياً مجموعة الحل لنظام المتباينات الآتي: $|s| \geq 6$ ، $s - 2 > v$.
نمثل منطقة الحل لكل متباينة في المستوى البياني، فتكون منطقة الحل هي المنطقة المشتركة.

الحل :



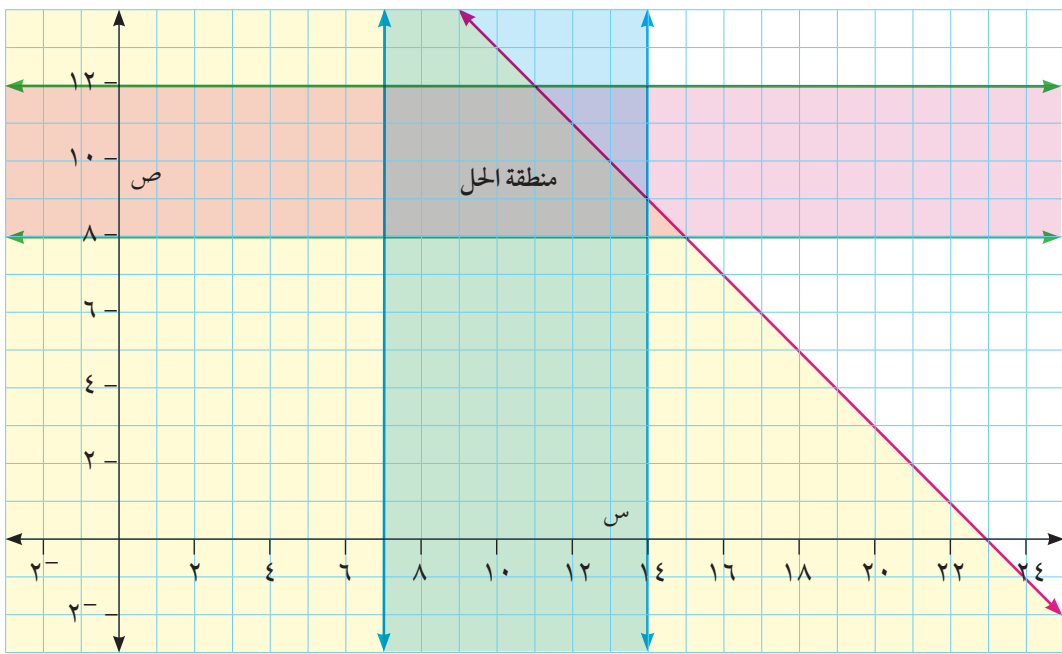
مثال ٣ :

لدى خلود ٢٥ ساعة على الأكثر للاستعداد لأداء ثلاثة امتحانات في الرياضيات والفيزياء والتاريخ، وقد وضعت جدولاً زمنياً لذلك، فخصصت ساعتين لدراسة التاريخ، وخصصت من ٧ إلى ١٤ ساعة لدراسة الرياضيات، أما الفيزياء فخصصت لدراستها من ٨ إلى ١٢ ساعة. أكتب نظام متباينات خطية يمثل هذا الجدول الزمني، وأمثله بيانياً.

الحل :

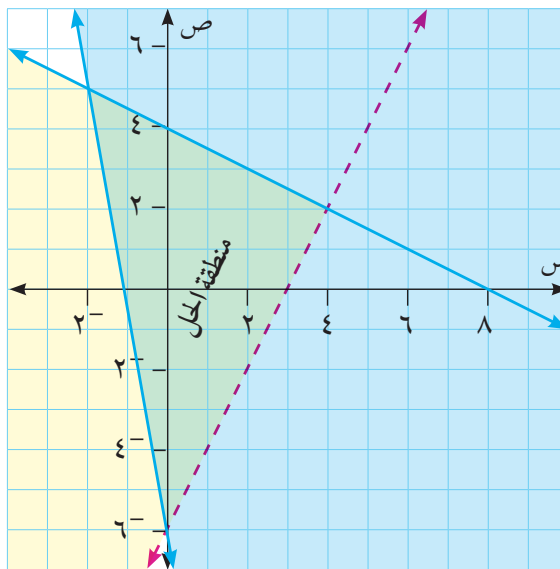
أفرض أن عدد الساعات المخصصة لدراسة الفيزياء v ، وعدد الساعات المخصصة لدراسة الرياضيات s ، ألاحظ أن $s > 0$ ، $v > 0$... (لماذا؟)
 $8 \leq v \leq 12$ ، $7 \leq s \leq 14$ ، وان $s + v \geq 23$... (لماذا؟)
أمثل مجموعة الحل لهذه المتباينات على النحو الآتي:





تمارين ومسائل ٢-٩:

- ١) أحدد مجموعة الحل لنظام المتباينات الآتي بيانياً: $٢س + ١ص \geq ٨$ ، $٤س + ٣ص \leq ٨$
- ٢) اشترك سعيد وأسيّد في تدريب للتحضير للمباراة النهائية، فإذا كانت عدد ساعات التدريب اليومي لسعيد لا تقل عن أربع ساعات، ولا تزيد عن ٨ ساعات، وعدد ساعات التدريب اليومي لأسيّد لا تقل عن ساعتين، ولا تزيد عن ٥ ساعات، وكانت عدد ساعات التدريب لكليهما لا تزيد عن ١٠ ساعات، أكتب نظام متباينات خطية يمثل ساعات التدريب، وأمثله بيانياً.
- ٣) تمثل المنطقة المظللة في المستوى الإحداثي المجاور حلاً لنظام من المتباينات الخطية بمتغيرين، أجد هذا النظام.



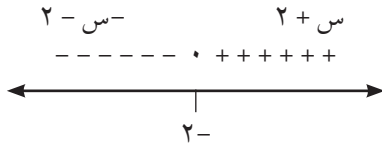
نشاط ١:

أحلّ المعادلة الآتية: $16 = |س - 6|$
 $16 = س - 6$ (١) أو $16 = 6 - س$ (٢) (لماذا؟)
 من (١) $س = 10$ ومنها $س = 5$. أتتحقق من (٢) أن $س = 11$

أفكر وأناقش : ما العلاقة بين $|أ - ب|$ و $|ب - أ|$

مثال ١:

أحلّ المعادلة الآتية: $12 = |س + 2|$



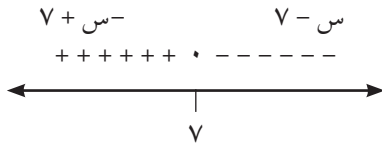
الحل : بإعادة تعريف $|س + 2|$ والاستعانة بخط الأعداد

عندما $س > 2-$ ، تكون $س - 2 = 12 - س$

ومنها $س = \frac{5}{2}$ ترفض (لماذا؟)

عندما $س \leq 2-$ ، تكون $س + 2 = 12 - س$

ومنها $س = 7$ تقبل (لماذا؟)



نشاط ٢:

أحلّ المعادلة الآتية: $7 = |س - 7|$

$7 = س - 7$ ومنها $س = 7$

عندما $س \leq 7$ تكون $س - 7 = 7 - س$ ،

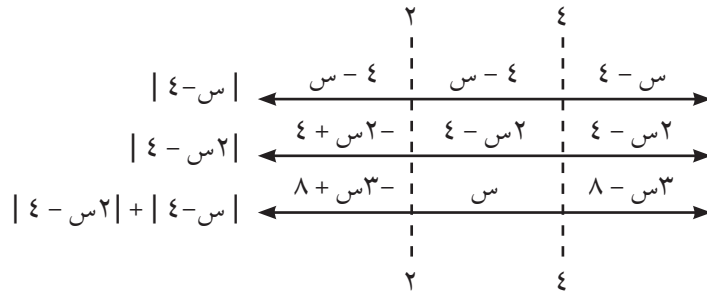
ما مجموعة الحل في هذه الحالة؟

عندما $س \geq 7$ تكون $س - 7 = س - 7$ ،

ما مجموعة الحل في هذه الحالة؟

أتحقق أن مجموعة الحل هي $س \in [7, \infty]$

أحلّ المعادلة الآتية: $\varepsilon = | \varepsilon - 2س | + | \varepsilon - س |$



عندما $س \geq 2$ تكون $\varepsilon = 8 + 3س$ ومنها $س = \frac{\varepsilon}{3}$ (أتحقق من ذلك)

عندما $س \leq 2$ ينتج أن $س = \varepsilon$ (أتحقق من ذلك)

وعندما $س \leq 4$ تكون $\varepsilon = 8 - 3س$ وينتج $س = \varepsilon$

إذن الحل النهائي $س = \varepsilon$ أو $س = \frac{\varepsilon}{3}$



تمارين ومسابقات ٢-١٠:

١ حلّ المعادلات الآتية:

ب $5\sqrt{س^2 + \varepsilon + س} - \varepsilon = 11$

أ $8 = |س - 6|$

٢ إذا كان ٥ أمثال العدد أ يبعد عن العدد ٧ بمقدار ٨ وحدات ما قيمة أ؟

٣ حلّ المعادلة الآتية:

$$5\sqrt{س^2 + 6س + 9} = |س^2 - 9|$$

ورقة عمل (٢)

١ قذف جسم راسيا الى أعلى من سطح بناية حسب العلاقة $f = an^2 + bn + c$ ، حيث f بالامتار، n بالثواني ، فإذا رصد شخص ذلك الجسم من أسفل البناية فوجد أن ارتفاعه بعد ثانية 4.5 م، وبعد ثانيتين 6.0 م، وبعد 3 ثواني 6.5 م، أجد السرعة الابتدائية (أ) ، التسارع (ب) ، ارتفاع البناية (ج).

٢ أجد نقطة تقاطع المستقيم $2s + 3v = 6$ مع المنحنى $2(s + v) + 2(v - s) = 8$

٣ أجد نقطة/ نقط تقاطع المنحنى الذي معادلته $2(s - 3v) + 2(s + 3v) = 22$ مع المنحنى الذي معادلته $2s - 4v = -2$

٤ أحل المعادلة الآتية:

$$|4 - s| = |6 - s + 2|$$

٥ إذا كان $q(s)$: $2ja^2s - 3jas + 1 = 0$ ، صفر، $h(s)$: $3\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = \frac{2}{3}$ ، $s \in [0, \pi]$ أجد مجموعة حل $q(s)h(s)$.

٦ إذا كانت a, b, c ثلاثة أعداد حقيقية، أثبت أن: $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$.

- ١ أضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة فيما يأتي:
١ ما العبارة الرياضية التي تكافئ ف فيما يأتي؟
(أ) $\sim$ ف (ب) $\sim$ ف (ج) $\sim$ (ف $\leftarrow$ ف) (د) ف $\sim$ ٧
 - ٢ ما المعاكس الإيجابي للعبارة الرياضية $\sim$ ف $\leftarrow$ ن؟
(أ) $\sim$ ف $\leftarrow$ ن (ب) $\sim$ ن $\leftarrow$ ف (ج) $\sim$ ن $\leftarrow$ ف (د) ف $\leftarrow$ ن
 - ٣ عند حلّ نظام خطّي مكوّن من ٣ معادلات، كانت مجموعة الحل هي $\{(٣، ١، ع)\}$ ، وكانت إحدى المعادلات هي $س - ص + ع = ٨$. ما قيمة ع؟
(أ) ٤ (ب) -٤ (ج) $\frac{١}{٣}$ (د) ١
 - ٤ ما الزوج المرتب الذي يمثل حلاً للنظام الآتي: $س - ص = ٥$ ، $س + ص = ٥$ ؟
(أ) $(٣، -٢)$ (ب) $(٢، ٣)$ (ج) $(٣، ٢)$ (د) $(٣، -٢)$
 - ٥ ما العددان الموجبان اللذان مجموع مربعيهما يساوي ٥٢ والفرق بين مربعيهما يساوي ٢٠؟
(أ) ٦، ٤ (ب) ١٨، ٨ (ج) $-٦، ٨$ (د) ٤، ٨
 - ٦ ما قيمة س التي تحقق المعادلة الآتية: $٨^{(س-٥)} = ١$ ؟
(أ) -٥ (ب) ٥ (ج) $\frac{١٤}{٣}$ (د) $\frac{١٤}{٣} -$
 - ٧ ما قيمة / قيم س التي تحقق المعادلة الآتية: $٢ لو + س = ٦$ ؟
(أ) ± ٤ (ب) -٤ (ج) ٤ (د) $\sqrt{٨}$
- ٢ ما قيم صواب كل مما يأتي:
- (أ) $(١ \geq ٢) \leftrightarrow (٦ = ٣)$ (ب) $(١ < ٢) \vee (٦ \neq ٣)$ (ج) $(٦ \neq ٣) \leftarrow (١ < ٢)$
- ٣ أثبت أن: إذا كان $س \neq ص$ فإن $أس \neq أص$ ، حيث $أ < ٠$ ، $أ \neq ١$
- ٤ أجد قاعدة كثير الحدود من الدرجة الثانية والذي يمر بمنحناه بالنقاط $(١، ١)$ ، $(١-، ٥-)$ ، $(٢، ١٠)$
- ٥ نافذة على شكل مستطيل طولها يزيد عن عرضها بمقدار متر واحد، فإذا كان طول قطرها يساوي $٥\sqrt{٥}$ متراً. يراد تركيب الألومنيوم للنافذة بسعر المتر المربع ٦٠ ديناراً. أجد تكلفة الألومنيوم.



س1: ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة فيما يأتي:

ما حل المتباينة $|2س - 3| \geq 7$ ؟

(أ) $[-2، 5]$ (ب) $[-5، \infty) \cup (-\infty، 2]$ (ج) $[-2، 5]$ (د) $[-10، 10]$

أي مما يأتي يمثل نقطة تقاطع المستقيم $س + ص = 3$ مع المنحنى $س^2 - 2ص = 15$ ؟

(أ) $(4، -1)$ (ب) $(-1، 4)$ (ج) $(2، 1)$ (د) $(-4، 7)$

أكتب ما يأتي باستخدام مفهوم القيمة المطلقة «المسافة بين ثلاثة أمثال س والعدد 2».

(أ) $|2س - 3|$ (ب) $|3س - 2|$ (ج) $|3س + 2|$ (د) $|3س - 2|$

عند حلّ نظام خطّي مكون من 3 معادلات، كانت مجموعة الحل هي $\{(-3، 1، ع)\}$ ، وكانت إحدى المعادلات هي $س - ص + ع = 8$. ما قيمة ع ؟

(أ) 4 (ب) -4 (ج) $\frac{1}{3}$ (د) 1

س2: (أ) حل المعادلة: $|س - 2| = 15$

(ب) عددان موجبان مجموع مربعيهما 100، ويزيد ضعفاً مربع أحدهما عن مربع الآخر بمقدار 8 ما العددان ؟

س3: إذا كانت ك، ل، م، ثلاثة أعداد صحيحة موجبة، وكان باقي قسمة ك على م = باقي قسمة ل على م، أثبت أن ك - ل يقبل القسمة على م.

س4: حل المعادلة الآتية: $\frac{لوس}{لوس} + \frac{لوس}{لوس} = 2$ لوس - 1

س5: نافذة على شكل مستطيل طولها يزيد عن عرضها بمقدار متر واحد، فإذا كان طول قطرها يساوي $\sqrt{5}$ متراً. يراد تركيب ألومنيوم للنافذة بسعر المتر المربع 60 ديناراً. أجد تكلفة الألومنيوم.

انتهت الأسئلة