بسم الله الرحمن الرحيم

١٢

دولة فلسطين
وزارة التربية والتعليم

الرياضيات

"التكنولوجي"

الفترة الأولى

جميع حقوق الطبع محفوظة ©

دولة فلسطين
وزارة التربية والتعليم

مركز المناهج

حي الماصيون، شارع المعاهد
ص. ب 719 - رام الله - فلسطين
pcdc.mohe@gmail.com | pcdc.edu.ps

mohe.ps | mohe.pna.ps | moehe.gov.ps
.com/MinistryOfEducationWzartAltrbytWaltlym
هاتف 2983280 2 970+ | فاكس 2983250 2 970+

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #113925 | TRACK 7917fc4ddc57f23a

المحتويات

الإحصاء والنهايات Statistics and Probability

العلامة المعيارية Standard Score	٤
التوزيع الطبيعي المعياري Standard Normal Distribution	٨
نهاية الاقتران Limit of a function	١٥
قوانين النهايات Limits Rules	١٧
نهاية الاقتران متعدد القاعدة Limit of Multi Rules Function	٢١
نهاية الاقتران عندما س ← ∞ Limit of afunction at Infinity	٢٣
الاتصال Continuity	٢٦

يتوقع من الطلبة دراسة هذه الوحدة المتمازجة والتفاعل مع أنشطتها أن يكونوا قادرين على توظيف التوزيع الطبيعي وخواصه في الحياة العمليّة من خلال الآتي:

١. حساب العلامة المعيارية، وتفسيرها.
٢. التعرف إلى منحنى التوزيع الطبيعي المعياري، وخواصّه.
٣. استخدام جدول التوزيع الطبيعي في إيجاد المساحة تحت المنحنى.
٤. توظيف خواص التوزيع الطبيعي في حل مسائل مشكلات حياتية.
٥. التعرف إلى مفهوم نهاية الاقتران عند نقطة.
٦. إيجاد نهاية الاقتران عند نقطة باستخدام الرسم البياني.
٧. إيجاد نهاية اقتران متعدد القاعدة عند نقطة.
٨. التعرف إلى نهاية الاقتران في المالانهاية باستخدام القوانين.
٩. بحث اتصال اقتران عند نقطة.

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #113925 | TRACK 7917fc4ddc57f23a

العلامة المعيارية Standard Score

القيمة الخام: هي القيمة الأصلية التي نحصل عليها في اختبار أو مقياس ما، ويرمز لها بالرمز «س».

العلامة المعيارية: هي عدد الانحرافات المعيارية التي تبعدها القيمة (العلامة) الخام عن الوسط الحسابي، وبالرموز

فإن: $ع = \frac{س - \mu}{\sigma}$

نشاط (١):

معتمداً على المعلومات الواردة في الجدول الآتي الذي يبين علامات ثلاثة طلاب في الرياضيات والتكنولوجيا. أجيب عن كل مما يأتي:

	الرياضيات	التكنولوجيا
الوسط الحسابي	٦٤	٧٠
الانحراف المعياري	١٠	٥
بلال	٨٢	٨٠
يامن	٦٤	٧٠
كنان	٦٠	٦٠

تحصيل بلال أفضل في .....

أجد العلامة المعيارية للطالب بلال في الرياضيات والتكنولوجيا:

العلامة المعيارية للرياضيات $ع_١ = \frac{س - \mu}{\sigma}$

$= \frac{٨٢ - ٦٤}{١٠} = ١,٨$

العلامة المعيارية للتكنولوجيا $ع_٢ = \frac{س - \mu}{\sigma}$

$= \frac{٨٠ - ٧٠}{٥} = ٢$

تحصيل بلال أفضل في التكنولوجيا؛ لأن علامته المعيارية في التكنولوجيا أكبر من علامته المعيارية في الرياضيات.

تحصيل يامن أفضل في .....

تحصيل كنان أفضل في .....

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #113925 | TRACK 7917fc4ddc57f23a

مثال (١): مزارع فلسطيني يزرع البندورة في سهل مرج ابن عامر، كان الوسط الحسابي لكتل (٣٠٠) صندوق بندورة ١٧كغم، وانحرافها المعياري (٢)كغم، اختيرت ٣ صناديق، وكانت كتلها ١٣كغم، ١٩كغم، ١٧كغم على الترتيب. أجد العلامة المعيارية لكتل كل من الصناديق الثلاثة.

الحل: $ع = \frac{س - \mu}{\sigma}$، حيث ع هي العلامة المعيارية، س الكتلة الخام، μ الوسط الحسابي للكتل، σ الانحراف المعياري لها.

- العلامة المعيارية لكتلة الصندوق الأول $ع_١ = \frac{١٣ - ١٧}{٢} = -٢$

- العلامة المعيارية لكتلة الصندوق الثاني $ع_٢ = \frac{١٩ - ١٧}{٢} = ١$

- العلامة المعيارية لكتلة الصندوق الثالث $ع_٣ = \frac{١٧ - ١٧}{٢} =$ صفر

مثال (٢): حصلت عهد على علامة ما في الرياضيات، وكانت العلامة المعيارية المقابلة لها (١,٥) علماً بأن الوسط الحسابي لعلامات طالبات صفها كان (٨٥) والانحراف المعياري (٦)، أجد علامة عهد في اختبار الرياضيات.

الحل: $ع = \frac{س - \mu}{\sigma}$

$\frac{س - ٨٥}{٦} = ١,٥$

ومنها $٩ = س - ٨٥$

$س = ٩٤$

نتيجة: إذا كانت القيم الخام لمجتمع إحصائي هي $س_١$، $س_٢$، .....، $س_ن$، وكانت العلامات المعيارية المقابلة لها هي $ع_١$، $ع_٢$، .....، $ع_ن$ فإن الوسط الحسابي $\overline{ع}$ للعلامات المعيارية يساوي صفراً، والانحراف المعياري لها $\sigma_ع = ١$.

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #113925 | TRACK 7917fc4ddc57f23a

مثال (٣): إذا كانت العلامات المعيارية المناظرة لأطوال ٥ أشجار صنوبر كالآتي:

ل ، ٠,٥ ، صفر ، -٠,٥ ، -١,٥ فما قيمة ل؟

الحل: ل + ٠,٥ + ٠ + -٠,٥ + -١,٥ = صفر

ل + -١,٥ = صفر

ل = ١,٥

مثال (٤): إذا كانت علامتا طالبين في امتحان التكنولوجيا ٧٠، ٨٨ وكانت علاماتهما المعياريتان المناظرتان -٠,٨ ، ١ على الترتيب، ما الوسط الحسابي والانحراف المعياري لعلامات طلبة الصف في الامتحان؟

الحل:

$$ع = \frac{س - \mu}{\sigma}$$

$$-٠,٨ = \frac{٧٠ - \mu}{\sigma}$$ وبالضرب التبادلي:

$$-٠,٨\sigma = ٧٠ - \mu \quad \ldots\ldots\ldots (١)$$

$$١ = \frac{٨٨ - \mu}{\sigma}$$ وبالضرب التبادلي:

$$\sigma = ٨٨ - \mu \quad \ldots\ldots\ldots (٢)$$

أحل المعادلتين (١) ، (٢) بالحذف

$$\mu - ٨٨ = \sigma$$

$$\mu - ٧٠ = -٠,٨\sigma$$

بالطرح $١,٨\sigma = ١٨$ ومنها $\sigma = ١٠$

وبالتعويض في إحدى المعادلتين ينتج أن $\mu - ٨٨ = ١٠$ ومنها $\mu = ٧٨$

أي أن الوسط الحسابي = ٧٨ والانحراف المعياري = ١٠

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #113925 | TRACK 7917fc4ddc57f23a

تمارين ومسائل (١-١)

س١: في مزرعة خراف، إذا كانت كتل (٥) خراف كالآتي ٤٠كغم، ٥٠كغم، ٦٠كغم، ٧٠كغم، ٥٥كغم. أجد العلامات المعيارية للكتل؟

س٢: إذا علمت أن علامة سمير في امتحان اللغة العربية ٧٢ ، وفي التكنولوجيا ٦٩، وفي الرياضيات ٧٥، والوسط الحسابي لعلامات طلبة الصف في المواد الثلاث بالترتيب هو ٦٩، ٦٨، ٧٩، والانحراف المعياري ١، ٤، ٢، في أي المواد كان تحصيل سمير أفضل؟

س٣: إذا كان الوسط الحسابي لأطوال أشجار الصنوبر في محيط برك سليمان في بيت لحم ١٧متراً والانحراف المعياري لمجموعة الأطوال يساوي ٣م، أجد الأطوال الحقيقية للأشجار التي أطوالها المعيارية ٢، -١,٨.

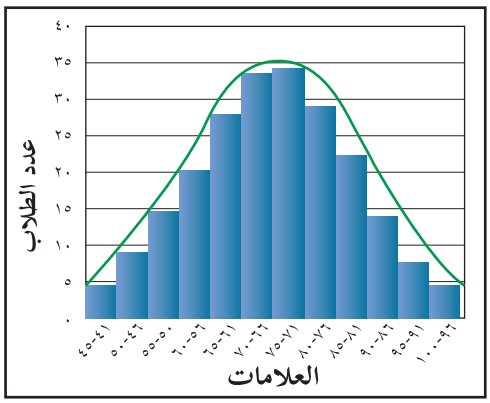
س٤: إذا حولت القيم الخام لمجتمع إحصائي إلى علامات معيارية فأصبحت كالآتي:
٠,٥، ك٠,٥، -١,٥، -٠,٥، ٠ ، أجد قيمة ك ؟ أتحقق أن الانحراف المعياري للعلامات المعيارية يساوي ١.

س٥: إذا كانت العلامات المعيارية المقابلة للقيمتين ٨٥، ٧٠ هي ١، -٢ على الترتيب. أحسب العلامة المعيارية للعلامة الخام ٧٥.

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #113925 | TRACK 7917fc4ddc57f23a

نشاط (١):

مثّل المعلم حمدان علامات طلاب مدرسته في مادة الرياضيات بيانياً، كما هو في الشكل المجاور. ألاحظ أن هناك تجمعاً لعلامات الطلاب في المنتصف، كما أن شكل التمثيل البياني لتوزيع العلامات يشبه الجرس تقريباً. إن مثل هذا التوزيع يسمى توزيعاً طبيعياً.



١) الوسط الحسابي للعلامات يقع في الفئة (٧١-٧٥)

٢) الوسيط للعلامات يقع في الفئة .....

٣) المنوال للعلامات هو مركز الفئة .....

أتعلّم:

إذا كان الوسط = الوسيط = المنوال يكون التوزيع طبيعياً.

التوزيع الطبيعي:

يوجد العديد من التوزيعات الاحتمالية، ومنها التوزيع الطبيعي، ويعتبر التوزيع الطبيعي من أهم التوزيعات الاحتمالية في علم الإحصاء، لأنه يمثل كثيراً من الظواهر التي تقابلنا في الحياة العملية، مثل: الأطوال، والكتل، والأعمار، ودرجات الحرارة، والدخل الشهري، وغيرها من الظواهر المتصلة.

خصائص التوزيع الطبيعي:

١) التمثيل البياني له منحنى يشبه الجرس، ومتماثل حول المستقيم الرأسي المار بالوسط.

٢) يتساوى فيه الوسط والوسيط والمنوال.

٣) المنحنى متصل.

٤) يقترب المنحنى من المحور س، ولكنه لا يمسه.

وسنركز في دراستنا هذه على التوزيع الطبيعي المعياري.

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #113925 | TRACK 7917fc4ddc57f23a

التوزيع الطبيعي المعياري: إذا كانت $س_1$، $س_2$، .....، $س_ن$ علامات خام تتبع التوزيع الطبيعي، فإن العلامات المعيارية المقابلة لها هي $ع_1$، $ع_2$، .....، $ع_ن$ تتبع توزيعاً طبيعياً يسمى التوزيع الطبيعي المعياري، ويكون فيه الوسط الحسابي يساوي صفراً، والانحراف المعياري يساوي (١).

جدول المساحة تحت المنحنى الطبيعي المعياري:

المساحة الكلية تحت المنحنى الطبيعي المعياري تساوي وحدة مساحة واحدة، وقد وضع العلماء جداول خاصة تبين نسبة المساحة تحت المنحنى والمحدودة بقيمة معينة من العلامات المعيارية.

سنعتمد الجداول الملحقة في نهاية الكتاب والتي تعطي المساحة المحصورة تحت ع حيث ع عدد حقيقي.

مثال (١): باستخدام جدول التوزيع الطبيعي المعياري، أجد كلاّ من:

أ) نسبة المساحة تحت (ع = ١,١٧).

ب) نسبة المساحة فوق (ع = ١,٢)

جـ) نسبة المساحة تحت (ع = $-$١)

د) نسبة المساحة فوق (ع = $-$٠,٥)

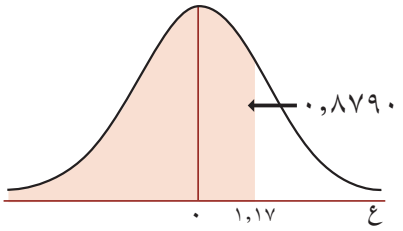
هـ) نسبة المساحة المحصورة بين ($ع_1$ = $-$٠,٨ و $ع_2$ = ٠,١٥)

ع	٠,٠٠	٠,٠١	٠,٠٢	٠,٠٣	٠,٠٤	٠,٠٥	٠,٠٦	٠,٠٧	٠,٠٨	٠,٠٩
٠,٠	٠,٥٠٠٠	٠,٥٠٤٠	٠,٥٠٨٠	٠,٥١٢٠	٠,٥١٦٠	٠,٥١٩٩	٠,٥٢٣٩	٠,٥٢٧٩	٠,٥٣١٩	٠,٥٣٥٩
٠,١	٠,٥٣٩٨	٠,٥٤٣٨	٠,٥٤٧٨	٠,٥٥١٧	٠,٥٥٥٧	٠,٥٥٩٦	٠,٥٦٣٦	٠,٥٦٧٥	٠,٥٧١٤	٠,٥٧٥٣
٠,٢	٠,٥٧٩٣	٠,٥٨٣٢	٠,٥٨٧١	٠,٥٩١٠	٠,٥٩٤٨	٠,٥٩٨٧	٠,٦٠٢٦	٠,٦٠٦٤	٠,٦١٠٣	٠,٦١٤١
٠,٣	٠,٦١٧٩	٠,٦٢١٧	٠,٦٢٥٥	٠,٦٢٩٣	٠,٦٣٣١	٠,٦٣٦٨	٠,٦٤٠٦	٠,٦٤٤٣	٠,٦٤٨٠	٠,٦٥١٧
٠,٤	٠,٦٥٥٤	٠,٦٥٩١	٠,٦٦٢٨	٠,٦٦٦٤	٠,٦٧٠٠	٠,٦٧٣٦	٠,٦٧٧٢	٠,٦٨٠٨	٠,٦٨٤٤	٠,٦٨٧٩
٠,٥	٠,٦٩١٥	٠,٦٩٥٠	٠,٦٩٨٥	٠,٧٠١٩	٠,٧٠٥٤	٠,٧٠٨٨	٠,٧١٢٣	٠,٧١٥٧	٠,٧١٩٠	٠,٧٢٢٤
٠,٦	٠,٧٢٥٧	٠,٧٢٩١	٠,٧٣٢٤	٠,٧٣٥٧	٠,٧٣٨٩	٠,٧٤٢٢	٠,٧٤٥٤	٠,٧٤٨٦	٠,٧٥١٧	٠,٧٥٤٩
٠,٧	٠,٧٥٨٠	٠,٧٦١١	٠,٧٦٤٢	٠,٧٦٧٣	٠,٧٧٠٤	٠,٧٧٣٤	٠,٧٧٦٤	٠,٧٧٩٤	٠,٧٨٢٣	٠,٧٨٥٢
٠,٨	٠,٧٨٨١	٠,٧٩١٠	٠,٧٩٣٩	٠,٧٩٦٧	٠,٧٩٩٥	٠,٨٠٢٣	٠,٨٠٥١	٠,٨٠٧٨	٠,٨١٠٦	٠,٨١٣٣
٠,٩	٠,٨١٥٩	٠,٨١٨٦	٠,٨٢١٢	٠,٨٢٣٨	٠,٨٢٦٤	٠,٨٢٨٩	٠,٨٣١٥	٠,٨٣٤٠	٠,٨٣٦٥	٠,٨٣٨٩
١,٠	٠,٨٤١٣	٠,٨٤٣٨	٠,٨٤٦١	٠,٨٤٨٥	٠,٨٥٠٨	٠,٨٥٣١	٠,٨٥٥٤	٠,٨٥٧٧	٠,٨٥٩٩	٠,٨٦٢١
١,١	٠,٨٦٤٣	٠,٨٦٦٥	٠,٨٦٨٦	٠,٨٧٠٨	٠,٨٧٢٩	٠,٨٧٤٩	٠,٨٧٧٠	٠,٨٧٩٠	٠,٨٨١٠	٠,٨٨٣٠
١,٢	٠,٨٨٤٩	٠,٨٨٦٩	٠,٨٨٨٨	٠,٨٩٠٧	٠,٨٩٢٥	٠,٨٩٤٤	٠,٨٩٦٢	٠,٨٩٨٠	٠,٨٩٩٧	٠,٩٠١٥

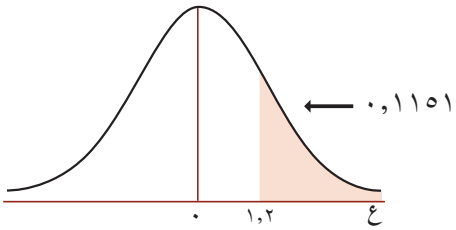
الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #113925 | TRACK 7917fc4ddc57f23a

الحل:

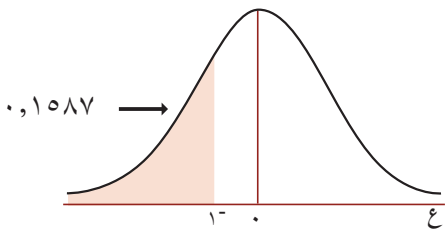
أ) نسبة المساحة تحت (ع = ١,١٧) = ٠,٨٧٩٠ ويتم إيجادها من جدول التوزيع الطبيعي المعياري وتحدد من تقاطع الصف ١,١ ومن العمود ٠,٠٧، حيث أن تقاطع العمود مع الصف يمثل قيمة المساحة. ألاحظ الشكل:



ب) نسبة المساحة فوق (ع = ١,٢) = ١ – المساحة تحت (ع = ١,٢) = ١ – ٠,٨٨٤٩ = ٠,١١٥١ ألاحظ الشكل:



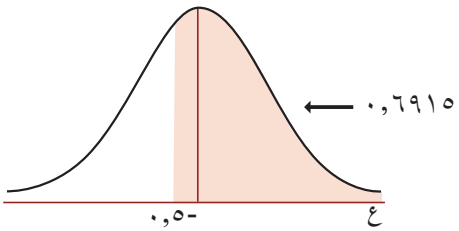
جـ) نسبة المساحة تحت (ع = -١) = ٠,١٥٨٧ مباشرة من الجدول، ألاحظ الشكل:



الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #113925 | TRACK 7917fc4ddc57f23a

د) نسبة المساحة فوق (ع = -٠,٥٠) = ١ – (المساحة تحت ع = -٠,٥٠)

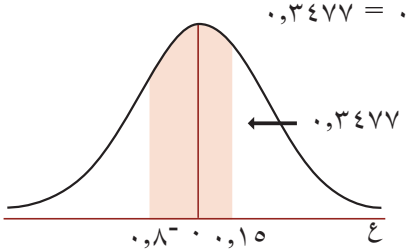
= ١ – ٠,٣٠٨٥ = ٠,٦٩١٥ ألاحظ الشكل:



هـ) نسبة المساحة المحصورة بين (ع$_1$ = -٠,٨٠) و (ع$_2$ = ٠,١٥)

= المساحة تحت (ع = ٠,١٥) – المساحة تحت (ع = -٠,٨٠)

= ٠,٥٥٩٦ – ٠,٢١١٩ = ٠,٣٤٧٧

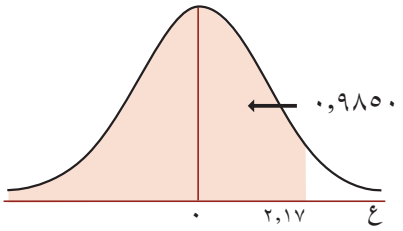


مثال (٢): أجد قيمة ع في كل مما يأتي:

أ) نسبة المساحة تحتها تساوي ٠,٩٨٥٠

ب) نسبة المساحة فوقها تساوي ٠,٦٦٢٨

الحل: أ) نسبة المساحة تحت ع = ٠,٩٨٥٠ ، أبحث في الجدول عن المساحة ٠,٩٨٥٠ ، جد أنها تقع عند تقاطع صف ع = ٢,١ وعمود ٠,٠٧ ، ومنها ع = ٢,١٧ ، ألاحظ الشكل الآتي:

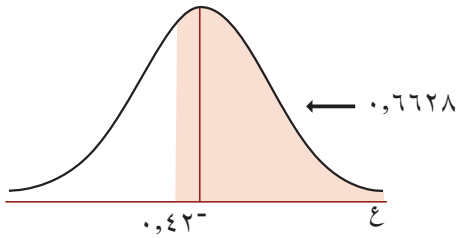


ب) نسبة المساحة فوق ع = ٠,٦٦٢٨ = ١ – المساحة تحت ع

نسبة المساحة تحت ع = ١ – ٠,٦٦٢٨

= ٠,٣٣٧٢

من الجدول ع = -٠,٤٢ ألاحظ الشكل المجاور:

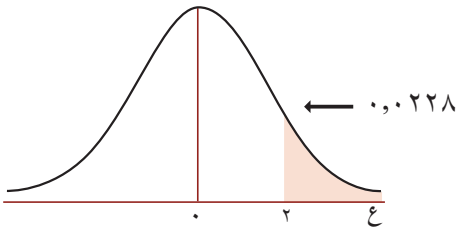


الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #113925 | TRACK 7917fc4ddc57f23a

مثال (٣): الوسط الحسابي لأعمار المصابيح الكهربائية التي ينتجها أحد المصانع هو ١٢٠٠ ساعة بانحراف معياري مقداره ٣٠٠ ساعة، فإذا كانت هذه الأعمار تتبع التوزيع الطبيعي واختير أحد المصابيح عشوائياً، فما النسبة المئوية لأن يبقى المصباح الكهربائي صالحاً لمدة تزيد على ١٨٠٠ ساعة.

الحل: نسبة أن يبقى المصباح صالحاً لمدة تزيد على ١٨٠٠ ساعة = المساحة فوق (ع $|_{س=١٨٠٠}$)

$$ع|_{س=١٨٠٠} = \frac{س - \mu}{\sigma} = \frac{١٨٠٠ - ١٢٠٠}{٣٠٠} = ٢$$



المساحة = المساحة فوق (ع = ٢)

= ١ – المساحة تحت (ع = ٢)

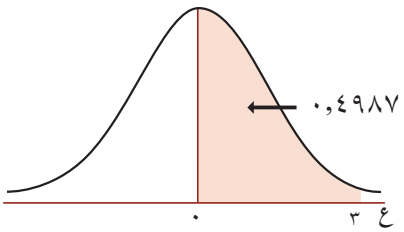
= ١ – ٠,٩٧٧٢ = ٠,٠٢٢٨

النسبة المئوية المطلوبة = ٠,٠٢٢٨ × ١٠٠٪ = ٢,٢٨٪

مثال (٤): الوسط الحسابي لكتل ١٠٠٠ شخص يساوي ٦٥كغم، والانحراف المعياري للكتل ١٠كغم، فإذا كانت الكتل تتبع التوزيع الطبيعي، فما نسبة الأشخاص الذين تقع كتلهم بين ٦٥كغم و٩٥كغم؟ وما عددهم؟

الحل: نسبة الأشخاص الذين كتلهم بين ٦٥كغم، ٩٥كغم

= نسبة المساحة المظللة في الشكل المقابل.



أحول القيمة الخام ٩٥ إلى علامة معيارية

$$ع|_{س=٩٥} = \frac{س - \mu}{\sigma} = \frac{٩٥ - ٦٥}{١٠} = ٣$$

نسبة الأشخاص = المساحة بين (ع = صفر ، و ع = ٣) لماذا؟

= المساحة تحت (ع = ٣) – ٠,٥ لماذا؟

= ٠,٩٩٨٧ – ٠,٥

= ٠,٤٩٨٧

عدد هؤلاء الأشخاص = ١٠٠٠ × ٠,٤٩٨٧ ≈ ٤٩٩ شخصاً.

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #113925 | TRACK 7917fc4ddc57f23a

تمارين ومسائل (١ - ٢)

س١: أجد المساحة تحت المنحنى الطبيعي المعياري في كل من الحالات الآتية:

أ) تحت (ع = ١,٣٨)

ب) فوق (ع = ٠,٩٠)

جـ) بين (ع = $^{-}$١,٥) و (ع = ١,٥)

س٢: أجد العلامة المعيارية (ع) في كل من الحالات الآتية:

أ) المساحة تحت ع هي ٠,٨٥٥٤

ب) المساحة فوق ع هي ٠,٧٧٣٤

ج) المساحة بين $^{-}$ع و ع هي ٠,٦

س٣: إذا كانت أطوال طلبة مدرسة ثانوية فيها ٥٠٠ طالب، أطوالهم تتبع التوزيع الطبيعي بوسط حسابي يساوي ١٦٥سم، وبانحراف معياري ١٠سم، ما نسبة الطلبة الذين تنحصر أطوالهم بين ١٥٠سم ، ١٨٠سم؟ وما عددهم؟

س٤: إذا كانت علامات ٦٠٠ طالب تتخذ توزيعاً طبيعياً بوسط حسابي ٧٢ وبانحراف معياري ٨ وكانت علامة النجاح هي ٦٠، أجد:

أ) النسبة المئوية للطلبة الذين تقع علاماتهم بين ٦٢، ٧٨.

ب) عدد الطلبة الراسبين.

س٥: تتبع رواتب ١٠٠٠ موظف في إحدى الشركات توزيعاً طبيعياً بوسط حسابي ٧٠٠ دينار، وبانحراف معياري ٢٠ ديناراً. أحسب عدد الموظفين الذين تنحصر رواتبهم بين ٦٨٠ ديناراً و ٧٤٠ ديناراً.

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #113925 | TRACK 7917fc4ddc57f23a

س١: إذا كانت العلامتان المعياريتان المناظرتان للعلامتين ٧١ ، ٥٣ هما ٢ ، -١ على الترتيب، أجد الوسط الحسابي والانحراف المعياري للعلامات الخام لطلبة الصف.

س٢: خط إنتاج في مصنع ينتج أكياساً من الأرز بوسط حسابي يساوي ١,٠١كغم، وبانحراف معياري يساوي ٠,٠٢ كغم. أجد:

أ) نسبة الأكياس التي كتلتها أقل من ١,٠٣كغم.

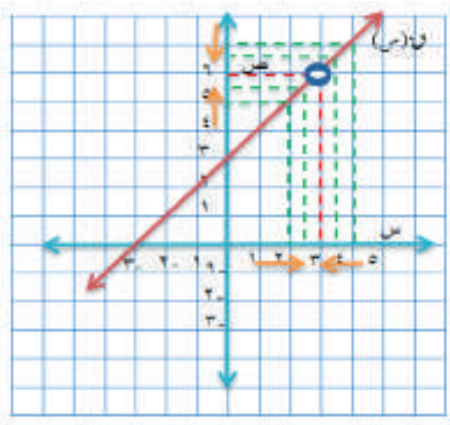
ب) نسبة الأكياس التي تتراوح كتلها بين ١كغم و ١,٠٥كغم.

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #113925 | TRACK 7917fc4ddc57f23a

نهاية الاقتران : Limit of a function

تعريف: نهاية الاقتران ق(س) عند نقطة:

- كلما اقتربت قيم س من العدد أ من جهة اليمين اقتربت قيم ق(س) المقابلة لها من عدد حقيقي معين (ل) يعبر عنها بالصورة $\lim_{س \to أ^+}$ ق(س) = ل.
- كلما اقتربت قيم س من العدد أ من جهة اليسار اقتربت قيم ق(س) المقابلة لها من عدد حقيقي معين (ل) يعبر عنها بالصورة $\lim_{س \to أ^-}$ ق(س) = ل.
- إذا كانت $\lim_{س \to أ^-}$ ق(س) = $\lim_{س \to أ^+}$ ق(س) = ل فإن $\lim_{س \to أ}$ ق(س) موجودة ويكون $\lim_{س \to أ}$ ق(س) = ل.



مثال (١): الشكل المجاور يمثل منحنى الاقتران:

ق(س) = $\frac{س^2 - ٩}{س - ٣}$ ، س ≠ ٣ أجد ما يأتي:

١) ق(٣) (إن وجدت)

٢) نهاية ق(س) عندما تقترب س من العدد ٣ (إن وجدت)

الحل: بملاحظة الشكل، أجد أن:

١) ق(س) غير معرفة عندما س = ٣

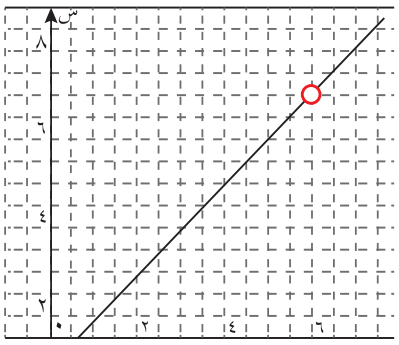
٢) $\lim_{س \to ٣^+}$ ق(س) = ٦ وكذلك $\lim_{س \to ٣^-}$ ق(س) = ٦ أي أن $\lim_{س \to ٣}$ ق(س) = ٦

أفكر وأناقش: هل توجد علاقة بين وجود النهاية عندما تقترب س من س$_1$ ووجود صورة س$_1$ في الاقتران؟

نشاط (١):

يوضح الشكل المجاور منحنى ق(س) = $\frac{س^2 - ٥س - ٦}{س - ٦}$، س ≠ ٦

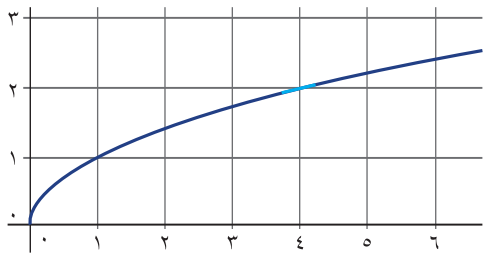
ق(س) = $\frac{(س - ٦)(س + ١)}{(س - ٦)}$ = س+١ ، س ≠ ٦



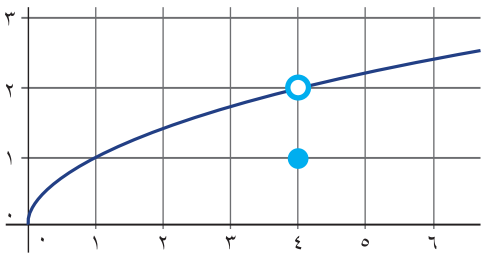
الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #113925 | TRACK 7917fc4ddc57f23a

س١: بالاعتماد على منحنيات الاقترانات الآتية: ق(س) ، هـ(س) ، ك(س) ، م(س) أجد ما يأتي:

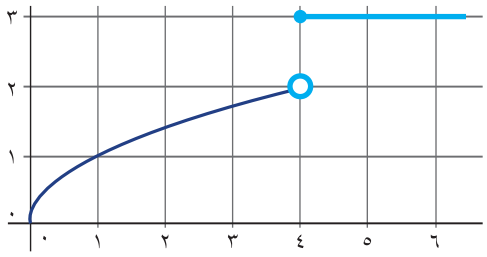
ق(س)



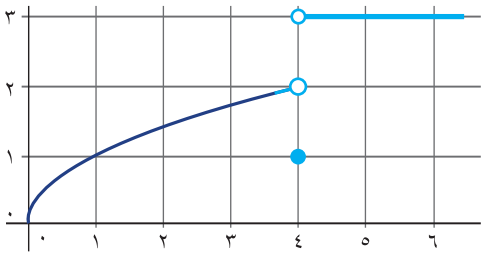
هـ(س)



ك(س)



م(س)



أ) ق(٤) = ...

ب) $\lim_{س \to ٤}$ ق(س) = ...

ج) ك(٤) = ...

د) $\lim_{س \to ٤}$ ك(س) = ...

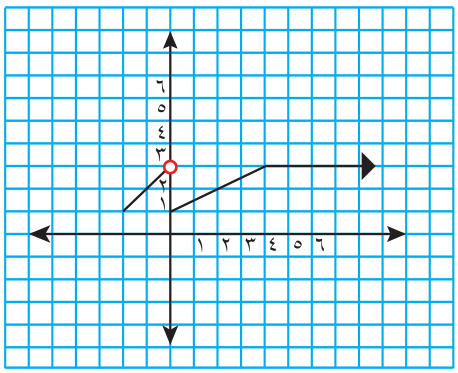
هـ) هـ(٤) = ...

و) $\lim_{س \to ٤}$ هـ(س) = ...

ز) م(٤) = ...

ح) $\lim_{س \to ٤}$ م(س) = ...

س٢: أعتمد الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران ق(س) لإيجاد:



أ) $\lim_{س \to ٤}$ ق(س)

ب) $\lim_{س \to ٠^-}$ ق(س)

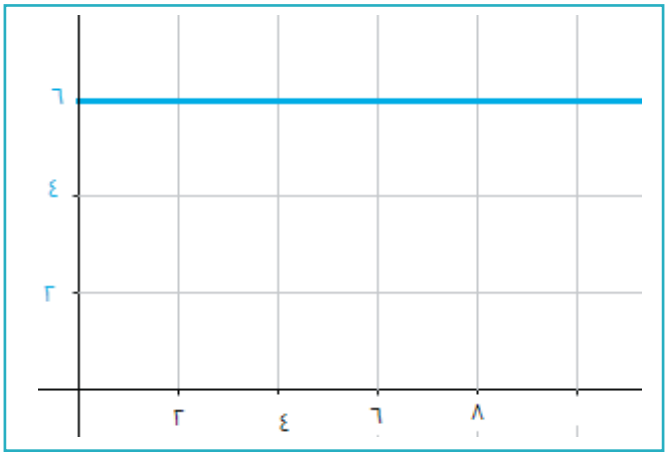
ج) $\lim_{س \to ٠^+}$ ق(س)

د) $\lim_{س \to ٠}$ ق(س)

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #113925 | TRACK 7917fc4ddc57f23a

نشاط (١):

تعتبر البطاريات "الأعمدة الجافة" مصدراً من مصادر الطاقة الكهربائية، حيث تقوم بتزويد الدارة بالطاقة عن طريق المفتاح الكهربائي، عندما يكون المفتاح مغلقاً، ويسمى التيار الذي يسري في الدارة المغلقة تياراً مستمراً DC "Direct Current" وتبقى قيمة هذا النوع من التيار واتجاهه ثابتين مع مرور الزمن، فإذا استخدم طالب بطاريةً ذات مصدر جهد ثابت مقداره ٦ فولت، فإنه يمكن تمثيل الجهد مع مرور الزمن بالشكل المجاور:



الزمن	...	...	٢,٠٠١ ←	٢	١,٩٩٩ →	١,٩٩	...	...
الجهد	...	٦	...	...	...	٦	...	...

الجهد عندما يقترب الزمن من ثانيتين هو ٦

الجهد عندما يقترب الزمن من ٣ ثوانٍ هو ٦

الجهد عندما يقترب الزمن من ٤ ثوانٍ هو .....

الجهد عندما يقترب الزمن من ٨ ثانية هو .....

يمكن تمثيل الجهد بالاقتران ت(٨) = ...

استخدم الجدول في إيجاد $\lim_{٨ \to ٢}$ ت(٨)

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #113925 | TRACK 7917fc4ddc57f23a

قواعد إيجاد النهايات:

- **قاعدة (١):** إذا كان $و(س) = جـ$ فإن $\lim_{س \to ا} و(س) = جـ$ حيث $ا، جـ \in ع$

- **قاعدة (٢):** إذا كانت $\lim_{س \to ا} و(س) = ل$، $\lim_{س \to ا} هـ(س) = ك$ وكان $ك$، $ل$، $جـ$ أعداداً حقيقية، فإن:

١) $\lim_{س \to ا} (و(س) \pm هـ(س)) = \lim_{س \to ا} و(س) \pm \lim_{س \to ا} هـ(س) = ل \pm ك$

٢) $\lim_{س \to ا} جـ و(س) = جـ \lim_{س \to ا} و(س) = جـ \times ل$

٣) $\lim_{س \to ا} (و(س) \times هـ(س)) = \lim_{س \to ا} و(س) \times \lim_{س \to ا} هـ(س) = ل \times ك$

٤) $\lim_{س \to ا} \frac{و(س)}{هـ(س)} = \frac{\lim_{س \to ا} و(س)}{\lim_{س \to ا} هـ(س)} = \frac{ل}{ك}$، $ك \neq ٠$

٥) $\lim_{س \to ا} و^{ن}(س) = (\lim_{س \to ا} و(س))^{ن} = (ل)^{ن}$ ، $ن \in ط^{*}$.

مثال (١): إذا كان $\lim_{س \to ٣} و(س) = ٤$ ، $\lim_{س \to ٣} هـ(س) = ٣^{-}$

١) $\lim_{س \to ٣} (و(س) + هـ(س)) = \lim_{س \to ٣} و(س) + \lim_{س \to ٣} هـ(س) = ٤ + ٣^{-} = ١$

٢) $\lim_{س \to ٣} (٢و(س) - ٣هـ(س)) = ٢ \lim_{س \to ٣} و(س) - ٣ \lim_{س \to ٣} هـ(س) = ٨ - ٩^{-} = ١٧$

٣) $\lim_{س \to ٣} (و(س) \times ٢هـ(س)) = \lim_{س \to ٣} و(س) \times ٢ \lim_{س \to ٣} هـ(س) = ٤ \times ٢ \times ٣^{-} = ٢٤^{-}$

٤) $\lim_{س \to ٣} \frac{و(س)}{هـ(س)} = \frac{\lim_{س \to ٣} و(س)}{\lim_{س \to ٣} هـ(س)} = \frac{٤}{٣^{-}} = \frac{٤^{-}}{٣}$

٥) $\lim_{س \to ٣} و^{٢}(س) = (\lim_{س \to ٣} و(س))^{٢} = (٤)^{٢} = ١٦$

أتذكّر: اقتران كثير الحدود هو اقتران يكون على الصورة:

$و(س) = ا_{ن} س^{ن} + ا_{ن-١} س^{ن-١} + ا_{ن-٢} س^{ن-٢} + ... + ا_{٠}$. حيث $ن \in ط$، $ا_{ن} \in ع$

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #113925 | TRACK 7917fc4ddc57f23a

ب) $\lim_{س \to ٥} ا(س) = \lim_{س \to ٥} \frac{س^٢ - ٢٥}{س^٢ - ٥س}$

بالتعويض المباشر ينتج $\frac{٠}{٠}$ وهي كمية غير معينة، لذا نلجأ للتحليل ثم الاختصار ثم التعويض.

$$= \lim_{س \to ٥} \frac{(س - ٥)(س + ٥)}{س(س - ٥)}$$

$$= \lim_{س \to ٥} \frac{(س + ٥)}{س}$$

= .....

نشاط (٣):

جد $\lim_{س \to ٢} \frac{٤ - س^٢}{س - ٢}$

عند التعويض المباشر، نحصل على: $\frac{٤ - ٤}{٢ - ٢} = \frac{٠}{٠}$ وهي كمية غير معينة.

$$\lim_{س \to ٢} \frac{٤ - س^٢}{س - ٢} = \lim_{س \to ٢} \frac{(٢ - س)(٢ + س)}{(س - ٢)} = ... = -\lim_{س \to ٢} (٢ + س) = ...$$

نشاط (٤):

جد $\lim_{س \to -٣} \frac{س^٣ + ٢٧}{(س + ٣)}$

عند التعويض المباشر نحصل على .....

$$\lim_{س \to -٣} \frac{س^٣ + ٢٧}{(س + ٣)} = ... = \lim_{س \to -٣} .....$$

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #113925 | TRACK 7917fc4ddc57f23a

تمارين ومسائل (٢-٢)

س١: إذا كان $\lim_{س \to ٢} ق(س) = -٢$، $\lim_{س \to ٢} هـ(س) = ٣$. أجد النهايات الآتية:

أ) $\lim_{س \to ٢} (٢ق(س) - هـ(س))$

ب) $\lim_{س \to ٢} \frac{٥ق(س)}{هـ(س)+س}$

ج) $\lim_{س \to ٢} (٤ق(س) + س^{٢} - ٣)$

س٢: جد النهايات الآتية:

أ) $\lim_{س \to ٤} \frac{٣س^{٢} - ١٢س}{س^{٢} - ١٦}$

ب) $\lim_{س \to ١} \frac{س^{٣} - ١}{س^{٢} - ١}$

ج) $\lim_{س \to ٥} \frac{س^{٢} - ٥}{\sqrt{س - ٥}}$

س٣: إذا كان $\lim_{س \to ٣} \frac{أ(س^{٢} - ٩)}{س - ٣} = ٢٤$ فما قيمة الثابت أ .

س٤: إذا كان ق(س) = $\frac{س^{٢} - ٢س}{س^{٢} + ٢س - ٨}$ ، س ≠ ٢، س ≠ -٤ ، أجد $\lim_{س \to ٢} ق(س)$.

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #113925 | TRACK 7917fc4ddc57f23a

نهاية الاقتران متعدد القاعدة: Limit of Multi Rules Function

قاعدة:

إذا كان ق(س) اقتراناً متعدد القاعدة، ويُغير من قاعدته عند س = أ، وكانت $\lim_{س \to أ^+}$ ق(س) = $\lim_{س \to أ^-}$ ق(س) = ل فإن $\lim_{س \to أ}$ ق(س) موجودة وتساوي ل.

مثال (١): إذا كان ق(س) = $\begin{cases} ٢س+١، & س < ٢ \\ س^{٢}+١، & س \geq ٢ \end{cases}$ ، جد:

١) $\lim_{س \to ٤}$ ق(س)　٢) $\lim_{س \to ١}$ ق(س)　٣) $\lim_{س \to ٢^+}$ ق(س)　٤) $\lim_{س \to ٢^-}$ ق(س)　٥) $\lim_{س \to ٢}$ ق(س)

الحل: ١) $\lim_{س \to ٤}$ ق(س) = $\lim_{س \to ٤}$ (٢س + ١) = ٩

٢) $\lim_{س \to ١}$ ق(س) = $\lim_{س \to ١}$ (س^{٢} + ١) = ٢

٣) $\lim_{س \to ٢^+}$ ق(س) = $\lim_{س \to ٢}$ (٢س + ١) = ٥

٤) $\lim_{س \to ٢^-}$ ق(س) = $\lim_{س \to ٢}$ (س^{٢} + ١) = ٥

٥) $\lim_{س \to ٢}$ ق(س) = ٥

مثال (٢):

إذا كان ق(س) = $\begin{cases} \dfrac{س^{٢} - ٥س + ٤}{س - ٤}، & س \neq ٤ \\ -١، & س = ٤ \end{cases}$ فإن

١) $\lim_{س \to ٤}$ ق(س) = $\lim_{س \to ٤}$ $\dfrac{س^{٢} - ٥س + ٤}{س - ٤}$ = $\lim_{س \to ٤}$ $\dfrac{(س - ٤)(س - ١)}{س - ٤}$

= $\lim_{س \to ٤}$ س − ١

= ٣

٢) ق(٤) = −١　(ماذا تلاحظ؟)

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #113925 | TRACK 7917fc4ddc57f23a

س١: إذا كان $ق(س) = \begin{cases} س - ٢ & ، س > ٠ \\ س^{٢} - ٢ & ، س \leq ٠ \end{cases}$ ، أجد $\lim_{س \to -١} ق(س)$، $\lim_{س \to ١} ق(س)$، $\lim_{س \to ٠} ق(س)$، إن وُجدت.

س٢: إذا كان $ق(س) = \begin{cases} ٩ - أس^{٢} & ، س \geq ١ \\ \frac{١ - س}{س - ١} & ، س < ١ \end{cases}$ ، أجد قيمة أ إذا علمت أن $\lim_{س \to ١} ق(س)$ موجودة.

س٣: إذا كان $ق(س) = \begin{cases} \frac{١٦ - س^{٢}}{س + ٤} & ، س \neq -٤ \\ ب & ، س = -٤ \end{cases}$ ، أجد قيمة ب إذا علمت أن $\lim_{س \to -٤} ق(س) = ق(-٤)$.

س٤: إذا علمت أن $\lim_{س \to أ} \frac{س^{٢} - أ^{٢}}{س - أ} = \lim_{س \to ٣} (س + ٥)$، س $\neq$ أ ، أجد قيمة/قيم أ .

س٥: إذا كان $ق(س) = \begin{cases} س^{٣} + ٢ & ، س \geq ١ \\ ٤س - ١ & ، س < ١ \end{cases}$ ، أجد $\lim_{س \to ٠} ق(س)$، $\lim_{س \to ١} ق(س)$، $\lim_{س \to ٥} ق(س)$.

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #113925 | TRACK 7917fc4ddc57f23a

قاعدة (١):

إذا كان ﺃ ، جـ عددين حقيقيين، ن عدداً صحيحاً موجباً، فإن:

١) $\lim_{س \to \infty} جـ = جـ$

٢) $\lim_{س \to \infty} \frac{ﺃ}{س^{ن}} = ٠$

٣) $\lim_{س \to \infty} س^{ن} = \infty$

قاعدة (٢):

الصور غير المعينة: $\infty - \infty$ ، $\frac{\infty}{\infty}$ ، $٠ \times \infty$

$\infty \pm جـ = \infty$ ، جـ عدد حقيقي.

$-\infty \pm جـ = -\infty$ ، جـ عدد حقيقي.

$\infty \times جـ = \infty$ ، جـ عدد حقيقي موجب.

$\infty \times جـ = -\infty$ ، جـ عدد حقيقي سالب.

مثال (١): أجد $\lim_{س \to \infty} (٣س^{٢} - ٥س + ١)$

الحل:

$$\lim_{س \to \infty} (٣س^{٢} - ٥س + ١)$$

$$= \lim_{س \to \infty} س^{٢} \left(٣ - \frac{٥}{س} + \frac{١}{س^{٢}} \right) \quad \text{(لماذا؟)}$$

$$= \lim_{س \to \infty} س^{٢} \left(\lim_{س \to \infty} ٣ - \lim_{س \to \infty} \frac{٥}{س} + \lim_{س \to \infty} \frac{١}{س^{٢}} \right)$$

$$= \infty$$

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #113925 | TRACK 7917fc4ddc57f23a

مثال (٢): أجد $\lim_{س \to \infty} \left(\frac{٥س - ٢س^{٢} + ١}{٣س^{٢} + ٢} \right)$

الحل:

$$\lim_{س \to \infty} \left(\frac{٥س - ٢س^{٢} + ١}{٣س^{٢} + ٢} \right)$$

$$= \lim_{س \to \infty} \frac{س^{٢} \left(\frac{٥}{س} - ٢ + \frac{١}{س^{٢}} \right)}{س^{٢} \left(٣ + \frac{٢}{س^{٢}} \right)}$$ (لماذا؟)

$$= \frac{-٢}{٣}$$ (لماذا؟)

مثال (٣): أجد $\lim_{س \to \infty} \left(\frac{٥س + ١}{س^{٢} + ٤} \right)$

الحل: $\lim_{س \to \infty} \left(\frac{٥س + ١}{س^{٢} + ٤} \right)$

$$= \lim_{س \to \infty} \frac{س \left(٥ + \frac{١}{س} \right)}{س^{٢} \left(١ + \frac{٤}{س^{٢}} \right)}$$

= صفر (لماذا؟)

ملاحظة:

إذا كان $ن$ ، $م \in ط$ ، $أ_{ن} \neq ٠$ ، $ب_{م} \neq ٠$ فإن $\lim_{س \to \infty} \frac{أ_{ن} س^{ن} + أ_{ن-١} س^{ن-١} + ... + أ}{ب_{م} س^{م} + ب_{م-١} س^{م-١} + ... + ب}$ =

١. $\frac{أ_{ن}}{ب_{م}}$ إذا كان $ن = م$

٢. صفر إذا كان $ن > م$

٣. $\pm \infty$ إذا كان $ن < م$

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #113925 | TRACK 7917fc4ddc57f23a

تمارين ومسائل (٢-٤)

س١: أجد كلاً من النهايات الآتية:

أ) $\lim_{س \to -\infty} س^{٢} (-٥س + ٢)$

ب) $\lim_{س \to -\infty} \left(\frac{٨س^{٣} + ١ - س^{٢} + ٤}{س^{٥} + ٣ + س^{٤} + ١} \right)$

جـ) $\lim_{س \to -\infty} \frac{(س+٢)(٣س+١)}{(س+١)(س+٣)}$

س٢: إذا كان $\lim_{س \to -\infty} \frac{س^{ن} + ٥}{٣س^{٢} + ١} = \frac{١}{٣}$ جد قيمة ن .

س٣: إذا علمت أن و(س) = أس + ٣ ، وأن هـ (س) = $\frac{٤س^{٣} - ٢س + ١}{س - س^{٣}}$ ، وكان $\lim_{س \to ٢}$ و(س) = $\lim_{س \to -\infty}$ هـ (س)
جد قيمة أ .

س٤: أجد كلاً من النهايات الآتية:

أ) $\lim_{س \to -\infty} \left(\frac{٥س}{س - ١} - \frac{٢س}{س + ١} \right)$

ب) $\lim_{س \to -\infty} \left(\frac{س^{٥} - ٣س + ٢}{س^{٢} + ٦} \right)$

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #113925 | TRACK 7917fc4ddc57f23a

الاتصال Continuity

تعريف: الاتصال عند نقطة

يكون الاقتران ق(س) متصلاً عند س = أ ، إذا تحققت الشروط الآتية:

١. ق(أ) موجودة ومعرفة كعدد حقيقي.

٢. $\lim_{س \to أ}$ ق(س) موجودة.

٣. $\lim_{س \to أ}$ ق(س) = ق(أ).

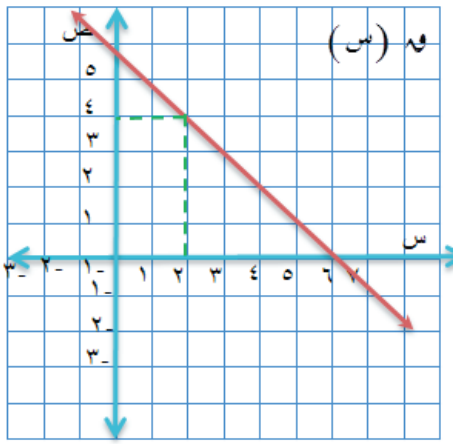
نشاط (١):

في الشكل المجاور:

ق(٢) = ٤

$\lim_{س \to ٢}$ ق(س) = ٤.

ق(٢) = $\lim_{س \to ٢}$ ق(س) = ٤.



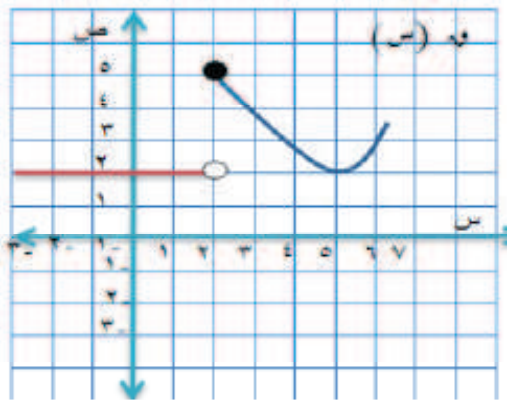
نلاحظ أن الشكل يمثل منحنى الاقتران كثير الحدود ص = ٦ – س وهو متصل دائماً.

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #113925 | TRACK 7917fc4ddc57f23a

قاعدة:

الاقترانات كثيرة الحدود هي اقترانات متصلة في مجالها.

نشاط (٢):



في الشكل المجاور:

ق(٢) = ... ، $\lim_{س \to ٢}$ ق(س) = ... لأن.....

هل ق(س) متصل عند س = ٢ ؟

نشاط (٣):

إذا كان ق(س) = ٣س + ١ ، هـ(س) = $س^{٢}$.

يكون الاقتران ق(س) متصلاً عند س = ٢ لأنه اقتران كثير حدود.

يكون الاقتران هـ(س) متصلاً عند س = ٢ لأن .....

(ق + هـ)(س) متصل عند س = ٢ لأن مجموع اقترانين كثيري حدود يساوي اقتراناً كثير حدود.

(ق − هـ)(س) متصل عند س = ٢ لأن.....

(ق × هـ)(س) متصل عند س = ٢ لأن .....

ناقش: هل $\left(\frac{ق}{هـ}\right)$ (س) متصلاً عند س = ٢، حيث هـ(س) ≠ ٠

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #113925 | TRACK 7917fc4ddc57f23a

قاعدة:

إذا كان ق(س)، هـ(س) اقترانين متصلين عند س = أ فإن:

١. (ق ± هـ)(س) يكون متصلاً عند س = أ .

٢. (ق × هـ)(س) يكون متصلاً عند س = أ .

٣. $\left(\frac{ق}{هـ}\right)$(س) يكون متصلاً عند س = أ، حيث هـ(أ) ≠ ٠ .

مثال (٢): إذا كان ق(س) = $\begin{cases} ٢س^{٢} - ٢ ، & س > ٠ \\ س - ٢ ، & س \leq ٠ \end{cases}$ ، ابحث اتصال الاقتران ق(س) عند س = صفر .

الحل: أبحث شروط الاتصال عند س = صفر لأن الاقتران ق(س) يغير قاعدته عندها.

١) ق(٠) = ٠ − ٢ = -٢

٢) $\lim_{س \to ٠^{+}}$ ق(س) = -٢ (لماذا؟)

$\lim_{س \to ٠^{-}}$ ق(س) = -٢ (لماذا؟)

$\lim_{س \to ٠^{+}}$ ق(س) = $\lim_{س \to ٠^{-}}$ ق(س) = -٢

∴ $\lim_{س \to ٠}$ ق(س) = -٢

٣) ق(٠) = $\lim_{س \to ٠}$ ق(س) = -٢

∴ ق(س) متصل عند س = ٠

مثال (٣): إذا كان ق(س) = $\begin{cases} \frac{س^{٢} - ١}{س - ١} ، & س \neq ١ \\ ٤ ، & س = ١ \end{cases}$ ، ابحث اتصال الاقتران ق(س) عند س = ١.

ابحث اتصال الاقتران ق(س) عند س = ١.

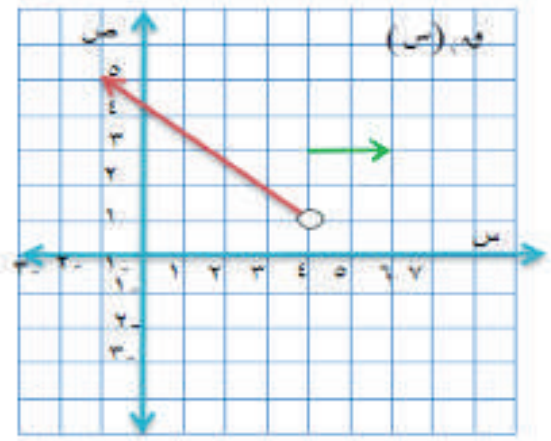
الحل:

١) ق(١) = ٤ ٢) $\lim_{س \to ١}$ ق(س) = ٢ (لماذا؟) ٣) $\lim_{س \to ١}$ ق(س) ≠ ق(١)

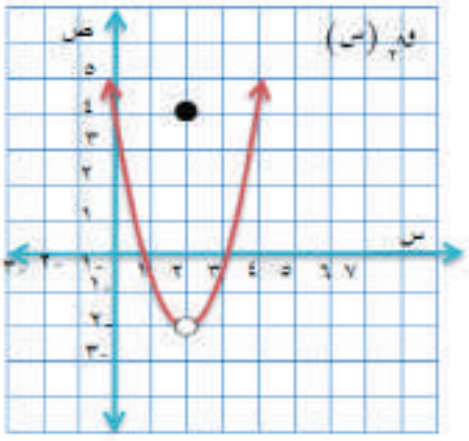
∴ ق(س) غير متصل عند س = ١ .

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #113925 | TRACK 7917fc4ddc57f23a

س١: أبيّن سبب عدم اتصال الاقترانات الآتية، عند النقطة المبينة إزاء كل منها.



عند س = ٤



عند س = ٢

س٢: ابحث اتصال الاقترانات الآتية، عند قيم س المشار إليها في كل حالة مما يأتي:

أ) ق(س) = ٣ س − ٦ عند س = ١.

ب) $ق(س) = \begin{cases} \frac{س^{٢} - ٢س}{س - ٢} & ، س \neq ٢ \\ ٧ & ، س = ٢ \end{cases}$ عند س = ٢

س٣: إذا كان $ق(س) = \begin{cases} ٣ - س & ، س > ١ \\ س^{٢} + ١ & ، س \leq ١ \end{cases}$ ابحث اتصال الاقتران ق(س)، عند س = ١.

س٤: إذا كان $ق(س) = \begin{cases} س^{٢} - أ & ، س \geq ٢ \\ ٣س - ٥ & ، س < ٢ \end{cases}$ متصلاً عند س = ٢، أجد قيمة الثابت أ.

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #113925 | TRACK 7917fc4ddc57f23a

س١: إذا كان $ق(س) = \begin{cases} -٧س + أ & ، س < -١ \\ ٣س^{٢} + ٢ & ، س \leq -١ \end{cases}$ ، متصلاً عند س = -١ ، أجد قيمة الثابت أ.

س٢: إذا كان $ق(س) = \begin{cases} \dfrac{٢س^{٢} - ٦س}{س - ٣} & ، س \neq ٣ \\ ٥ & ، س = ٣ \end{cases}$ ، ابحث في اتصال الاقتران ق(س) عند س = ٣.

س٣: إذا كان $ق(س) = \begin{cases} ٢س + ١ & ، س > ٠ \\ ٥ - ٣س^{٢} & ، س < ٠ \\ ٥ & ، س = ٠ \end{cases}$ ، أجد:

أ) $\lim_{س \to ٠^{-}} ق(س)$

ب) $\lim_{س \to ٠^{+}} ق(س)$

ج) $\lim_{س \to ٠} ق(س)$

د) هل ق متصل عند س = ٠؟

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #113925 | TRACK 7917fc4ddc57f23a

س١: أضع دائرةً حول رمز الإجابة الصحيحة في كل مما يأتي:

١) ما قيمتا الوسط الحسابي (μ) والانحراف المعياري (σ) لمنحنى التوزيع الطبيعي المعياري:

أ) $\mu = ١$، $\sigma = ١$ ب) $\mu = ٠$، $\sigma = ٠$ ج) $\mu = ٠$، $\sigma = ١$ د) $\mu = ١$، $\sigma = ٠$

٢) ما نسبة المساحة تحت (ع = ٢,٨٥)؟

أ) ٠,٩٩٧٨ ب) ٠,٠٠٢٢ ج) ٠,٠٣٢٢ د) ٠,٩٧٨٨

٣) ما نسبة المساحة بحيث (٠,٩٦ < ع < ١,٦٥) :

أ) ٠,٠٩٩١ ب) ٠,١١٩٠ ج) ٠,٦٩٠٠ د) ٠,٨٨٠٩

٤) ما مجموع جميع العلامات المعيارية لتوزيع طبيعي؟

أ) ١ ب) ٠ ج) -١ د) ٠,٥٠٠٠

٥) ما نسبة المساحة الواقعة تحت المنحنى الطبيعي المعياري والواقعة فوق (ع = ٠,٧٥)

أ) ٠,٢٢٦٦ ب) ٠,٢٧٣٤ ج) ٠,٧٧٣٤ د) ٠,٥٧٢١

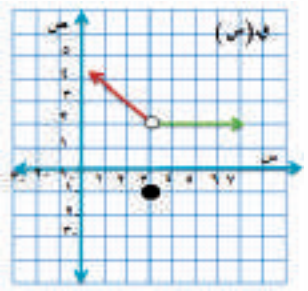
٦) ما قيمة $\lim_{س \to -٢}$ (س^{٣} + ٢س^{٢} + ٦) ؟

أ) -٦ ب) ١٠ ج) ٨ د) ٦

٧) إذا كان $\lim_{س \to ٥}$ ٣ن(س) = ٣، $\lim_{س \to ٥}$ هـ(س) = ٢. ما قيمة $\lim_{س \to ٥}$ ٢ن(س) + $\lim_{س \to ٥}$ هـ^{٢}(س)؟

أ) ٣ ب) ٥ ج) ٦ د) ٨

٨) في الشكل المجاور ما قيمة $\lim_{س \to ٣}$ ن(س)؟



أ) ٢ ب) غير موجودة ج) صفر د) ٣

٩) إذا كان $\lim_{س \to أ}$ (س^{٢} − ٣س) = -٢ ما قيمتا الثابت أ ؟

أ) ١،٢ ب) -١،٢ ج) -١،٢ د) ١،٢-

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #113925 | TRACK 7917fc4ddc57f23a

س٢: إذا كانت العلامتان المعياريتان المناظرتان للعلامتين ٧١ ، ٥٣ هما ٢ ، -١ على الترتيب، أجد الوسط الحسابي والانحراف المعياري للعلامات الخام لطلبة الصف.

س٣: نادي رياضي مكون من ٤٠٠ عضو تتبع أعمارهم التوزيع الطبيعي بوسط حسابي ٤٠ سنة وبانحراف معياري ٥ ، أجد:

أ) عدد الأعضاء الذين تزيد أعمارهم على ٥٠ سنة.

ب) عدد الأعضاء الذين تتراوح أعمارهم بين ٣٥ سنة إلى ٤٥ سنة.

س٤: أجد النهايات الآتية:

أ) $\lim_{س \to -٤} \left(\frac{٢س}{س^٢ - ٤} - \frac{س^٢}{س^٢ - ٤} \right)$

ب) $\lim_{س \to ٠} \frac{س}{س^٢ - ٧س}$

جـ) $\lim_{س \to ٣} \frac{س^٣ - ٢٧}{س^٢ - ٥س + ٦}$

د) $\lim_{س \to ٤} \frac{\sqrt{س} - ٢}{س - ٤}$

س٥: إذا كان $\lim_{س \to ٢} \frac{س^٣ + ٢ب س^٢ + ١}{٤س^٢ + ١} = ١$ ، أجد قيمة الثابت ب .

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #113925 | TRACK 7917fc4ddc57f23a