التحويلات الهندسية تستخدم لرسم إقترانات معقدة نوعاً ما بدون تعويض إعتماداً على إقترانات بسيطة ومطلوب منك عزيزي الطالب التدرب على أشهر الإقترانات وتتعلم كيفية رسمها بالتعويض والتي ستتكرر معك باستمرار مثل الإقترا نات الأتية :

$ق_{1}(س) = س$ ، $ق_{2}(س) = س^{2}$ ، $ق_{3}(س) = س^{3}$ ، $ق_{4}(س) = \sqrt{س}$ ، $ق_{5}(س) = \sqrt[3]{س}$ ، $ق_{6}(س) = |س|$

$ق_{7}(س) = [س]$ ، $ق_{8}(س) = هـ^{س}$ ، $ق_{9}(س) = \frac{1}{س}$ لأننا سنعتمد على هذه الإقترانات لرسم إقترانات أخرى

فمثلاً يمكن رسم منحنى الإقتران ص = $(س - 3)^{2} + 5$ إعتماداً على منحنى الإقتران $ق_{2}(س) = س^{2}$

و رسم منحنى الإقتران هـ $(س) = 2 - \sqrt{س} + 7$ إعتماداً على منحنى الإقتران $ق_{4}(س) = \sqrt{س}$

و رسم منحنى الإقتران لـ $(س) = \sqrt[3]{س} - 4$ إعتماداً على منحنى الإقتران $ق_{5}(س) = \sqrt[3]{س}$

و رسم منحنى الإقتران ص = $|س - 3| + \frac{1}{2}$ إعتماداً على منحنى الإقتران $ق_{6}(س) = |س|$ وكل ذلك بطريقة

بسيطة بدون تكوين جداول وتعويض . وفيما يلي ملخص بجميع التحويلات الهندسية

التحويلات الهندسية

١ الإقتران $ق_{1}(س) = هـ(س) + جـ$ ، $جـ > 0$ عبارة عن إنسحاب للمنحنى هـ $(س)$ بمقدار جـ وحدة للأعلى .

مثل الإقتران $ق_{2}(س) = س^{2} + 2$ عبارة عن إنسحاب لمنحنى الإقتران $س^{2}$ وحدتين للأعلى

٢ الإقتران $ق_{3}(س) = هـ(س) - جـ$ ، $جـ > 0$ عبارة عن إنسحاب للمنحنى هـ $(س)$ بمقدار جـ وحدة للأسفل .

مثل الإقتران $ق_{4}(س) = \sqrt{س} - 3$ عبارة عن إنسحاب لمنحنى الإقتران $\sqrt{س}$ ثلاث وحدات للأسفل

٣ الإقتران $ق_{5}(س) = هـ(س + جـ)$ ، $جـ > 0$ عبارة عن إنسحاب للمنحنى هـ $(س)$ بمقدار جـ وحدة لليسار .

مثل الإقتران $ق_{6}(س) = (س + 2)^{2}$ عبارة عن إنسحاب لمنحنى الإقتران $س^{2}$ وحدتين لليسار

٤ الإقتران $ق_{7}(س) = هـ(س - جـ)$ ، $جـ > 0$ عبارة عن إنسحاب للمنحنى هـ $(س)$ بمقدار جـ وحدة لليمين

مثل الإقتران $ق_{8}(س) = \sqrt[3]{س - 6}$ عبارة عن إنسحاب لمنحنى الإقتران $\sqrt[3]{س}$ ٦ وحدات لليمين

٥ الإقتران $ق_{9}(س) = -هـ(س)$ عبارة عن إنعكاس للمنحنى هـ $(س)$ في محور السينات .

مثل الإقتران $ق_{10}(س) = -(س^{3})$ عبارة عن إنعكاس للمنحنى $س^{3}$ في محور السينات .

٦ الإقتران $ق_{11}(س) = ق_{12}(-س)$ عبارة عن إنعكاس للمنحنى هـ $(س)$ في محور الصادات .

مثل الإقتران $ق_{13}(س) = (-س)^{3}$ عبارة عن إنعكاس لمنحنى الإقتران $س^{3}$ في محور الصادات

ملاحظة

عزيزي الطالب ممكن يمكن استخدام أكثر من تحويل هندسي لرسم محنى الإقتران مثل منحنى الإقتران ص = $-(س - 1)^{2} + 4$ لرسمه نستخدم ثلاث تحويلات كما سنوضح ذلك من خلال المثال التالي .

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114048 | TRACK 30a35767351e4036

مثال

باستخدام التحويلات الهندسية مثل بيانياً منحنيات الإقترانات الأتية :

١) هـ (س) = س^{٢} − ١

٢) هـ (س) = $\sqrt[٣]{س}$ + ٢

٣) هـ (س) = − (س^{٢})

٤) هـ (س) = $\sqrt[٣]{س - ٢}$

٥) هـ (س) = $\sqrt[٣]{س - ٢}$ + ٣

٦) ص = (س + ١)^{٢} − ٣

٧) ك (س) = س^{٢} − ٣س − ٤

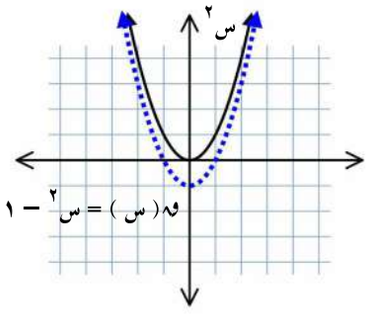
٨) هـ (س) = | س − ١ |

٩) م (س) = | س^{٢} − ٤ | − ٢

١٠) هـ (س) = هـ $^{(س - ٢)}$ + ١

الحـــل

١) هـ (س) = س^{٢} − ١

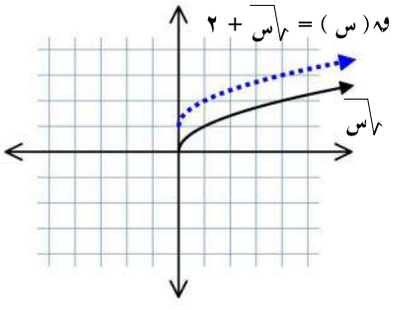


لا حظ أن هـ (س) عبارة عن الإقتران س^{٢} مطروح منه ١

وهو يخضع للتحويل الهندسي هـ (س) = هـ (س) − جـ

⇐ هـ (س) يمكن رسمه إعتماداً على الإقتران س^{٢} وذلك بانسحاب منحنى س^{٢} وحدة للأسفل

٢) هـ (س) = $\sqrt[٣]{س}$ + ٢



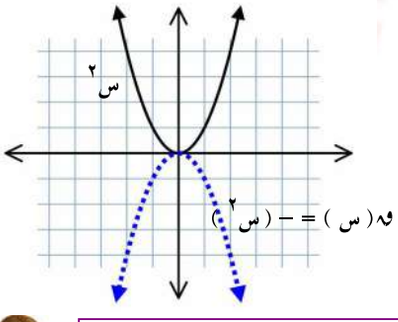
لا حظ أن هـ (س) عبارة عن الإقتران $\sqrt[٣]{س}$ مضاف له ٢

وهو يخضع للتحويل الهندسي هـ (س) = هـ (س) + جـ

⇐ هـ (س) يمكن رسمه إعتماداً على الإقتران $\sqrt[٣]{س}$

وذلك بإزاحة منحنى $\sqrt[٣]{س}$ وحدتين للأعلى

٣) هـ (س) = − (س^{٢})



لا حظ أن هـ (س) عبارة عن الإقتران س^{٢} مضروب في سالب

وهو يخضع للتحويل الهندسي هـ (س) = − هـ (س)

⇐ هـ (س) عبارة عن منحنى س^{٢} معكوس في محور السينات

الملتقى التربوي

. https://www.wepal.net

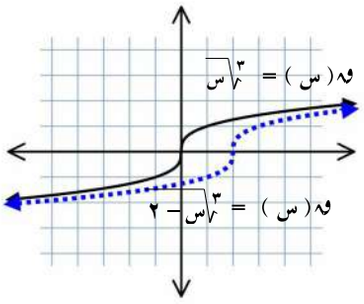
www.wepal.net | RESOURCE #114048 | TRACK 30a35767351e4036

٤) ق(س) = $\sqrt[3]{س - ٢}$

ق(س) هو يخضع للتحويل الهندسي ق(س) = هـ (س – جـ)

حيث هـ (س) هنا يمثل $\sqrt[3]{س}$ ، جـ = ٣

⇐ ق(س) عبارة عن منحنى $\sqrt[3]{س}$ مزاحاً ٢ وحدة لليمين



٥) ق(س) = $\sqrt[3]{س - ٢}$ + ٣

هنا الإقتران ق(س) عبارة عن منحنى الإقتران $\sqrt[3]{س - ٢}$ مزاحاً للأعلى بمقدار ٣ وحدات للأعلى

لكن الإقتران $\sqrt[3]{س - ٢}$ قمنا برسمه في المثال السابق

وهو عبارة عن منحنى $\sqrt[3]{س}$ مزاحاً ٢ وحدة لليمين

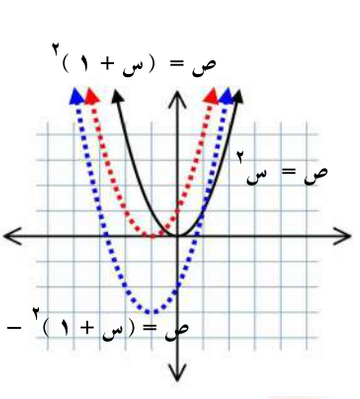
لذلك نرسم ق(س) على ٣ خطوات

١ نرسم منحنى $\sqrt[3]{س}$

٢ نسحب $\sqrt[3]{س}$ وحدتين لليمين لرسم $\sqrt[3]{س - ٢}$

٣ بعد ذلك نسحب منحنى $\sqrt[3]{س - ٢}$ ٣ وحدات للأعلى ينتج منحنى $\sqrt[3]{س - ٢}$ + ٣

يمكن تلخيص ما سبق بالقول بأن منحنى ق(س) عبارة عن منحنى $\sqrt[3]{س}$ مزاحاً ٢ وحدة لليمين متبوعاً بإزاحة ٣ وحدات للأعلى .



٦) ص = (س + ١)^{٢} – ٣

ق(س) عبارة عن منحنى الإقتران (س + ١)^{٢} مزاحاً للأسفل بمقدار ٣ وحدات للأسفل

لكن الإقتران (س + ١)^{٢} عبارة عن منحنى الإقتران س^{٢} مزاحاً وحدة لليسار

لذلك نرسم ق(س) على ٣ خطوات

١ نرسم منحنى س^{٢}

٢ نسحب س^{٢} وحدة لليسار لرسم (س + ١)^{٢}

٣ بعد ذلك نسحب منحنى (س + ١)^{٢} ٣ وحدات للأسفل ينتج منحنى (س + ١)^{٢} – ٣

نلخيص ما سبق بالقول بأن منحنى ق(س) عبارة عن منحنى س^{٢} مزاحاً وحدة لليسار متبوعاً بإزاحة ٣ وحدات للأسفل .

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114048 | TRACK 30a35767351e4036

٧) ك (س) = س^{٢} − ٣س − ٤

نقوم بتحويل الإقتران ك (س) لصورة يمكن إجراء

التحويلات الهندسية عليه وذلك عن طريق عملية إكمال المربع

حيث نضيف ونطرح للإقتران مربع نصف معامل س

وحيث أن معامل س = ٣ فيكون مربع نصفه

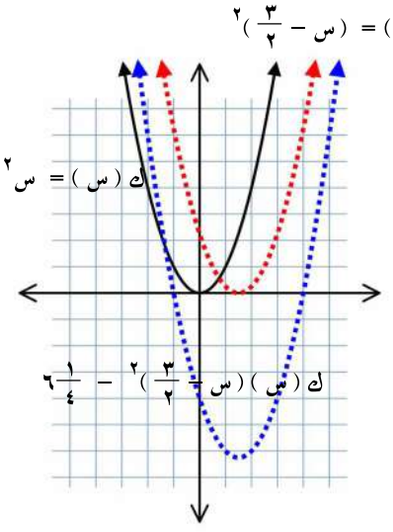
يساوي ($\frac{٣}{٢}$)^{٢} = $\frac{٩}{٤}$ فيكون :

ك (س) = س^{٢} − ٣س + $\frac{٩}{٤}$ − $\frac{٩}{٤}$ − ٤ وبترتيب المعادلة

= (س^{٢} − ٣س + $\frac{٩}{٤}$) + (− $\frac{٩}{٤}$ − ٤) لاحظ القوس الأول أصبح مربع كامل

= (س − $\frac{٣}{٢}$)^{٢} − ٦$\frac{١}{٤}$ ⇐ منحنى الإقتران ك (س) عبارة عن منحنى الإقتران هـ (س) = س^{٢}

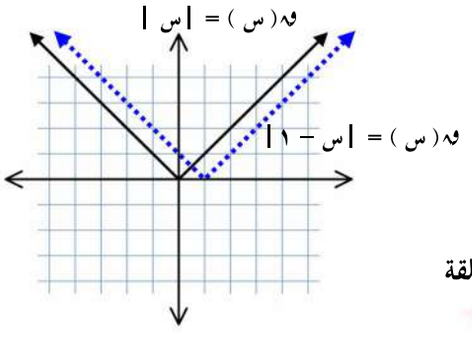
مزاحاً وحدة ونصف ($\frac{٣}{٢}$) لليمين متبوعاً بإزاحة ٦ وحدات وربع (٦ $\frac{١}{٤}$) للأسفل كما هو واضح في الشكل .



٨) هـ (س) = | س − ١ |

لا حظ أن هـ (س) عبارة عن الإقتران | س | مزاحاً وحدة لليمين

لأنه يخضع للتحويل الهندسي هـ (س) = هـ (س − جـ)



حـل آخـر

ويمكن رسم منحنيات إقترانات القيمة المطلقة وذلك بإعادة تعريف القيمة المطلقة

بالطريقة التي تعلمناها سابقاً

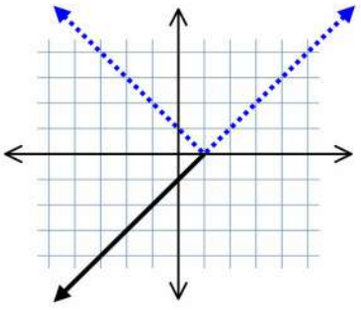
$$|س - ١| = \begin{cases} س - ١ & ، \quad س \geq ١ \\ -(س - ١) & ، \quad س < ١ \end{cases} = \begin{cases} س - ١ & ، \quad س \geq ١ \\ ١ - س & ، \quad س < ١ \end{cases}$$

فنرسم على يمين العدد ١ (عندما س ≥ ٠) الإقتران س − ١

و على يسار العدد ١ (عندما س < ٠) الإقتران ١ − س

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114048 | TRACK 30a35767351e4036

حل آخر



ويمكن رسم منحنيات إقترانات القيمة المطلقة

وذلك برسم المنحنى بداخل القيمة المطلقة

ثم عكس الجزء السالب منه في محور السينات (وذلك لأن القيمة المطلقة دائماً موجبة)

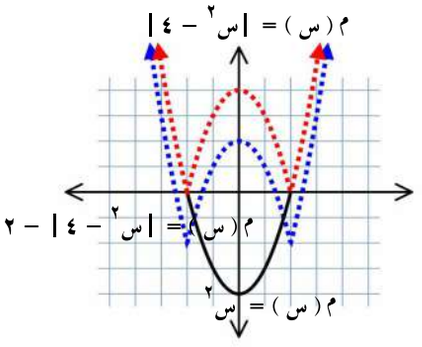
والشكل المجاور يوضح ذلك حيث المنحنى بالخط الأسود هو منحنى س – ١

والخط الأزرق المنقط هو المنحنى المطلوب | س – ١ | بعد عملية العكس

مع العلم أن الجزء السالب من أى منحنى هو الجزء الذي يقع أسفل محور السينات

---

٩) م (س) = | س^{٢} – ٤ | – ٢



نلخص رسم ذلك المنحنى بالخطوات الآتية

لذلك نرسم هـ (س) على ٣ خطوات

١ نرسم منحنى س^{٢}

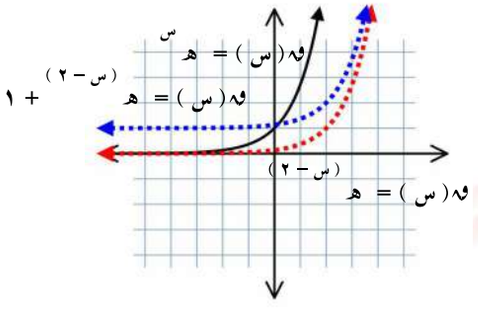
٢ نسحب س^{٢} أربع وحدات للأسفل لرسم س^{٢} – ٤

٣ نعكس الجزء السالب من المنحنى س^{٢} – ٤ في محور السينات لرسم | س^{٢} – ٤ |

٤ نسحب المنحنى السابق | س^{٢} – ٤ | وحدتين للأسفل لنحصل على منحنى الإقتران م (س) = | س^{٢} – ٤ | – ٢

---

١٠) هـ (س) = هـ$^{(س – ٢)}$ + ١



هـ (س) عبارة عن منحنى هـ^{س} مزاحاً وحدتين لليمين

متبوعاً بإزاحة وحدة للأعلى

الملتقى التربوي

. https://www.wepal.net

www.wepal.net | RESOURCE #114048 | TRACK 30a35767351e4036