

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

١٢



دولة فلسطين
وزارة التربية والتعليم

الرياضيات

الأدبي والشرعي
الفترة الثالثة

الطبعة الثانية

٢٠٢٠ م / ١٤٤١ هـ

جميع حقوق الطبع محفوظة ©

دولة فلسطين
وزارة التربية والتعليم



مركز المناهج

mohe.ps | mohe.pna.ps | mohe.gov.ps

f.com/MinistryOfEducationWzartAltrbytWaltym

+970-2-2983250 هاتف | فاكس +970-2-2983280

حي الماصيون، شارع المعاهد

ص. ب 719 - رام الله - فلسطين

pcdc.edu.ps | pcdc.mohe@gmail.com

الوحدة المتمازجة للفترة الثالثة

المعادلات والمتسلسلات والإحصاء

Equations, Series and Statistics

يتوقع من الطلبة بعد دراسة هذه الوحدة المتمازجة والتفاعل مع أنشطتها أن يكونوا قادرين على
توظيف المعادلات والمتسلسلات في الحياة العملية من خلال الآتي:

١. حلّ معادلات أسية.
٢. حلّ معادلات لوغاريتمية.
٣. التعرف إلى مفهوم المتسلسلة.
٤. التعرف إلى المتسلسلة الحسابية وإيجاد مجموعها.
٥. التعرف إلى المتسلسلة الهندسية وإيجاد مجموعها.
٦. التعرف إلى العلامة المعيارية.
٧. التعرف إلى منحنى التوزيع الطبيعي المعياري.
٨. توظيف خواص منحنى التوزيع الطبيعي المعياري في حل مشكلات حياتية.

المحتويات

٢	Exponent Equations	(١ - ٣) المعادلات الأسية
٣	Logarithmic Equations	(٢ - ٣) المعادلات اللوغاريتمية
٤	Arithmetic Series	(٤ - ٣) المتسلسلة الحسابية ومجموعها
٧	Geometric Series	(٥ - ٣) المتسلسلة الهندسية ومجموعها
٩		(٦ - ٣) ورقة عمل
١٠	Standard Score	(٧ - ٣) العلامة المعيارية
١٢	Standard Normal Distribution	(٨ - ٣) التوزيع الطبيعي المعياري
١٥	Chapter Exercises	(٩ - ٣) تمارين عامة
١٧		(١٠ - ٣) الاختبار الذاتي

المعادلات الأسية

اُتذکر:

لتكن p ، m ، $n \in \mathbb{H}$ ، $p \neq 1$ ، $1 \neq p$ ، $\neq$ صفر فإن:

$$p_m^{x_n} = \binom{m}{p} \quad (3)$$

$$1 = (p) \quad (\xi$$

$${}^{n+m}P = {}^n(P) \times {}^m(P) \quad (1)$$

$${}^n\!-\!{}^m\!p = \frac{{}^m\!p}{{}^n\!p} \quad (2)$$

مثال (۱)

أحل المعادلة ${}^{1-s}_9 = {}^{1-s}_2(27)$

الحل: ${}^3(3) = (27)$ كذلك ${}^2(3) = 9$

ومنها: $(٣)^{٦-٣} = (٣)^{٢-٢}$ (لماذا؟)

بما أن الأساسات متشابهة فتكون الأسس متساوية:

أي أن: $6س - 3 = 2س - 2$

ومن هنا مجموعة الحل: $\{\frac{5}{8}\}$ $8s = 5$

تمارين ومسائل (٣ - ١)

أجدُ مجموعة حلّ كل من المعادلات الأسية الآتية:

$$١^٤ (٨) = ٣-٦٣ (٤) \quad \text{ب) } ٧ (٧) = ٢-٥٤ (٤٩) \quad \text{ج) } ٢٧ (٢٧) = ٢-٣٨ (٨١)$$

(ب) $(٤٩)^{-٥} = (٧)^{-٢}$

$$a^{3-6}(\xi) = a^{3-5}(\eta) \quad (A)$$

ما مجموعة حلّ كل من المعادلات الأسية الآتية؟

(أ) $\frac{1}{9} = 0.111\ldots$ (ب) $(125)^{-2} = 5^{-6}$ (ج) $(6)^{-2} = \frac{1}{36}$

(ب) $s^{-2}(5) = s^{-2}(125)$

$$۲۷ = \frac{۱}{۹} \text{ س}^۳ - ۵ \quad (۱^۴)$$

المعادلات اللوغاريتمية

أَتَذَكَّرُ:

إذا كانت a ، s ، v < صفر، $a \neq 1$ فإن:

$$(١) \log_a 1 = ٠ \quad (٢) \log_a a = ١$$

$$(٣) \log_a s = ج \quad \text{تكافئ} \quad a^ج = s \quad (٤) \log_a (s \times v) = \log_a s + \log_a v$$

$$(٥) \log_a \left(\frac{s}{v}\right) = \log_a s - \log_a v \quad (٦) \log_a s^n = n \log_a s, \quad s > ٠$$

مثال (١)

أحلّ المعادلة $\log_3 s = ٣$.

الحلّ: لحلّ المعادلة اللوغاريتمية نحولها أولاً للصورة الأسية.

$$\log_3 s = ٣ \quad \text{تكافئ} \quad (٢)^٣ = s$$

ومنها: $s = ٨$

مثال (٢)

أحلّ المعادلة اللوغاريتمية الآتية: $\log_3 (s^2 - ٢s + ٥) = ٣$

الحلّ: لحلّ المعادلة اللوغاريتمية نحولها أولاً للصورة الأسية.

$$\log_3 (s^2 - ٢s + ٥) = ٣ \quad \text{تكافئ} \quad : s^2 - ٢s + ٥ = (٢)^٣$$

$$s^2 - ٢s - ٣ = ٠ \quad \text{ومنها: } (s - ٣)(s + ١) = ٠ \quad \text{مجموعة الحلّ: } \{-١, ٣\}$$

تمارين ومسابقات (٢ - ٣)

أجّد مجموعة حلّ كل من المعادلات الآتية:

(أ) $\log_3 (٥s - ٤) = ٤$ (ب) $\log_3 (٣٤٣) = ٢s - ١$ (ج) $\log_3 (٦ - s) = ٣$

(د) $\log_3 (s^2 + ٣s - ٣) = ٠$ (هـ) $\log_3 (١٠) = ٢s + ٤$

أجّد مجموعة حلّ المعادلة $\log_3 (s^2 - ٣) = ٠$

أحلّ المعادلة اللوغاريتمية الآتية: $\log_3 (١ - s) - \log_3 (٥ - s) = ١$

المتسلسلة الحسابية ومجموعها

أولاً: المتسلسلات: (Series)

أتذكر:

المتتالية الحسابية: هي المتتالية التي يكون الفرق بين أي حدين متتاليين فيها يساوي مقداراً ثابتاً دائماً.
وحدها العام $u_n = u_1 + (n-1)d$ ، حيث u_1 : الحد الأول، d : الأساس، n : رتبة الحد النوني.

تعريف

المتسلسلة (u_n) تمثل مجموع حدود المتتالية (u_n) المقابلة لها، ويكون حدها العام (u_n) ،
ويعبر S_n عن مجموع حدودها.

مثال (١)

اكتب المتسلسلة المقابلة للمتتالية $u_n = \{3, -1, 4, 9, -5\}$ ، ثم أجد مجموعها

الحل: $S_5 = 3 - 1 + 4 + 9 - 5 = 10$. لاحظ أن: $S_5 = 10$ ومنها: $S_5 = 10$.

أتعلم

تعرف المتسلسلة الحسابية بأنها مجموع حدود المتتالية الحسابية المرتبطة بها.

مثال (٣)

أميز المتسلسلة الحسابية من غيرها فيما يأتي:

$$(1) \quad 7 + 10 + 13 + 16 + 19 \quad (2) \quad 2 + 3 + 5 + 6 + 8$$

الحل: (١) المتسلسلة حسابية، لأن: $10 - 7 = 13 - 10 = 16 - 13 = 19 - 16 = 3$

(٢) المتسلسلة ليست حسابية، لأن $8 - 6 = 2$ ، بينما $5 - 6 = -1$ ، $8 - 5 = 3$.



مجموع أول n حداً من حدود متسلسلة حسابية حدها الأول P وأساسها d ، يعطي بالقانون:

$$ج_n = \frac{n}{2} (P + (n-1)d) \text{ أو } ج_n = \frac{n}{2} (P + (n-1)d)$$

مثال (٣)



أجد مجموع أول ٤٠ حداً من المتسلسلة الحسابية ١٢+١٠+٨+٦+٠٠٠

الحل: $P = 12$ ، $d = -2$ ، $n = 40$

$$ج_n = \frac{n}{2} (P + (n-1)d)$$

$$ج_{40} = \frac{40}{2} (12 + (40-1)(-2)) = 20 (12 - 78) = 20 (-66) = -1320$$

نشاط (١)



$$أجد \sum_{j=1}^{60} (j - 12)$$

الحل: ألاحظ أن المتسلسلة حسابية (لماذا؟)

$$ح_1 = 1 - 12 = -11$$

ح_{٦٠} = ٦٠ - ١٢ = ٤٨ ، إذن المتسلسلة حسابية، فيها $P = 11$ ، $L = 48$ ، $n = 60$

$$ج_n = \frac{n}{2} (P + L) \text{ ومنها } ج_{60} = \frac{60}{2} (11 + 48) = 1665$$

مثال (٤)



أجدُ الحد الخامس عشر في المتسلسلة الحسابية التي يعطى مجموعها بالعلاقة: $ج_n - ج_{n-2}$

الحل: ألاحظ أن الحد الأول $ج_1 = ١$.

$$ج_3 = ١ - (١)٤ = ٣ \text{ ومنها: } ٣ = ١$$

مجموع أول حدين $ج_2 = ج_1 + ج_3$

$$٤ = ٤ - ٨ = (٢)٤ - (٢)٣ \text{ ومنها: } ٤ = (ج_2 - ج_1)$$

$$ج_4 = ٣ - ٤ = ١ \text{ كما أن أساس المتسلسلة } ج_3 - ج_2 \text{ (لماذا؟)}$$

$$١ = ٣ - ٢ = ٢ - ١ \text{ إذن } ٢ = ٢ \text{ ومنها: } ٣ = ج_4 - ج_3$$

$$ج_5 = ٣ + (١ - ١٥) \times ٢ = ٢٥ \text{ (هل هناك حلول أخرى؟).}$$

تمارين ومسائل (٣ - ٤)



١ أكتب الحدود الأربعة الأولى من مفكوك كل من المتسلسلات الآتية:

$$\text{أ) } \sum_{n=1}^{\infty} (١ + ٢٣) \quad \text{ب) } \sum_{n=1}^{\infty} (٢٣)$$

٢ متسلسلة حسابية حدها الأول ١٤، وأساسها يساوي ٥ أجد مجموع أول ٢٠ حداً منها.

٣ أجد الحد الأول في المتسلسلة الحسابية التي أساسها ٢ ومجموع أول ٦٠ حداً فيها يساوي ١٢٠

٤ كم حداً يجب أخذه من متسلسلة حسابية حدها الأول ٣ وأساسها ٦ ليكون مجموع تلك الحدود $= ٢٢٧$ ؟

٥ متسلسلة حسابية حدها الأول ٣ وحدها الستون $= ٨٧$ ، أجد $ج_١$.

المتسلسلة الهندسية ومجموعها

أُتذَكَّر:

المتتالية الهندسية: هي المتتالية التي تكون النسبة بين أي حدين متتاليين فيها يساوي مقداراً ثابتاً دائماً. وحدها العام $ح = م r^{(ن-١)}$ ، حيث $م$: الحد الأول، $ر$: الأساس، $ن$: رتبة الحد النوني

أُتَعَلَّم

تعرف المتسلسلة الهندسية بأنها مجموع المتتالية الهندسية المرتبطة بها.

مثال (١)

أُمَيِّزْ المتسلسلات الهندسية مما يأتي: (أ) $١ + ٣ + ٩ + ٢٧ + ٨١$ (ب) $١٨ + ١٥ + ١٢ + ٩ + ٦$

الحل: (أ) متسلسلة هندسية ، لأن $\frac{١}{٣} = \frac{٣}{٩} = \frac{٩}{٢٧} = \frac{٢٧}{٨١}$

(ب) ليست هندسية، لأن $\frac{١٢}{٩} \neq \frac{٩}{٦}$

أُتَعَلَّم

مجموع أول $ن$ حد من حدود متسلسلة هندسية حدها الأول $م$ وأساسها $ر$ ،

يعطي بالقانون $ج = م \left(\frac{ر-١}{ر-١} \right)$ ، $ر \neq ١$

مثال (٣)

$$٢ + ٢ + ٢ + ٢ + ٢ + \dots + ٢ = \sum_{ن=١}^٨ ٢$$

ألاحظ أن المتسلسلة هندسية لماذا؟ : وفيها: $م = ٢$ ، $ر = ٢$ ، $ن = ٨$

$$إذن: ج = ٢ = \left(\frac{٢-١}{٢-١} \right) ٢ = \left(\frac{٢٥٦-١}{١-} \right) ٢ = ٥١٠$$

تمارين ومسابائل (٣ - ٥)



١ أجد مجموع المتسلسلات الهندسية الآتية:

$$أ) \sum_{n=1}^{\infty} (2 \times 3^n).$$

$$ب) 1 + 5 + 25 + 125 + 625.$$

$$ج) 4 - 1 + \frac{1}{4} - \frac{1}{16}.$$

٢ متسلسلة هندسية حدها الأول ٧ وأساسها ١- ، أجد مجموع أول عشر حدود منها.

٣ أجد الحد الأول في المتسلسلة الهندسية التي أساسها ٢ ومجموع أول أربعة حدود يساوي ٦٠.

٤ كم حداً يلزم أخذه من متسلسلة هندسية حدها الأول ٤ وأساسها ٣ ليكون مجموعها ١٦٠ ؟

ورقة عمل

السؤال الأول: أضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة:

- (١) ما قيمة $\sum_{n=1}^3 (1-n)^2$ ؟ (أ) ٥ (ب) ١- (ج) ١ (د) ٥
- (٢) ما عدد الحدود اللازم أخذها ليصبح مجموع المتسلسلة $٥+١٠+٢٠+..$ يساوي ٦٣٥؟ (أ) ٧ (ب) ٦ (ج) ٥ (د) ٤
- (٣) متسلسلة حسابية مجموع أول ستة عشر حداً فيها ٣٢، وأساسها ٢-، ما حدها الأول؟ (أ) ٣٤ (ب) ١٧ (ج) ١٦ (د) ١٣-
- (٤) ما قيمة: $\log_{(٢٤٣ \times ٨١)}$ ؟ (أ) ٥ (ب) ٢٠ (ج) ٩ (د) ٤
- (٥) ما مجموعة حلّ المعادلة: $\log_{٢٧} (٣)^{٣-١} = ٥$ (أ) ٧ (ب) ٣ (ج) $\frac{١٦}{٣}$ (د) -

السؤال الثاني: أكتب أول ٥ حدود لمتسلسلة حسابية مجموع حديها الثاني والتاسع = ٢٥، ومجموع حديها الثالث والسابع = ٢٠.

السؤال الثالث: كم حداً يلزم أخذه من المتسلسلة الهندسية $١ + ٣ + ٩ + ...$ ليكون المجموع مساوياً ٣٦٤.

السؤال الرابع: إذا كان مجموع أول n حداً من متسلسلة حسابية يعطى بالعلاقة $ج = n(١+٢)$ أجد الحد الأول والأساس لتلك المتسلسلة.

السؤال الخامس: ما مجموعة حلّ كل من المعادلة اللوغاريتمية الآتية؟ $\log_{٢٥} (٢٥)^{٣-٢} = \log_{٨} (٦٤)^{٣}$

العلامة المعيارية

تعريف



العلامة المعيارية: إذا كان الوسط الحسابي لمجموعة من البيانات يساوي (μ) وانحرافها المعياري σ ، فإن العلامة المعيارية ($ع$) المقابلة للقيمة ($س$) تمثل عدد الانحرافات المعيارية التي تنحرفها القيمة $س$ عن الوسط الحسابي للبيانات. وبالرموز فإن: $ع = \frac{\mu - س}{\sigma}$

مثال (١)



إذا كان الوسط الحسابي لعلامات (٣٠) طالبا في الصف الثاني عشر الأدبي في اختبار الجغرافيا يساوي (١٣) وانحرافها المعياري (٢). فإذا حصل ثلاثة طلاب على العلامات: ١١، ١٣، ٢٣، فما هي القيم المعيارية المناظرة لكل منهم؟

الحل:

$$ع = \frac{\mu - س}{\sigma}$$

$$\begin{aligned} \text{العلامة المعيارية (ع) المقابلة للعلامة (س=١١) هي ع} &= \frac{١٣ - ١١}{٢} \leftarrow \text{ع} = ١- \\ \text{العلامة المعيارية (ع) المقابلة للعلامة (س=١٣) هي ع} &= \frac{١٣ - ١٣}{٢} \leftarrow \text{ع} = ٠ \\ \text{العلامة المعيارية (ع) المقابلة للعلامة (س=٢٣) هي ع} &= \frac{١٣ - ٢٣}{٢} \leftarrow \text{ع} = ٥- \end{aligned}$$



مثال (٢)



إذا كان الوسط الحسابي لأعمار مجموعة من الآباء يساوي (٤٣) سنة وانحرافها المعياري (٥) سنة وكانت العلامة المعيارية المقابلة للعمر (س) تساوي (٤) ما العمر س؟

الحل: $\frac{\mu - س}{\sigma} = ع$ ومنها $\frac{٤٣ - س}{٥} = ٤$ إذن $٤٣ - س = ٢٠$ إذن $س = ٦٣$

تمارين ومسائل (٤ - ١)



١ إذا كان $\mu = ٢٠$ ، $\sigma = ٤$ ، ما العلامة المعيارية (ع) التي تقابل العلامة س = ٢٨ .

٢ إذا كان مجموع علامات ٥٠ طالباً في امتحان التاريخ يساوي ١٠٠٠ ، وانحرافها المعياري $\frac{٥}{٢}$ ، ما العلامة المعيارية المناظرة للعلامة ١٥ ؟

٣ إذا كان الوسط الحسابي لأطوال ٢٠ طالباً يساوي ١٥٠ سم وانحرافها المعياري ٢ سم ، ما الطول الذي علامته المعيارية = ٣ ؟

٤ إذا كان الوسط الحسابي لكتلة مجموعة من الأشخاص يساوي ٥٠ كغم ، وانحرافها المعياري σ كغم ، وكانت العلامتان المعياريتان المقابلتان للكتلتين: س ، ٦٠ هما -٢ و ٤ على الترتيب:

أ) فما قيمة كل من س و σ ؟

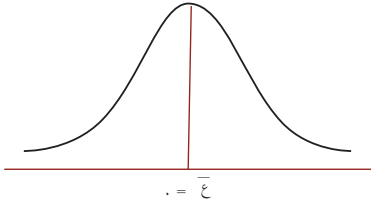
ب) ما العلامة المعيارية المقابلة للكتلة ٥٨ كغم ؟

التوزيع الطبيعي المعياري

تعريف

منحنى التوزيع الطبيعي المعياري هو منحنى تكراري لتوزيع العلامات المعيارية مقابل تكراراتها، بوسط حسابي يساوي صفر، وانحراف معياري يساوي واحد. ويسمى هذا المنحنى شكل الجرس.

وأهم خصائصه:



١. متماثل حول $\bar{ع}$.

٢. يُقسَّم المحور الأفقي فيه بمقدار انحراف معياري واحد بكل وحدة.

٣. المساحة المحصورة بين المنحنى والمحور الأفقي تساوي وحدة مربعة واحدة.

ومن الجدير بالإشارة أن المساحة المحصورة بين قيمتين معياريتين يمكن حسابها من خلال جداول منظمة ودقيقة أعدت لهذا الغرض. لاحظ الملحق (١).

نشاط (١)

أستخدم الجداول في حساب المساحة المحصورة بمنحنى التوزيع الطبيعي المعياري والواقعة تحت ($ع = ٠,٢٣$)

أجد من الجدول أن: المساحة تحت ($ع = ٠,٢٣$) = $٠,٥٩١٠$

ع	٠,٠٠	٠,٠١	٠,٠٢	٠,٠٣	٠,٠٤
٠,٠					
٠,١					
٠,٢				٠,٥٩١٠	
٠,٣					
٠,٤					

مثال (١)

أستخدم الجداول في حساب المساحة المحصورة بمنحنى التوزيع الطبيعي المعياري والواقعة:

١. تحت ($ع = ١$) ٢. تحت ($ع = ١,٤٢$) ٣. فوق ($ع = ٢$)

الحل: ١. المساحة تحت ($ع = ١$) تساوي $٠,٨٤١٣$ ٢. المساحة تحت ($ع = ١,٤٢$) تساوي $٠,٩٢٢٢$

٣. المساحة فوق ($ع = ٢$) = $١ -$ المساحة تحت ($ع = ٢$) = $١ - ٠,٩٧٧٢ = ٠,٠٢٢٨$



نسبة المساحة المحصورة تحت منحني التوزيع الطبيعي عندما ($E > E_0$) إلى المساحة الكلية تحت المنحني تساوي المساحة تحت ($E = E_0$)

مثال (٢)



استخدم جدول التوزيع الطبيعي المعياري في إيجاد نسبة المساحة في كل مما يأتي :

(١) عندما ($E \geq 2,64$) (٢) عندما ($2 \leq E \leq 3$) (٣) عندما ($E \leq -2,02$)

الحل: (١) عندما ($E \geq 2,64$) فإن نسبة المساحة تحت ($E = 2,64$) = _____

(٢) عندما ($2 \leq E \leq 3$) فإن نسبة المساحة بين ($E = 2$ ، $E = 3$)

المساحة تحت ($E = 3$) - المساحة تحت ($E = 2$) = $0,9987 - 0,9772 = 0,0215$

ألاحظ أن المساحة المحصورة بين $E = 2$ و $E = 3$ تمثل ما نسبته $2,15\%$ من المساحة الكلية تحت المنحني.

(٣) عندما ($E \leq -2,02$) = نسبة المساحة فوق ($E = -2,02$) = $1 -$ نسبة المساحة تحت $E = -2,02$

= $1 - 0,9941 = 0,0059$

تطبيقات على التوزيع الطبيعي المعياري:

تقدّم ١٠٠٠ طالب لامتحان ما في جامعة النجاح الوطنية. فإذا كانت علامات الطلبة تتبع التوزيع الطبيعي وسطه

الحسابي ٦٠ وانحرافه المعياري ١٠ . أجد:

(أ) النسبة المئوية للطلبة الذين تنحصر علاماتهم بين ٥٠، و ٩٠. (ب) عدد الطلبة الذين علاماتهم تزيد عن ٨٠

الحل: (أ) أفرض أن S تمثل علامات الطلبة، حيث $\mu = 60$ ، $\sigma = 10$

عندما $S = 50$ فإن: $E = \frac{60 - 50}{10} = 1$ ، وعندما $S = 90$ فإن: $E = \frac{60 - 90}{10} = -3$

إذن النسبة التي تمثل ($50 \leq S \leq 90$) = نسبة المساحة عندما ($-1 \leq E \leq 3$)

= (المساحة تحت $E = 3$) - (المساحة تحت $E = -1$)

= $0,9987 - 0,1057 = 0,8930$ ، إذن النسبة المئوية = $0,8930 \times 100 = 89,3\%$

(ب) عندما $s = 80$ فإن: $e = \frac{60 - 80}{10} = 2$ إذن النسبة التي تمثل ($s \leq 80$) = نسبة المساحة فوق ($e=2$)
 $1 - \text{المساحة تحت } (e=2) = 1 - 0,9772 = 0,0228$
 النسبة المئوية = $0,0228 \times 100\% = 2,28\%$ إذن عدد الطلبة = $0,0228 \times 1000 \approx 23$ طالباً.

تمارين ومسائل (٤ - ٢)



- ١ استخدم جدول التوزيع الطبيعي المعياري في إيجاد نسبة المساحة لكل من الآتية:
 أ) عندما ($e \geq 0,34$) ب) عندما ($e \leq -1,64$) ج) عندما ($-2 \leq e \leq 1,67$)
- ٢ إذا كان عمر التشغيل لبطارية سيارة من إنتاج مصنع فلسطيني يتبع التوزيع الطبيعي، بوسط حسابي ٢٠٠ ساعة، وانحراف المعياري ١٢٠ ساعة، ما النسبة المئوية للبطاريات التي يكون عمر التشغيل لها أكثر من ١٨٢٠ ساعة؟
- ٣ خط إنتاج في مصنع ينتج ٤٠٠ كيس من السكر تتبع توزيعاً طبيعياً بوسط حسابي يساوي ١,٠١ كغم وانحراف معياري يساوي ٠,٠٢ كغم. أجب:
 - أ) النسبة المئوية للأكياس التي كتلتها أقل من ١,٠٣ كغم من إنتاج هذا الخط.
 - ب) عدد الأكياس التي كتلتها أكثر من ١,٠٢ كغم.
 - ج) النسبة المئوية للأكياس التي تتراوح كتلتها بين ١ كغم و ١,٠٥ كغم.
- ٤ تقدم ١٠٠٠ طالب في إحدى الجامعات الفلسطينية لامتحان عام في المهارات التقنية. وكانت علاماتهم تتبع التوزيع الطبيعي بوسط حسابي يساوي ٦٨ وانحراف معياري ٥، فإذا كان عدد الطلبة الذين حصلوا على علامة ٦٠ على الأقل هو ٧١٩ طالب.
 - أ) ما قيمة ٥؟
 - ب) ما النسبة المئوية للطلبة الذين حصلوا على علامة ٤٠ على الأقل؟
 - ج) ما عدد الطلبة الذين حصلوا على علامة ٧٠ على الأكثر؟

تمارين عامة

السؤال الأول: أضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة:

(١) متسلسلة حسابية حدها الأول ٣ وحدها العاشر ٢١، ما مجموع أول عشرة حدود منها؟

- (أ) ٢٠ (ب) ٤٠ (ج) ٥٠ (د) ١٢٠

(٢) متسلسلة هندسية حدها الأول ١-، أساسها $\frac{1}{3}$ ، ما مجموع أول ثلاثة حدود منها؟

- (أ) $\frac{13}{9}$ (ب) $\frac{13}{13}$ (ج) $\frac{4}{3}$ (د) $\frac{52}{81}$

(٣) ما قيمة: $\log_{10}(243 \times 81)$ ؟

- (أ) ٥ (ب) ٢٠ (ج) ٩ (د) ٤

(٤) ما قيمة s التي تحقق المعادلة $\left(\frac{1}{32}\right)^{s-1} = \frac{1}{1}$ ؟

- (أ) -٥ (ب) $\frac{5}{5}$ (ج) ٥ (د) $\frac{11}{5}$

(٥) إذا كان الوسط الحسابي لمجموعة من العلامات يساوي ٥٦ والانحراف المعياري يساوي ٤ فما العلامة التي تنحرف انحرافين معياريين تحت الوسط؟

- (أ) ٥٧ (ب) ٤٨ (ج) ١٢ (د) ١٢-

(٦) إذا كان الفرق بين طولي شخصين يساوي ٥١ سم، والفرق بين العلامتين المعياريتين المناظرتين لطوليهما يساوي ١,٥، فما الانحراف المعياري σ ؟

- (أ) ١٥ (ب) ١,٥ (ج) ١٠ (د) ٧٠,٧٥

(٧) إذا كانت كتلتا شخصين ٨٥ كغم، ٨٠ كغم، وكانت العلامتان المعياريتان المناظرتان لهما ١، ٢- على الترتيب فما الانحراف المعياري؟

- (أ) ١ (ب) $\frac{3}{5}$ (ج) $\frac{5}{3}$ (د) ١٠

(٨) إذا كانت E تتبع التوزيع الطبيعي وكانت المساحة عندما $E < 2,23$ = K ما نسبة المساحة عندما $E < -2,23$ ؟

- (أ) K (ب) $1 - K$ (ج) $K - 1$ (د) $K + 1$

(٩) إذا كان الفرق بين طولي شخصين يساوي ٥١ سم، والفرق بين العلامتين المعياريتين المناظرتين لطوليهما يساوي ١,٥، فما الانحراف المعياري σ ؟

- (أ) ١٥ (ب) ١,٥ (ج) ١٠ (د) ٠,٧٥

١٠. إذا كانت S تتبع التوزيع الطبيعي بوسط الحسابي μ وانحراف معياري σ ، ما قيمة المساحة الممكنة عندما $(S < \mu)$ ؟

- أ) ٠,٥٥ ب) ٠,٥٠ ج) ١ د) صفر

السؤال الثاني: إذا كان E يتبع التوزيع الطبيعي، أجد نسبة المساحة في كل مما يأتي:

- أ) عندما $(E \leq 1,13)$ ب) عندما $(E \geq 1,42)$
ج) عندما $(-1,35 \leq E \leq 2,01)$ د) عندما $(-1,41 \leq E \leq 2,45)$

السؤال الثالث: ما مجموعة حل كل من المعادلة الأسية $9^{x+4} = 27^{x-4}$ ؟

السؤال الرابع: ما مجموعة حل كل من المعادلة اللوغاريتمية الآتية؟
$$1 = \frac{\log_{10}(0,0001)}{\log_{10}(1000000)}$$

السؤال الخامس: ما مجموعة حل المعادلة: $\frac{1}{p} \log_{10}(64) + \log_{10}(243) + 2 \log_{10}(125) = 0$

السؤال السادس: إذا كان الوسط الحسابي لمجموعة من المفردات يساوي ٥٠ والانحراف المعياري لها ١٠ أجد:

أ) العلامة المعيارية المناظرة للمفردة ٦٠

ب) المفردة المناظرة للعلامة المعيارية -١,٥

السؤال السابع: إذا كانت S تمثل علامات طلبة صف ما بحيث S تتبع التوزيع الطبيعي حيث أن الوسط

الحسابي يساوي ٢٠ والانحراف المعياري يساوي ٤، أجد كلاً مما يأتي:

أ) نسبة المساحة عندما $(S \leq 16)$ ب) نسبة المساحة عندما $(S \geq 9)$

السؤال الثامن: إذا كانت العلامتان المعياريتان المناظرتان للعلامتين ١٧ ، ٣٥ هما ٣،١- على الترتيب،

فما الوسط الحسابي والانحراف المعياري للعلامات الخام؟

السؤال التاسع: صفّ مكون من ٤٠ طالباً، إذا كانت علامات الطلاب رامي، محمد ، رائد هي ٨٠ ، ٩٠ ، S

على الترتيب، وعلاماتهم المعيارية المناظرة هي: ٢ ، ٣ ، -١ على الترتيب، فما قيمة S ؟

إختبار ذاتي

السؤال الأول: اختر رمز الإجابة الصحيحة لكل فقرة من الفقرات الآتية:

(١) إذا كانت العلامة المعيارية لـ أحمد في اختبار الرياضيات تساوي $E = 3,5$ ، فيما كانت العلامة المعيارية لـ ناصر هي -١، فاي منهما كانت علامته الخام أفضل؟

أ. ناصر ب. أحمد ج. نفس مستوى الأداء د. لا يمكن ان نقرر

(٢) إذا كان الوسط الحسابي لأطوال ٥١ طالبا تساوي ١٣٠ سم، وكانت العلامة المعيارية المقابلة للطول ١٣٢ سم هي ٥,٠، فما لانحراف المعياري لتلك الأطوال؟

أ. ٢ ب. ١ ج. ٤ د. ٨

(٣) إذا كانت مجموع $\sum_{j=1}^n C_j = \sum_{j=1}^n (4 - 5)$ ، فما مجموع أول ٧٢ حداً فيها؟

أ. ٢٦٨٢ ب. ١٣٤١ ج. ٨٥٤١ د. ١٠١٥٢

(٤) ما عدد حدود المتسلسلة الهندسية مجموع $\sum_{j=1}^n C_j = \sum_{j=1}^n (2)^j$ اللازم جمعها ليصبح $C_n = 60$ ؟

أ. ٥ ب. ٤ ج. ٠٦ د. ٦

ما مجموعة حل المعادلة: $لوى (٢س-١) - لوى (٣س-١) = ٠$ ؟

أ. $\{-\frac{4}{3}\}$ ب. $\{-\frac{3}{4}\}$ ج. $\{٠\}$ د. $\{٢\}$

السؤال الثاني: حل كل من المعادلات الآتية:

$$(١) (٦٤)^{س-١} = \frac{1}{٦٤} \quad (٢) لوى (س+٣) - لوى (س-١) = ١$$

السؤال الثالث: متسلسلة حسابية يعطى مجموع أول n حداً منها $C_n = 5n^2 - 3n$ جد الحد العام لهذه المتسلسلة.

السؤال الرابع: تتبع كتل الأطفال الخدج منحنى التوزيع الطبيعي، بوسط حسابي ١,٢٤ كغم وانحراف معياري $\sigma = ٠,٢$ ، إذا كان عدد الأطفال الخدج عام ٢٠١٨ يساوي ١٢٠٠ طفلاً.

(أ) ما عدد الأطفال الذين يقل وزنهم عن ١ كغم؟

(ب) ما نسبة الأطفال الذين تنحصر أوزانهم من ١ أو ١,٣ كغم؟