المادة التأسيسية لطلاب الثاني عشر علمي

مع الحلول

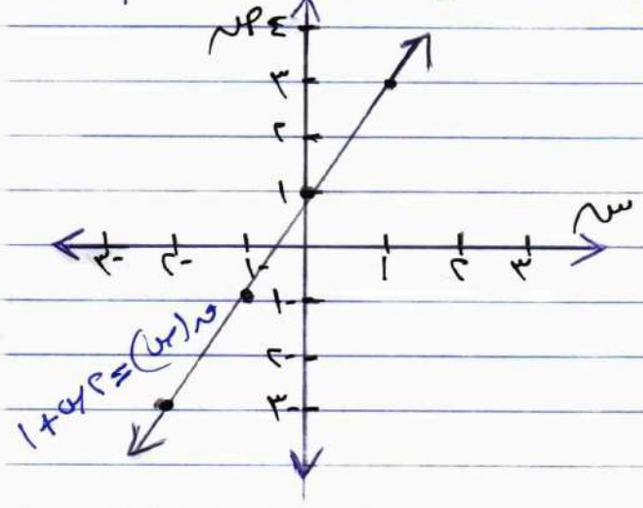
إعداد : أ. هدى فرج

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114203 | TRACK 5337baf6338e8722

ونصلها بخط مستقيم.

مثال ① / $د(س) = ٢س + ١$

س	٢	١	٠	١-	٢-
ص	٥	٣	١	١-	٣-



الطريقة الثانية / طريقة المقاطع حيث

نجد المقطع السيني بوضع ص = ٠

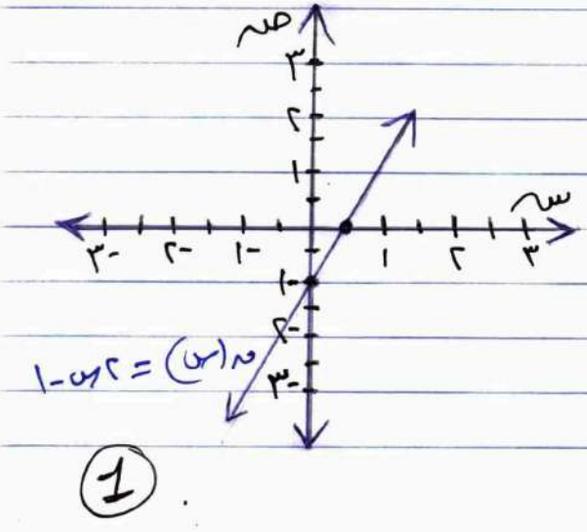
ونجد المقطع الصادي بوضع س = ٠

مثال ② / $د(س) = ٢س - ١$

عندما ص = ٠ ⟸ $٢س - ١ = ٠$ ⟸ $٢س = ١$ ⟸ $س = \frac{١}{٢}$

عندما س = ٠ ⟸ ص = -١

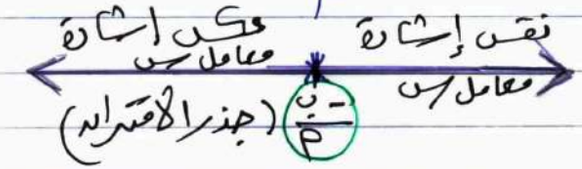
إذن ممثل النقطتين $(\frac{١}{٢}، ٠)$ ، $(٠، -١)$



الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114203 | TRACK 5337baf6338e8722

① نجد صفر الاقتران بوضع $أ س^2 + ب س + ج = 0$ ⟸ $س = \frac{-ب}{أ}$

فتكون إشارة $هـ(س)$ كالشكل المقابل

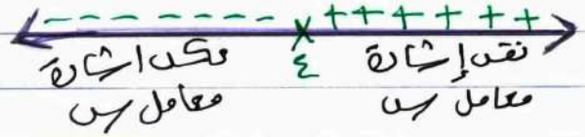


مثال ٣ / ابحث إشارة كل من الاقترانات التالية :-

أ) $هـ(س) = 2س^2 - 8$

الحل أولاً : نوجد صفر الاقتران $2س^2 - 8 = 0$ ⟸ $2س^2 = 8$ ⟸ $س = \frac{8}{2} = 4$

ثانياً : نمثل صفر الاقتران على خط الأعداد



ب) $هـ(س) = -س^2 + 2$

$-س^2 + 2 = 0$ ⟸ $-س^2 = -2$ ⟸ $س^2 = 2$ ⟸ $س = 2$

تدريب ٣ / ابحث/ي إشارة كل من الاقترانات التالية :-

① $هـ(س) = س + 2$ ③ $ل(س) = 3س - 6$

② $هـ(س) = 8 - 4س$ ④ $ل(س) = 1 - س$

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114203 | TRACK 5337baf6338e8722

3

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114203 | TRACK 5337baf6338e8722

① نجد احداثيات الرأس وهي $\left(\frac{-ب}{2أ}\right)$ ، $ه\left(\frac{-ب}{2أ}\right)$

② نحدد فتحة القطع المكافئ

ⓐ إذا كانت إشارة معامل $س^2$ $(أ > 0)$ يكون مقعر للأعلى ∪

ⓑ إذا كانت إشارة معامل $س^2$ $(أ < 0)$ يكون مقعر للأسفل ∩

③ نجد نقاط تقاطع المنحنى مع محور السينات إنه أمكنه بوضع $ه(س) = 0$

④ نجد نقاط تقاطع المنحنى مع محور الصادات بوضع $س = 0$

(نقطة تقاطعه مع محور الصادات هي $(0، ه(0))$)

مثال ① / مثل بيانياً كل من الاقترانات التالية :-

ⓐ $ه(س) = س^2 - 6س + 9$

الحل/

① الاحداثي السيني لنقطة الرأس $= \frac{-ب}{2أ} = \frac{6}{2} = 3$

الاحداثي الصادي لنقطة الرأس $= ه(3) = (3)^2 - 6(3) + 9$

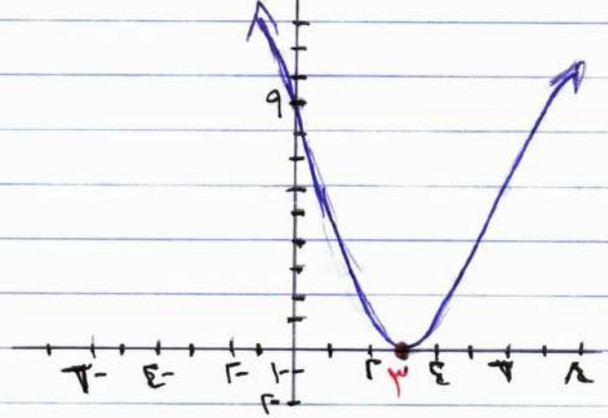
$= 9 - 18 + 9 =$ صفر

∴ إحداثي نقطة الرأس $(3، 0)$

② القطع مفتوح لأعلى لأنه إشارة معامل $س^2$ موجبة .

(4)

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114203 | TRACK 5337baf6338e8722



تدريب (١) / مثل بيانيا الاقترانات التالية :-

(١) $د(س) = س^٢ + س - ١٢$

(٢) $هـ(س) = س^٢ + ٢س - ٣$

(٣) $ل(س) = ١ - س^٢$

(٤) $م(س) = س^٢ - ٤$

ملاحظة هامة / يمكن الاعتماد على التحويلات الهندسية في رسم الاقترانات كما درسنا في الصف العاشر.

أمثلة / $ل(س) = س^٢ + ١$ (الخاب لمختنى $د(س) = س^٢$ وحدة واحدة للأعلى).

$هـ(س) = س^٢ - ١$ (الخاب مختنى $د(س) = س^٢$ وحدة واحدة للأسفل)

$م(س) = (س - ١)^٢$ (الخاب مختنى $د(س) = س^٢$ وحدة واحدة لليمين)

$ل(س) = (س + ١)^٢$ (الخاب مختنى $د(س) = س^٢$ وحدة واحدة لليسار)

$د(س) = -س^٢$ (انعكاس لمختنى $د(س) = س^٢$ في محور السينات)

$ع(س) = (-س)^٢$ (انعكاس لمختنى $د(س) = س^٢$ في محور الصادات)

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114203 | TRACK 5337baf6338e8722

مثال / $ه(س) = س^2 + 1$

$ه(س) = س^2 + 1 = 0 \Leftarrow س^2 = -1$ (لا يوجد جذور حقيقية)

إشارة $ه(س)$ ←++++++++++→

ب) إذا كانت المميز $ب^2 - 4أجـ$ = صفر ⇐ وهنا يوجد جذران حقيقيان متساويان وتكون إشارة الاقتران هي نفس إشارة معامل $س^2$ إلا عند صفر الاقتران.

نفس إشارة معامل $س^2$ | الجذر | نفس إشارة معامل $س^2$

مثال / $ه(س) = س^2 + 2س + 1$

$س^2 + 2س + 1 = 0 \Leftarrow (س+1)(س+1) = 0 \Leftarrow س = -1$

إشارة $ه(س)$ ←+++++++ (-1) +++++++→

جـ) إذا كان المميز $ب^2 - 4أجـ > 0$ ⇐ وهنا يوجد للاقتران جذران حقيقيان مختلفان فتكون الإشارة كما يلي:

نفس | عكس | نفس

① الجذر | ② الجذر

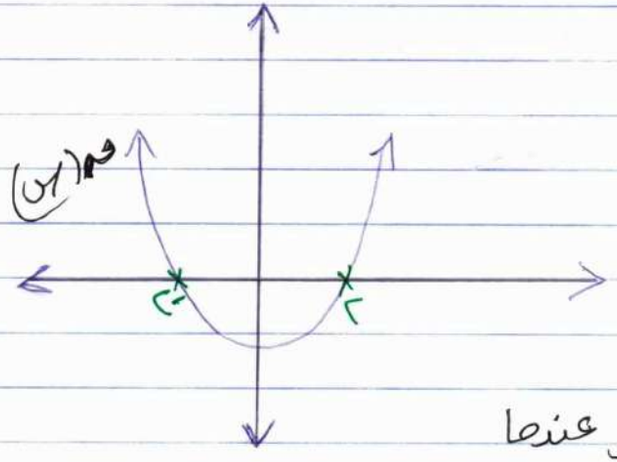
مثال / $ه(س) = س^2 - س - 20$

$س^2 - س - 20 = 0 \Leftarrow (س+4)(س-5) = 0 \Leftarrow$ إما $س = -4$ أو $س = 5$

إشارة $ه(س)$ ←+++ (-4) ------ (5) +++→

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114203 | TRACK 5337baf6338e8722

وهذه المعلومات تساعدنا في الكتابة إشارة إشارته عند الرسم.



مثال/ في الشكل المجاور ص(س) موجبة على الفترة $]-\infty, -٢[\cup]٢, \infty[$

وسالبة أو ص(س) < ٠ على الفترة $]-٢, ٢[$

والاشارة = صفر أحد ص(س) = صفر عندما س = ٢، -٢

تدريب ②/ اكتب إشارة الاقترانات التالية :-

① ص(س) = $س^٢ + ٣س + ٤$

② ص(س) = $-س^٢ + ٣س - ٥$

③ ه(س) = $س^٢ - ٦س + ٩$

④ ه(س) = $س^٢ + ١٠س + ٢٥$

⑤ ط(س) = $س^٢ + س - ١٢$

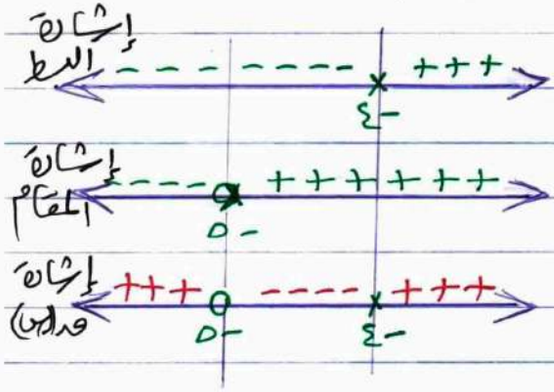
⑥ م(س) = $٢س^٢ - ٤س - ١٦$

⑦ ل(س) = $س - س^٢$

⑧ ص(س) = $٩ - س^٢$

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114203 | TRACK 5337baf6338e8722

مثال ① / ادرس إشارة $د(س) = \frac{س+٤}{س+٥}$ ، $س \neq -٥$



الحل / البسط / $س+٤ = ٠ \Leftarrow س = -٤$

المقام / $س+٥ = ٠ \Leftarrow س = -٥$

* $د(س) > ٠$ (موجبة) عندما

$س > -٤$ ، $س < -٥$

* $د(س) < ٠$ (سالبة) عندما $-٥ < س < -٤$ * $د(س) = ٠$ عندما $س = -٤$

$د(س)$ غير معرفة عندما $س = -٥$

تدريب ① / ادرس إشارة الاقترانات التالية :-

① $د(س) = \frac{٥}{س-٣}$ ، $س \neq ٣$

② $د(س) = \frac{١-٣س}{س^٢-٩}$ ، $س \neq \pm ٣$

③ $د(س) = \frac{س^٢-س-٢٠}{س-٢}$ ، $س \neq ٢$

ثانياً / مجال الاقتران النسبي :- إذا كان $ه(س) = \frac{د(س)}{هـ(س)}$ اقتران نسبي فإن مجال $ه(س)$ = مجال $د(س)$ ∩ مجال $هـ(س)$ - {أصفار المقام $هـ(س)$}

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114203 | TRACK 5337baf6338e8722

* **قاعدة/** إذا كان كل من بسط ومقام الاقتران النسبي كثير حدود فإن مجال الاقتران النسبي = ح - {أصفار المقام}

تدريب ②/ أوجد/ي مجال كل من الاقترانات النسبية التالية:-

① $\text{مد}(س) = \frac{س + ٣}{س^{٢} - ٢س - ٣}$ ② $\text{له}(س) = \frac{س^{٢} + ٦س + ٥}{س - ٤}$

* **مجال اقتران الجذر التربيعي/** مجال اقتران الجذر التربيعي $\sqrt{\text{مد}(س)}$

$= \{ س : \text{مد}(س) \geq ٠ \}$ ولإيجاد مجال الجذر التربيعي

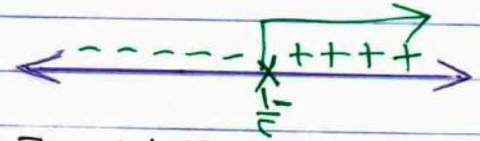
① نتبع إشارة ما داخل الجذر التربيعي.

② يكون مجال اقتران الجذر التربيعي هو الفترات الموجبة وأصفار الاقتران

مثال ①/ أوجد/ي مجال الاقترانات التالية:-

(أ) $\text{مد}(س) = \sqrt{٢س + ١}$

$٢س + ١ = ٠ \Leftarrow ٢س = -١ \Leftarrow س = -\frac{١}{٢}$



مجال $\text{مد}(س) = [-\frac{١}{٢}, \infty[$

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114203 | TRACK 5337baf6338e8722

تدريب ٣/ أوجد في مجال كل من الاقترانات التالية :-

① $ق(س) = \sqrt{س - ١}$ ② $هـ(س) = \sqrt{س^٢ + ٤س - ١٢}$

* مجال الاقتران المثلثي $(جا س) = ع$

ومجال الاقتران المثلثي $جتا س = ع$

مجال الاقتران المثلثي $ظا س = ع - \{\frac{\pi}{٢} \pm ن\pi : ن \in ع\}$.

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114203 | TRACK 5337baf6338e8722

ويمكن كتابة بدون استخدام رمز القيمة المطلقة كما يأتي :-

$$هـ(س) = \begin{cases} س & ، س \geq 0 \\ -س & ، س < 0 \end{cases}$$

* خطوات إعادة تعريف إقتران القيمة المطلقة :-

① نبحث عن إشارة ما داخل رمز القيمة المطلقة.

② في الفترات الموجبة يبقى ما داخل القيمة المطلقة كما هو وفي الفترات السالبة يضرب ما داخل رمز القيمة المطلقة بـ -1.

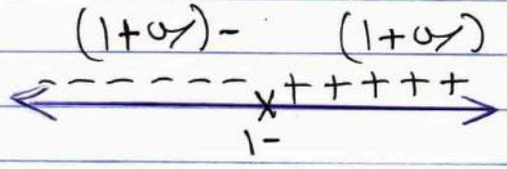
③ تظهر إشارة المساواة في مجال القاعدة التي تحوي نقطة ما داخل القيمة المطلقة.

مثال أعد/أعيدي تعريف كل من الاقترانات التالية :-

① $هـ(س) = |س + 1|$

$س + 1 = 0 \Leftarrow س = -1$

$(س+1)$ موجب | $(س+1)$ سالب



$$هـ(س) = \begin{cases} س + 1 & ، س \geq -1 \\ -(س+1) & ، س < -1 \end{cases}$$

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114203 | TRACK 5337baf6338e8722

$$هـ(س) = \begin{cases} س^2 + س - 2 & س \geq 1 \\ -(س^2 + س - 2) & -2 < س < 1 \\ س^2 + س - 2 & س \leq -2 \end{cases}$$

تدريب ①/ أعد/أعيدي تعريف كل من الاقترانات دون استخدام رمز القيمة المطلقة

① $ه(س) = |س + 7|$

② $ه(س) = |2 - 3س|$

③ $هـ(س) = |2س + 5|$

④ $له(س) = |4 - س^2|$

⑤ $م(س) = |س^3 - س|$

⑥ $ه(س) = |جتا س|$ ، $س \in [0, \pi]$

⑦ $ه(س) = |10س - س^2|$

⑧ $هـ(س) = \left|\frac{س - 1}{س + 2}\right|$

*** خصائص القيمة المطلقة/**

① $|س| \geq$ صفر

② $|-س| = |س|$

③ $|س| = ع \Leftrightarrow س = ع$ أو $س = -ع$

④ $|س| \leq ع \Leftrightarrow -ع \leq س \leq ع$

⑤ $|س| \geq ع \Leftrightarrow س \geq ع$ أو $س \leq -ع$

⑥ $|س ص| = |س||ص|$

⑦ $\left|\frac{س}{ص}\right| = \frac{|س|}{|ص|}$

⑧ $|س - ص| = |ص - س|$

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114203 | TRACK 5337baf6338e8722

* التمثيل البياني لاقتران القيمة المطلقة :-

الخطوات / ① نرسم اقتران ما داخل القيمة المطلقة .

② نعكس في محور السينات الجزء من المنحنى الواقع تحت محور السينات .

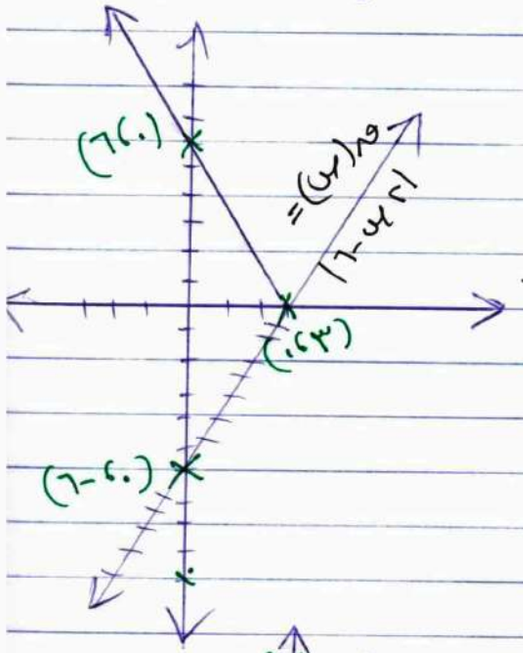
مثال / مثل / ي بيانياً الاقترانات التالية :-

① $هـ(س) = |٢س - ٦|$

① نرسم $٢س - ٦$

الحل / * عندما $ص = ٠$ ، $٢س - ٦ = ٠ \Leftarrow ٢س = ٦$

$\therefore س = ٣$



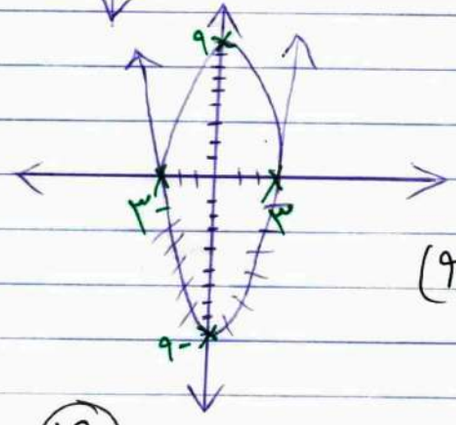
النقطة الأولى $(٠،٣)$

* عندما $س = ٠ \Leftarrow ص = -٦$

النقطة الثانية $(٠،-٦)$

② $هـ(س) = |س^٢ - ٩|$

* نرسم $س^٢ - ٩$



احداثيات نقطة الرأس $(\frac{ب}{٢أ} ، هـ(\frac{ب}{٢أ})) = (٠،-٩)$

* المقطع السيني $س^٢ - ٩ = ٠ \Leftarrow س = \pm ٣$

. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114203 | TRACK 5337baf6338e8722
الملتقى التربوي

(14)

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114203 | TRACK 5337baf6338e8722

مثال/ $[3]=3$ ، $[-\sqrt{7}]=-3$ ، $[1,0]=1$

$[-6,2]=-3$ ، $[-0,05]=-1$ ، $[7,7]=7$

قاعدة/ لكل $س \in ح$ ، $[س]=ن$ حيث $ن \leq س < ن+1$ ، $ن \in ص$

وبشكل عام $ه(س)=[أ س+ب]$ فإن $ن=[أ س+ب]$

حيث $ن \leq أ س+ب < ن+1$

* وتوظف القاعدة السابقة في حل المعادلات وتكون مجموعة الحل على شكل متباينة.
* ليكن $ه(س)=[س]$ اقتران متعدد القاعدة حيث $ه: ح \to ص$ ويسمى الاقتران السلمي.
* طول الدرجة $= \frac{1}{\text{معامل } س}$ (موجبة دائماً).
* لإيجاد مفكوك $ه(س)=[س]$

(P) عندما يكون معامل $س$ موجب.

مثال① $ه(س)=[س+1]$

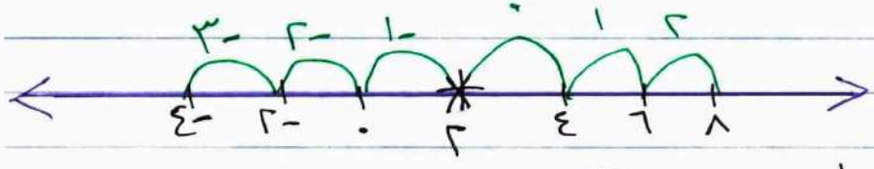
* طول الدرجة $= \frac{1}{1} = 1$

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114203 | TRACK 5337baf6338e8722

$$\begin{cases} -1 & 6 & -2 \le s < -1 \\ 0 & 6 & -1 \le s < 0 \\ 1 & 6 & 0 \le s < 1 \\ 2 & 6 & 1 \le s < 2 \end{cases}$$

مثال ② $هـ(س) = [\frac{1}{2}س - 1]$

* طول الدرجة $= \frac{1}{|\frac{1}{2}|} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = ②$



* معامل س موجب

* $\frac{1}{2}س - 1 = 0 \Leftarrow \frac{1}{2}س = 1 \Leftarrow س = 2$

$$هـ(س) = \begin{cases} -2 & 6 & -2 \le s < 0 \\ -1 & 6 & 0 < s < 2 \\ 0 & 6 & 2 \le s < 4 \\ 1 & 6 & 4 \le s < 6 \\ 2 & 6 & 6 \le s < 8 \end{cases}$$

. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114203 | TRACK 5337baf6338e8722
الملتقى التربوي

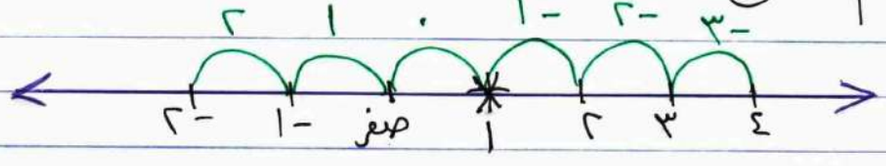
$$هـ(س) = \begin{cases} -٢ & ، -\frac{١}{٢} \leq س < ٠ \\ -١ & ، ٠ \leq س < \frac{١}{٢} \\ ٠ & ، \frac{١}{٢} \leq س < ١ \\ ١ & ، ١ \leq س < \frac{٣}{٢} \end{cases}$$

$$هـ(س) = \begin{cases} -١ & ، ٠ \leq س < \frac{١}{٢} \\ ٠ & ، \frac{١}{٢} \leq س < ١ \\ ١ & ، س = ١ \end{cases}$$

ب) عندما يكون معامل س سالب :-

مثال ①: $هـ(س) = [\![١ - س]\!]$

* طول الدرجة $= \frac{١}{|١-١|} = \frac{١}{١} = ①$



* معامل س سالب

* $١ - س = ٠ \Leftarrow -س = -١$

$\Leftarrow س = ١$

$$هـ(س) = \begin{cases} ٢ & ، -٢ < س \leq -١ \\ ١ & ، -١ < س \leq ٠ \\ ٠ & ، ٠ < س \leq ١ \\ -١ & ، ١ < س \leq ٢ \\ -٢ & ، ٢ < س \leq ٣ \end{cases}$$

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114203 | TRACK 5337baf6338e8722

$$هـ(س) = \begin{cases} ٤ & ٥ & -٣ < س \leq -٢ \\ ٣ & ٦ & -٢ < س \leq -١ \\ ٢ & ٦ & -١ < س \leq ٠ \\ ١ & ٦ & ٠ < س \leq ١ \\ ٠ & ٦ & ١ < س \leq ٢ \\ -١ & ٦ & ٢ < س \leq ٣ \end{cases}$$

$$\text{ن } هـ(س) = \begin{cases} ٤ & ٦ & -٣ < س \leq -٢ \\ ٣ & ٦ & -٢ < س \leq -١ \\ ٢ & ٦ & -١ < س \leq ٠ \end{cases}$$

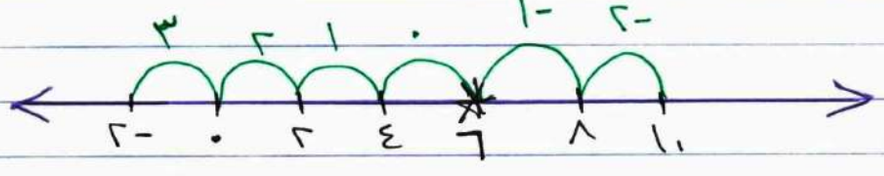
مثال ③ / $ل(س) = [-٣ + \frac{١}{٢} س]$ ع الصورة $[٦، ٧]$

* طول الدرجة $= \frac{١}{|-\frac{١}{٢}|} = \frac{١}{|\frac{١}{٢}|} = ②$

* معامل س سالب

* $-٣ + \frac{١}{٢} س = ٠ \Leftarrow -\frac{١}{٢} س = -٣$

$\Leftarrow \frac{١}{٢} س = ٣ \Leftarrow س = ٦$



الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114203 | TRACK 5337baf6338e8722

$$\begin{cases} 0 & 4 < س \leq 6 \\ -1 & 6 < س \leq 7 \end{cases}$$

تدريب / أوجد/ي مجموعة الاقترانات التالية:-

① $[\frac{1}{2} س - 3]$ ② $[-2س - 6]$

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114203 | TRACK 5337baf6338e8722

③ $\lim_{س \to ٣} \frac{س+٤}{٥-س} = \frac{٣+٤}{٥-٣} = \frac{٧}{٢}$

④ $\lim_{س \to ٥} \frac{س-٥}{٤+٧س} = \frac{٥-٥}{٢٥+٨} = \frac{٠}{٣٣} =$ صفر

⑤ $\lim_{س \to ٣} \frac{س}{س-٣} = \frac{٣}{٠} =$ غير معرف.

⑥ $\lim_{س \to ٥} \frac{س-٥}{س^{٢}-٢٥} = \frac{٥-٥}{٢٥-٢٥} = \frac{٠}{٠}$ (كمية غير معينة)

$\lim_{س \to ٥} \frac{(س-٥)}{(س-٥)(س+٥)} = \lim_{س \to ٥} \frac{١}{س+٥} = \frac{١}{١٠}$

⑦ $\lim_{س \to ٠} \frac{جا س}{س} = ١$ و $\lim_{س \to ٠} \frac{جا ٢س}{٥س} = \frac{٢}{٥}$

⑧ $\lim_{س \to ٠} \frac{ظا س}{س} = ١$ و $\lim_{س \to ٠} \frac{ظا ٢س}{٥س} = \frac{٢}{٥}$

⑨ $\lim_{س \to ٠} \frac{جا س}{ظا س} = ١$ و $\lim_{س \to ٠} \frac{جا ٢س}{جا ٥س} = \frac{٢}{٥}$

⑩ $\lim_{س \to ٠} \frac{جا ٢س}{ظا ٥س} = \frac{٢}{٥}$ و $\lim_{س \to ٠} \frac{ظا ٢س}{ظا ٥س} = \frac{٢}{٥}$

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114203 | TRACK 5337baf6338e8722

فائدة / نلاحظ أن $\lim_{س \to أ} د(س) = ل \Leftrightarrow \lim_{س \to أ^+} د(س) = \lim_{س \to أ^-} د(س) = ل$

مثال ① / ابحث في وجود $\lim_{س \to 1} د(س)$ إذا كانت

$$د(س) = \begin{cases} س^2 - 1 & ، س < 1 \\ 4 - س^2 & ، س \geq 1 \end{cases}$$

الحل $\lim_{س \to 1^+} د(س) = \lim_{س \to 1^+} س^2 - 1 = (1)^2 - 1 = 0$

$\neq$

$\lim_{س \to 1^-} د(س) = \lim_{س \to 1^-} 4 - س^2 = 4 - (1)^2 = 4 - 1 = 3$

$\lim_{س \to 1^-} د(س) \neq \lim_{س \to 1^+} د(س) \Leftarrow \lim_{س \to 1} د(س)$ غير موجودة.

مثال ② / إذا كان $د(س) = \begin{cases} \frac{س^2 - 9}{س - 3} & ، س < 5 \\ 4س - 12 & ، س > 5 \end{cases}$ ابحث في وجود $\lim_{س \to 5} د(س)$

الحل $\lim_{س \to 5^+} د(س) = \lim_{س \to 5^+} 4س - 12$

$= 4(5) - 12 = 20 - 12 = 8$

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114203 | TRACK 5337baf6338e8722

مثال ① / اوجد أ التي تجعل الاقتران $ق(س) = \begin{cases} أ س + ٥ & ، س < ٢ \\ ٢ س^{٢} + ٣ أ & ، س \geq ٢ \end{cases}$

له نهاية موجودة عند $س = ٢$

الحل: بما أن $\lim_{س \to ٢} ق(س)$ موجودة

إذن $\lim_{س \to ٢^+} ق(س) = \lim_{س \to ٢^-} ق(س)$

$٢(٢)^{٢} + ٣أ = أ(٢) + ٥$

$٣أ + ٨ = ٢أ + ٥$

$أ + ٨ = ٥$

$أ = -٣$ ⟸

تدريب ② / ابحث عن وجود النهاية لكل من الاقترانات التالية :-

① $ق(س) = \frac{|س - ١|}{س - ١}$ عند $س = ١$

② $ق(س) = \begin{cases} س + [\![\frac{س}{٢}]\!] & ، -٢ \leq س < ٢ \\ ٢ & ، ٢ \leq س < ٤ \end{cases}$ عندما $س = ٢$ وعندما $س = ٠$

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114203 | TRACK 5337baf6338e8722

ابحث/ ابحثي في الفتال $د(س)$ عند $س = ٣$

الحل $د(٣) = \frac{٨}{٣-٢} = ٨$

① $\lim_{س \to ٣^-} د(س) = \lim_{س \to ٣^-} \sqrt{س^٢ + ٧} = \sqrt{٩ + ٧} = \sqrt{١٦} = ٤$

② $\lim_{س \to ٣^+} د(س) = \lim_{س \to ٣^-} \frac{٨}{س - ٢} = \frac{٨}{٣-٢} = ٨$

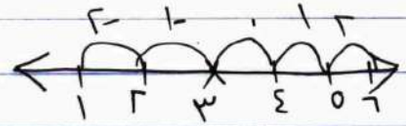
من ① و ② $\lim_{س \to ٣^+} د(س) \neq \lim_{س \to ٣^-} د(س)$ $\Leftarrow$ $\lim_{س \to ٣} د(س)$ غير موجودة

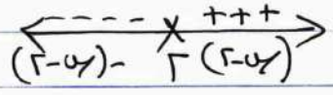
$\therefore د(س)$ غير متصل عند $س = ٣$

مثال ٣/ إذا كان $د(س) = \begin{cases} [س - ٣] & ، س \geq ٢ \\ \frac{|س - ٢|}{س - ٢} & ، س < ٢ \end{cases}$ ابحث في الفتال $د(س)$ عند $س = ٢$

الحل نعيد تعريف $[س - ٣]$

نعيد تعريف $|س - ٢|$





الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114203 | TRACK 5337baf6338e8722

$$د(٢) = -١$$

$$\text{هـ}_{س \to ٢^+} د(س) = -١ \quad ، \quad \text{هـ}_{س \to ٢^-} د(س) = -١ \quad \Rightarrow \quad \text{هـ}_{س \to ٢} د(س) = -١$$

$$\therefore \text{هـ}_{س \to ٢} د(س) = د(٢) = -١ \quad \text{أ} \quad \text{الاقتران متصل عند } س = ٢$$

تدريب ٣ / ⓐ إذا كان $د(س) = \begin{cases} \frac{|س-١|}{س-١} & ، س \neq ١ \\ ٥ & ، س = ١ \end{cases}$

ابحث الاتصال عند $س = ١$

ⓑ ابحث في اتصال $د(س) = \begin{cases} \frac{|ظا س|}{س} & ، س < ٠ \text{ ، عند } س = ٠ \\ ١ - ٢ جتا س & ، س \geq ٠ \end{cases}$

ⓒ إذا كان $د(س) = \begin{cases} س^٢ - س + ١ & ، |س| < ٢ \\ س + ١ & ، [س] = ٢ \end{cases}$

ابحث في اتصال $د(س)$ عند $س = ٢$

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114203 | TRACK 5337baf6338e8722

⑤ الجذور الفردية متصلة على ح.

⑥ الجذور الزوجية متصلة عندما يكون ما داخل الجذر متصل وموجب.

⑦ [س] ← متصل عندما س ∉ صـ
غير متصل عندما س ∈ صـ

⑧ إذا كان د(س) ، هـ(س) متصلان عند س = أ فإن

① د(س) ± هـ(س) متصل.

② $\frac{د(س)}{هـ(س)}$ متصل حيث هـ(س) ≠ ٠.

③ جـ د(س) متصل حيث جـ ∈ ح.

مثال/ ① د(س) = $س^{٣}$ + ٥س − ٧ متصل على ح.

② م(س) = ٦ متصل على ح

③ د(س) = ٥ جا ٢س + ٣ جتا $(س^{٢}+١)$ متصل على ح

④ د(س) = $\frac{١}{س-٢}$ + ٥س متصل على ح − {٢}

⑤ د(س) = $\frac{س+٢}{س^{٢}-٣س-٤}$ متصل على ح − {−١ ، ٤}

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114203 | TRACK 5337baf6338e8722

مثال/ أوجد قيمة $أ$ التي تجعل الاقتران $د(س) = \begin{cases} \frac{جا س}{س^{٢}} & ، س \neq ٠ \\ أ & ، س = ٠ \end{cases}$ متصلاً عند $س = ٠$

الحل/ بما أن $د(س)$ متصلاً عند $س = ٠$ $\Leftarrow$ $د(٠) = \lim_{س \to ٠} د(س)$

$\lim_{س \to ٠} د(س) = \lim_{س \to ٠} \frac{جا س}{س^{٢}} = \frac{١}{٢}$

$\therefore د(٠) = \lim_{س \to ٠} د(س)$

$أ = \lim_{س \to ٠} د(س) \Leftarrow أ = \frac{١}{٢}$

تدريب/ ① إذا كان $د(س) = \begin{cases} \frac{جا ٣س}{جا ٢س} & ، س \neq ٠ \\ ك & ، س = ٠ \end{cases}$ أوجد قيمة $ك$ التي تجعل $د(س)$ متصلاً عند $س = ٠$

② ليكن $د(س) = \begin{cases} أ - ب ظا س & ، ٠ < س < \frac{\pi}{٤} \\ \frac{٤س}{\pi} + ب & ، \frac{\pi}{٤} < س < \frac{\pi}{٤} \\ ٣ & ، س = \frac{\pi}{٤} \end{cases}$

أوجد قيمة $أ$ و $ب$ حيث $د(س)$ متصل عند $س = \frac{\pi}{٤}$

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114203 | TRACK 5337baf6338e8722

$\lim_{س \to 2^+}$

③ $د(س)$ متصل عند $س = ب$ من اليمين أي أنه $\lim_{س \to ب^-} د(س) = \lim_{س \to ب^+} د(س) = د(ب)$

ملاحظة/ إذا كان $د(س)$ متصلاً على أي فترة فإنه يكون متصلاً على أي فترة جزئية منها.

مثال/ إذا كان $د(س) = \begin{cases} 3 - س^2 & -2 \le س \le 1 \\ س + 1 & , \text{أي } س > 1 \end{cases}$

ابحث في الاتصال على الفترة $[-2, 2]$

الحل/ القواعد/ الاقتران $3 - س^2$ متصل على $]-2, 1[$ لأنه كثير حدود.

الاقتران $س + 1$ متصل على $]1, 2[$ لأنه كثير حدود.

نقاط التحول/ عند $س = 1$

$د(1) = 3 - (1)^2 = 2$ ⑦ $\lim_{س \to 1^-} 3 - س^2 = 2$ ، $\lim_{س \to 1^+} س + 1 = 2$

$\therefore د(1) = \lim_{س \to 1} د(س)$ ⑦ $\Leftarrow$ $د(س)$ متصل عند $س = 1$

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114203 | TRACK 5337baf6338e8722

$\lim_{س \to 2^-} هـ(س) = \lim_{س \to 2^-} (س^2 + 1) = 5$ ، $هـ(2) = 2^2 + 1 = 5$

$\lim_{س \to 2^+} هـ(س) = \lim_{س \to 2^+} (س + 3) = 5$

$\therefore$ الاقترانان متصل عند $س = 2$ من اليسار لأنه $هـ(2) = \lim_{س \to 2^-} هـ(س)$

$\therefore هـ(س)$ متصل على $[-2, 2]$

تدريب ① إذا كان $هـ(س) = \begin{cases} 2س + 12 & , -3 \leq س < 1 \\ [\frac{1}{3}س + 4] & , 1 \leq س \leq 6 \end{cases}$

ابحث في اتصال $هـ(س)$ على $[-3, 6]$

② إذا كان $هـ(س) = \begin{cases} \frac{جا 4س}{5س} & , -2 \leq س < 0 \\ 3 & , س = 0 \\ ب(2 + س) & , 0 < س \leq 2 \end{cases}$

جد/ جدي قيمة $ب$ إذا كان $هـ(س)$ متصلاً على $[-2, 2]$

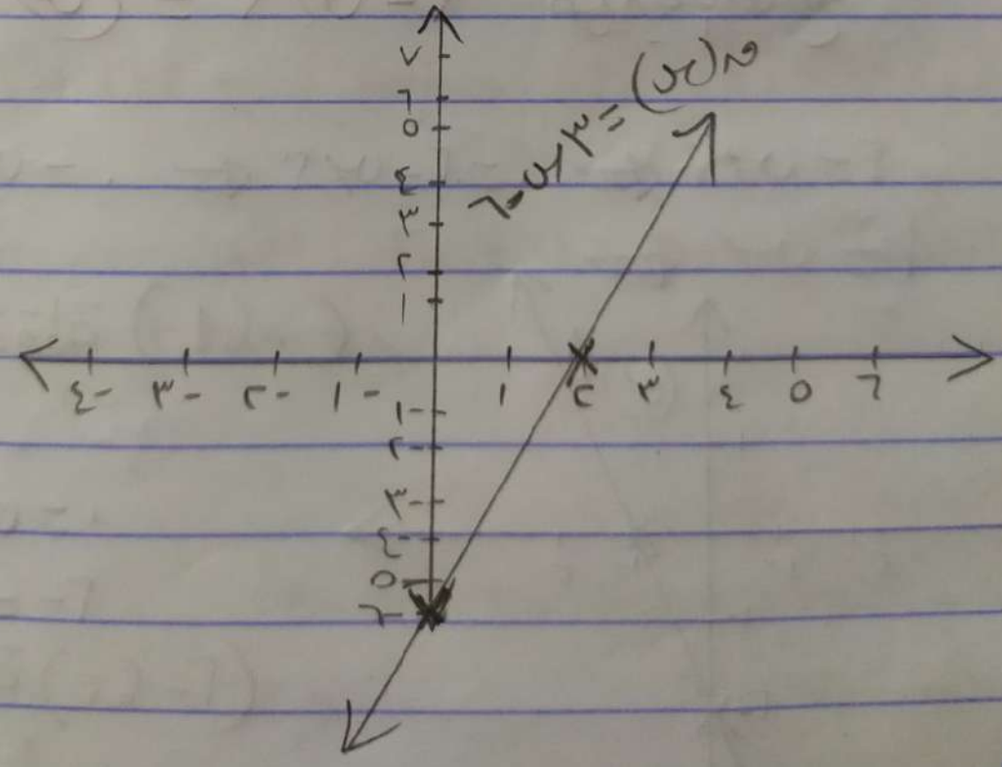
الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114203 | TRACK 5337baf6338e8722

* $3س - 7 = ٠$ ⟸ $3س = 7$ ⟸ $س = 2$

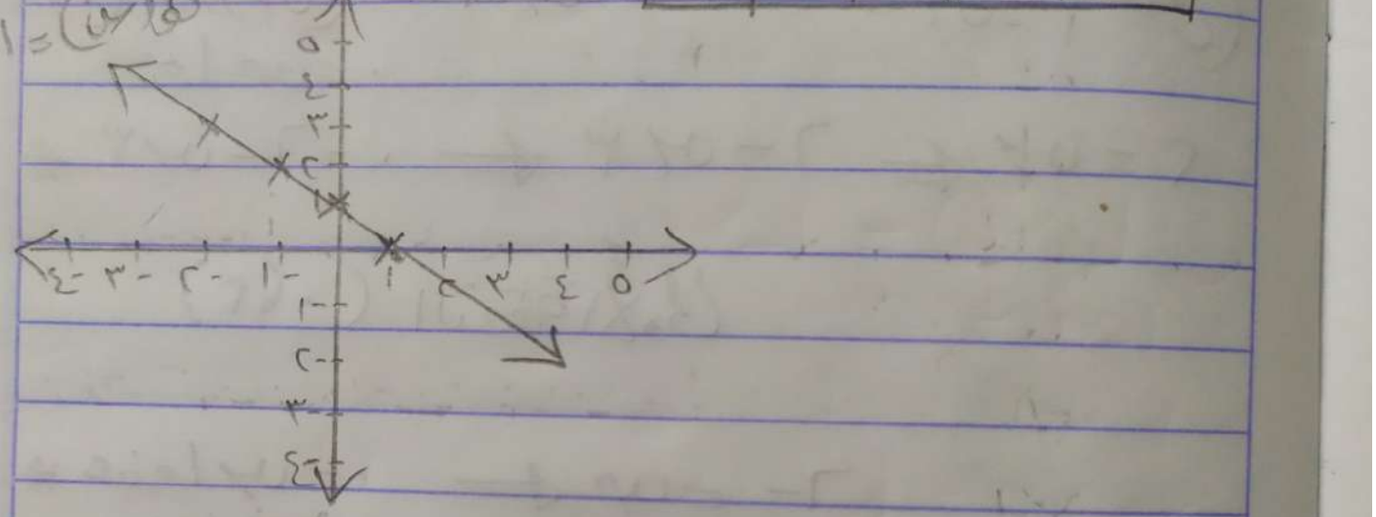
النقطة الأولى $(٢، ٠)$

* عندما $س = ٠$ ⟸ $ص = -7$

النقطة الثانية $(٠، -7)$



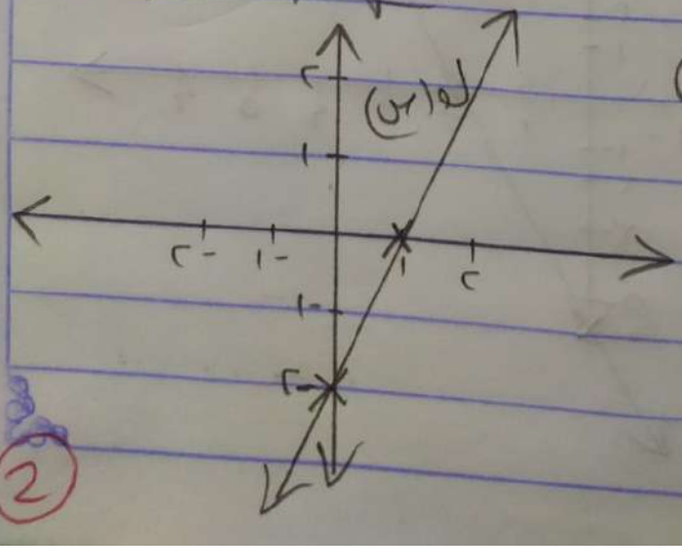
الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114203 | TRACK 5337baf6338e8722



③ ل(س) = ٢س - ٢ طريقة التقاطع

* عندما ص = ٠ ← ٢س - ٢ = ٠ ← ٢س = ٢

س = ١ ←



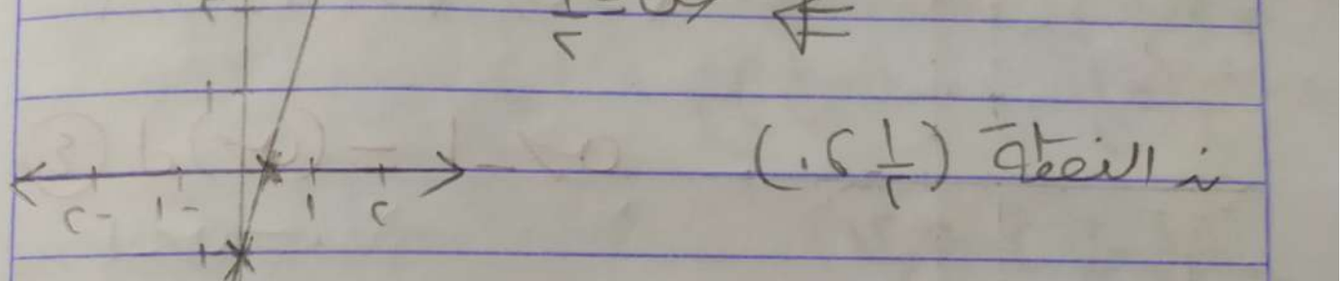
∴ النقطة (١، ٠)

* عندما س = ٠

ص = -٢ ←

∴ النقطة (٠، -٢)

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114203 | TRACK 5337baf6338e8722



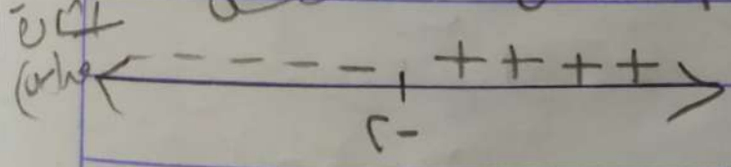
∴ النقطة $(\frac{1}{2}, 0)$

عندما $س = 0 \Leftarrow ص = -1$

∴ النقطة $(0, -1)$

تدريب ② ① $د(س) = س + 2$

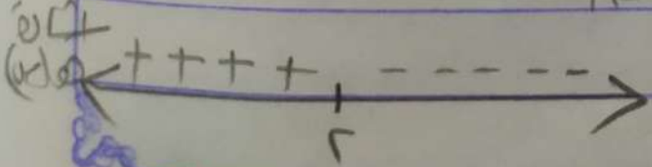
$س + 2 = 0 \Leftarrow س = -2$ تقبل تحت



② $د(س) = 8 - 4س$

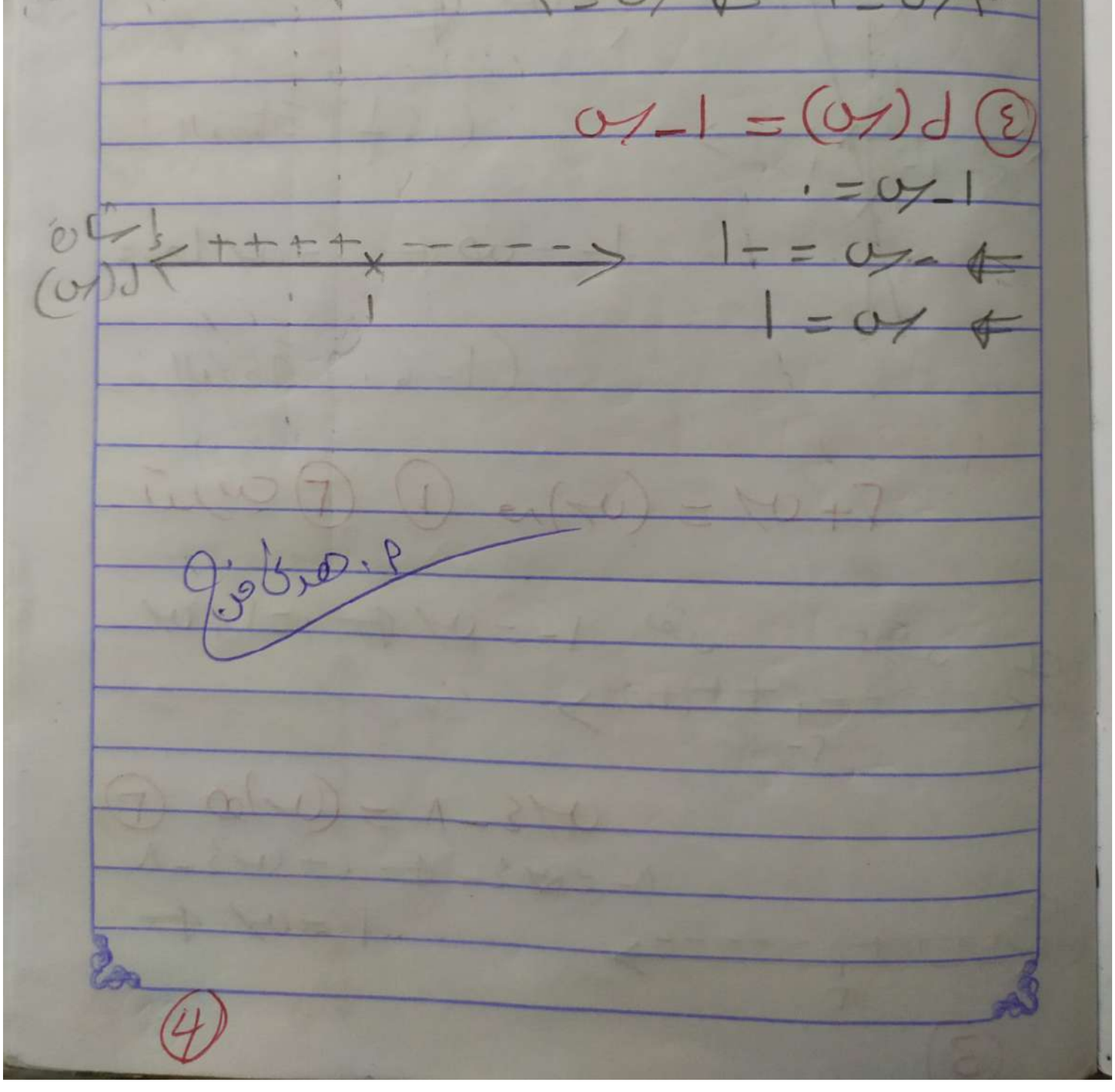
$8 - 4س = 0 \Leftarrow -4س = -8$

$س = 2 \Leftarrow$

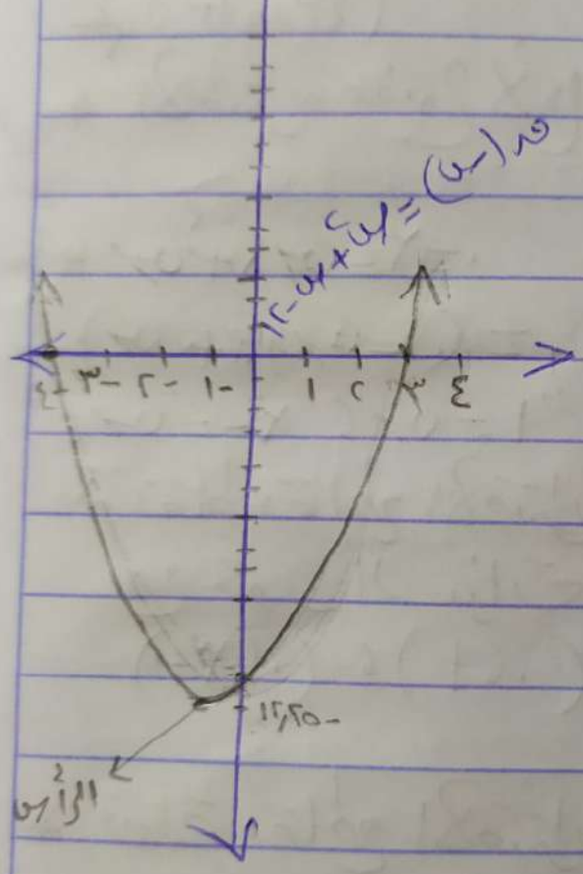


3

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114203 | TRACK 5337baf6338e8722



الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114203 | TRACK 5337baf6338e8722



* إحداثيات نقطة الرأس

(-١/٢ ، ق(-١/٢))

= (-١/٢ ، -٢٥,١٢)

* القطع ضمن الأعلى

* س² + س - ١٢ = ٠

(س - ٣)(س + ٤) = ٠

إما س = ٣ أو س = -٤

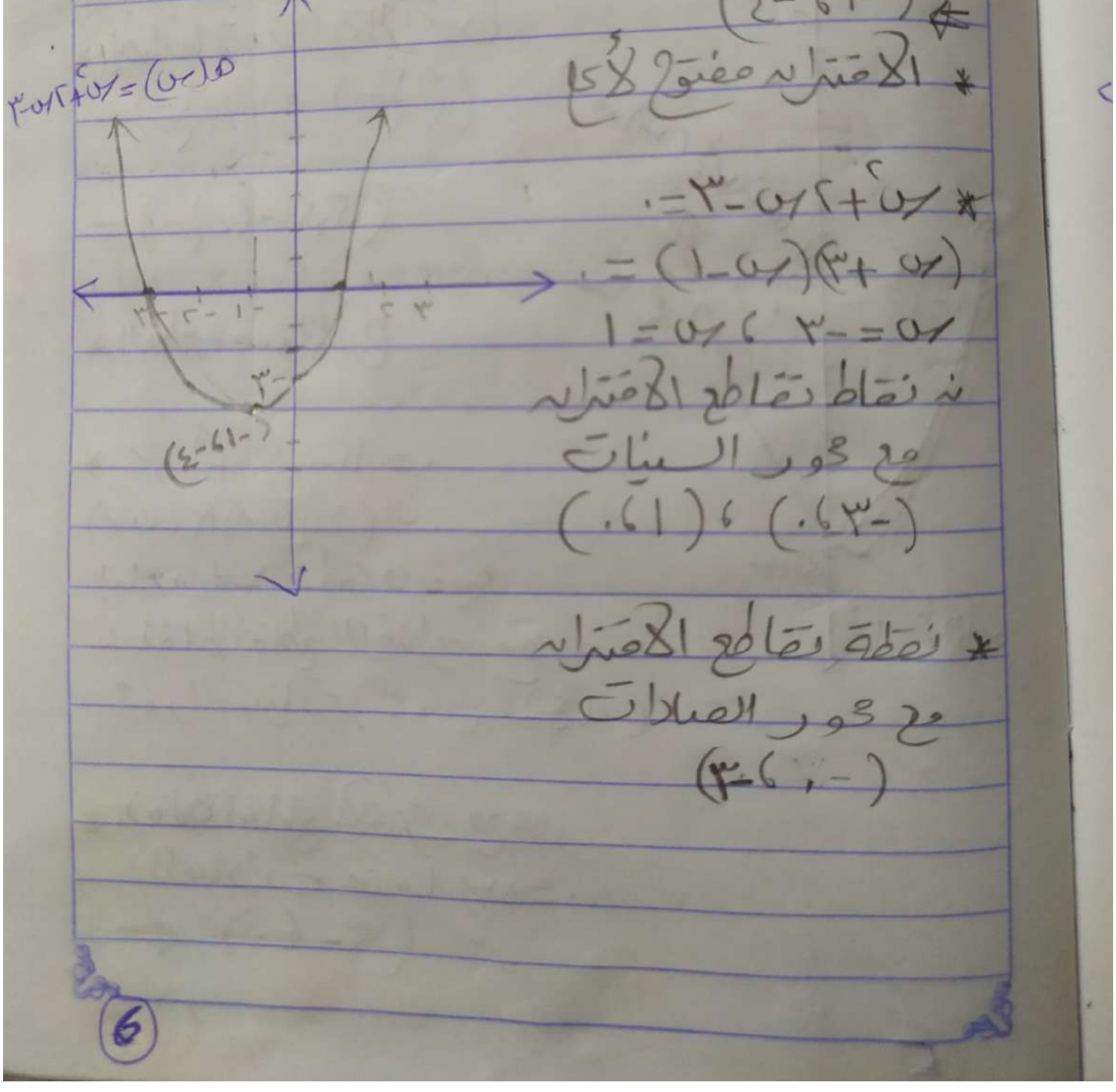
∴ نقاط تقاطع الاقتران مع محور السينات (٣، ٠) ، (-٤، ٠)

* نقطة تقاطع الاقتران مع محور الصادات عندما س = ٠

(٠ ، -١٢)

٥

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114203 | TRACK 5337baf6338e8722



* الاختراية مفتوح لأعلى

* س² + ٢س - ٣ = ٠

(س + ٣)(س - ١) = ٠

س = -٣ ، س = ١

* نقاط تقاطع الاختراية مع محور السينات

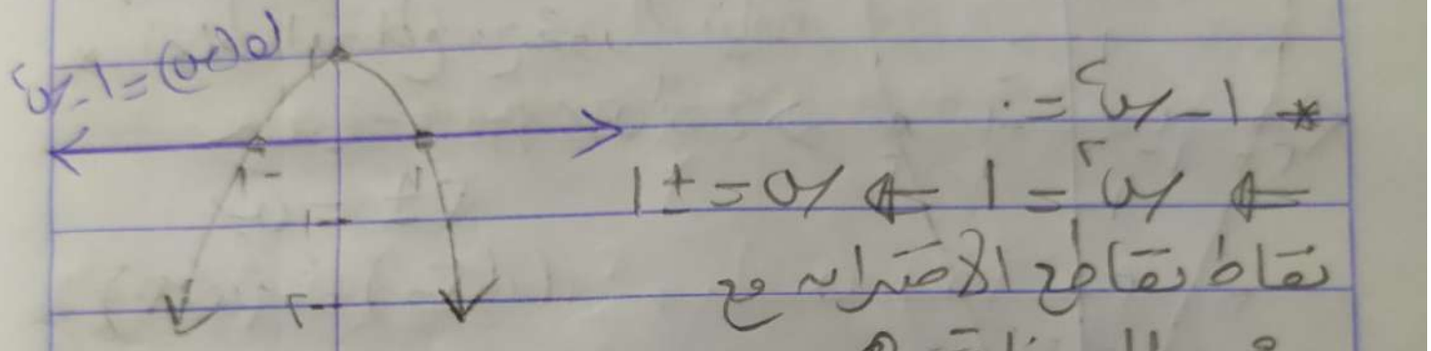
(-٣، ٠) ، (١، ٠)

* نقطة تقاطع الاختراية مع محور الصادات

(٠، -٣)

6

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114203 | TRACK 5337baf6338e8722



$ق(س) = س^2 - 1$

* $س^2 - 1 = 0$

$س^2 = 1 \Leftarrow س = \pm 1$

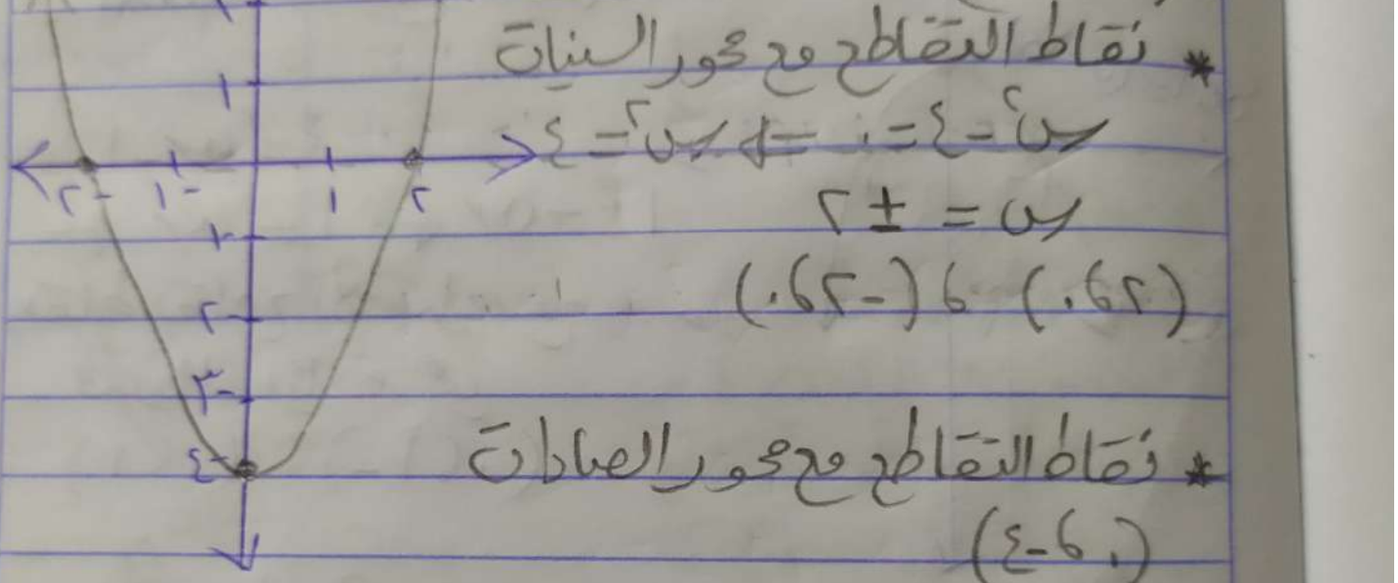
نقاط تقاطع الاضلاع مع محور السينات هي

$(1، 0)$ ، $(-1، 0)$

نقطة تقاطع الاضلاع مع محور الصادات هي

$(0، -1)$

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114203 | TRACK 5337baf6338e8722



* نقاط التقاطع مع محور السينات

$س^2 - 4 = 0 \Leftarrow ص = 0$

$س^2 = 4$

$س = \pm 2$

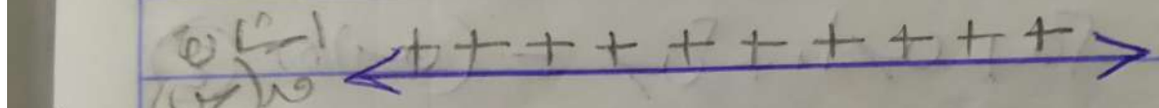
$(0، 2)$ و $(0، -2)$

* نقاط التقاطع مع محور الصادات

$(-4، 0)$

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114203 | TRACK 5337baf6338e8722

$= 9 - 16 < 0$ ليس لها جذور حقيقية

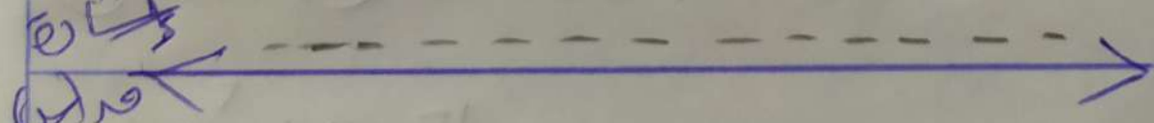


(٢) $د(س) = -س^2 + 3س - 5$

المميز $ب^2 - 4أ جـ$

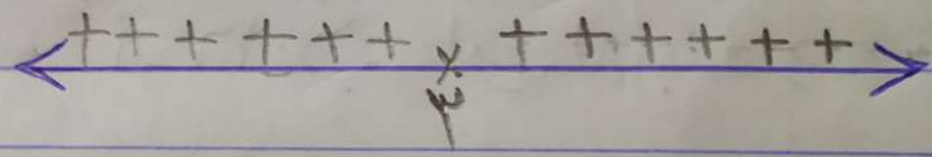
$(-5)(-1)4 - 9$

$= 9 - 20 < 0$ ليس لها جذور حقيقية



الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114203 | TRACK 5337baf6338e8722

$\therefore س = ٣$

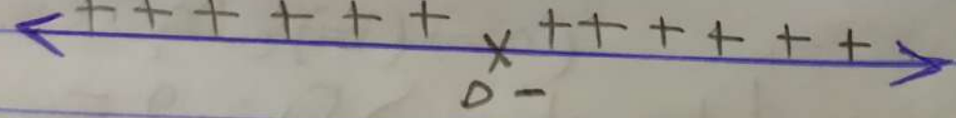


④ $ق(س) = ٢س^٣ + ١٠س^٢ + ٢٥س$

$٢س^٣ + ١٠س^٢ + ٢٥س = ٠$

$(س + ٥)(س + ٥) = ٠$

$س = -٥$

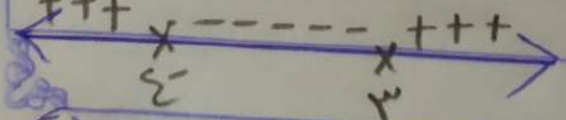


⑤ $ل(س) = ٣س^٣ + ٢س - ١٢$

$٣س^٢ + ٢س - ١٢ = ٠$

$(س - ٣)(س + ٤) = ٠$

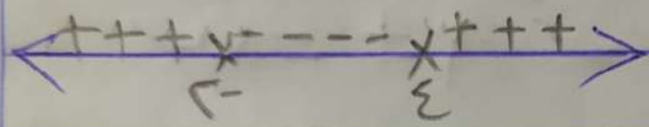
$س = ٣ ، س = -٤$



الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114203 | TRACK 5337baf6338e8722

$(س+٢)(س-٤) = ٠$

$س = -٢ ، ٤$



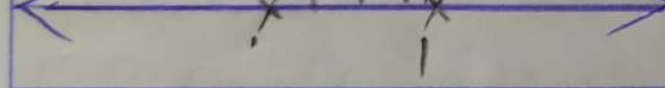
(٧) $ق(س) = س - س^{٢}$

$(١-٧)$ ... $س + س^{٢} = ٠$

$س - س^{٢} = ٠$

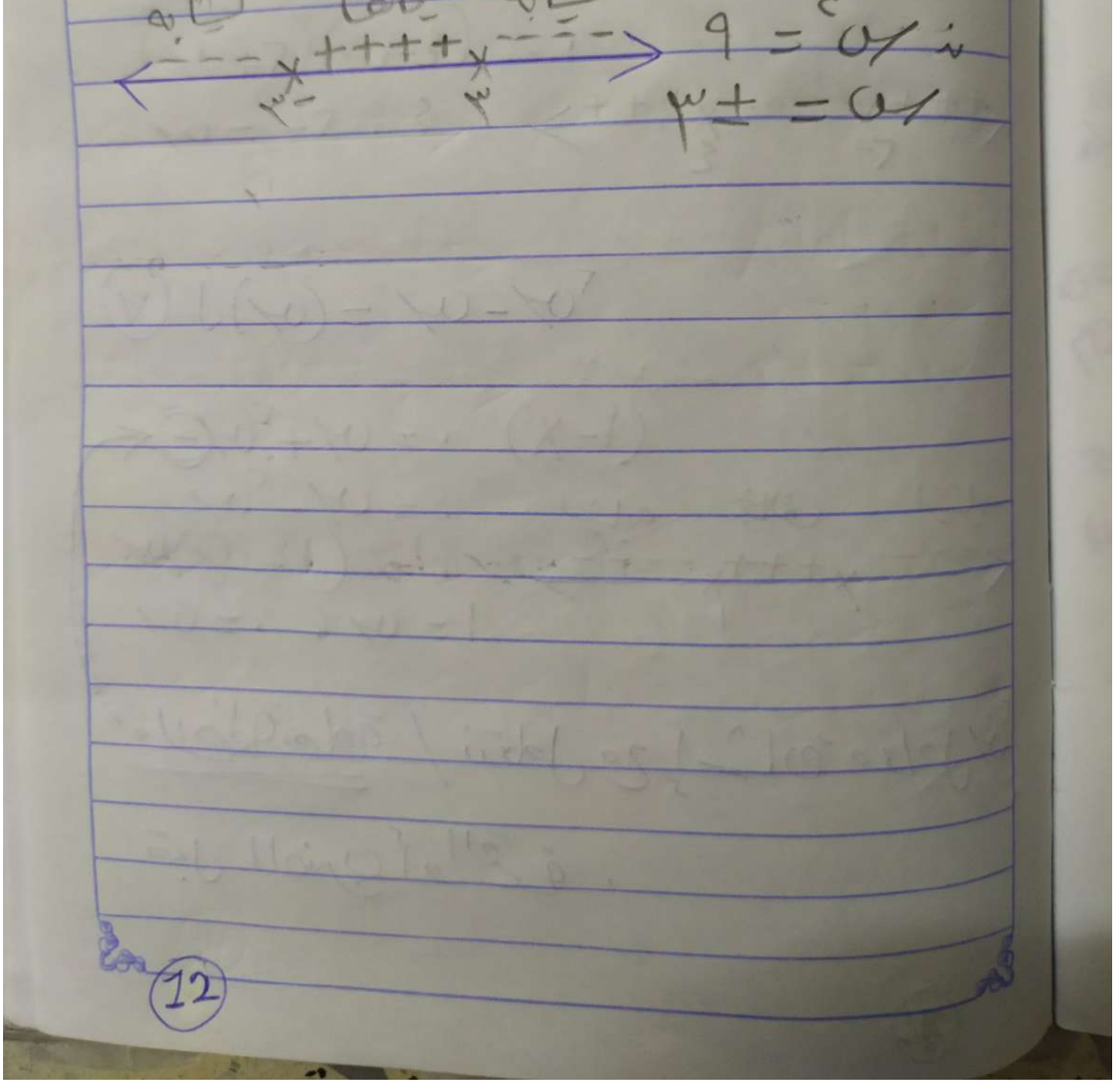
$س(١-س) = ٠$

$س = ٠ ، ١$



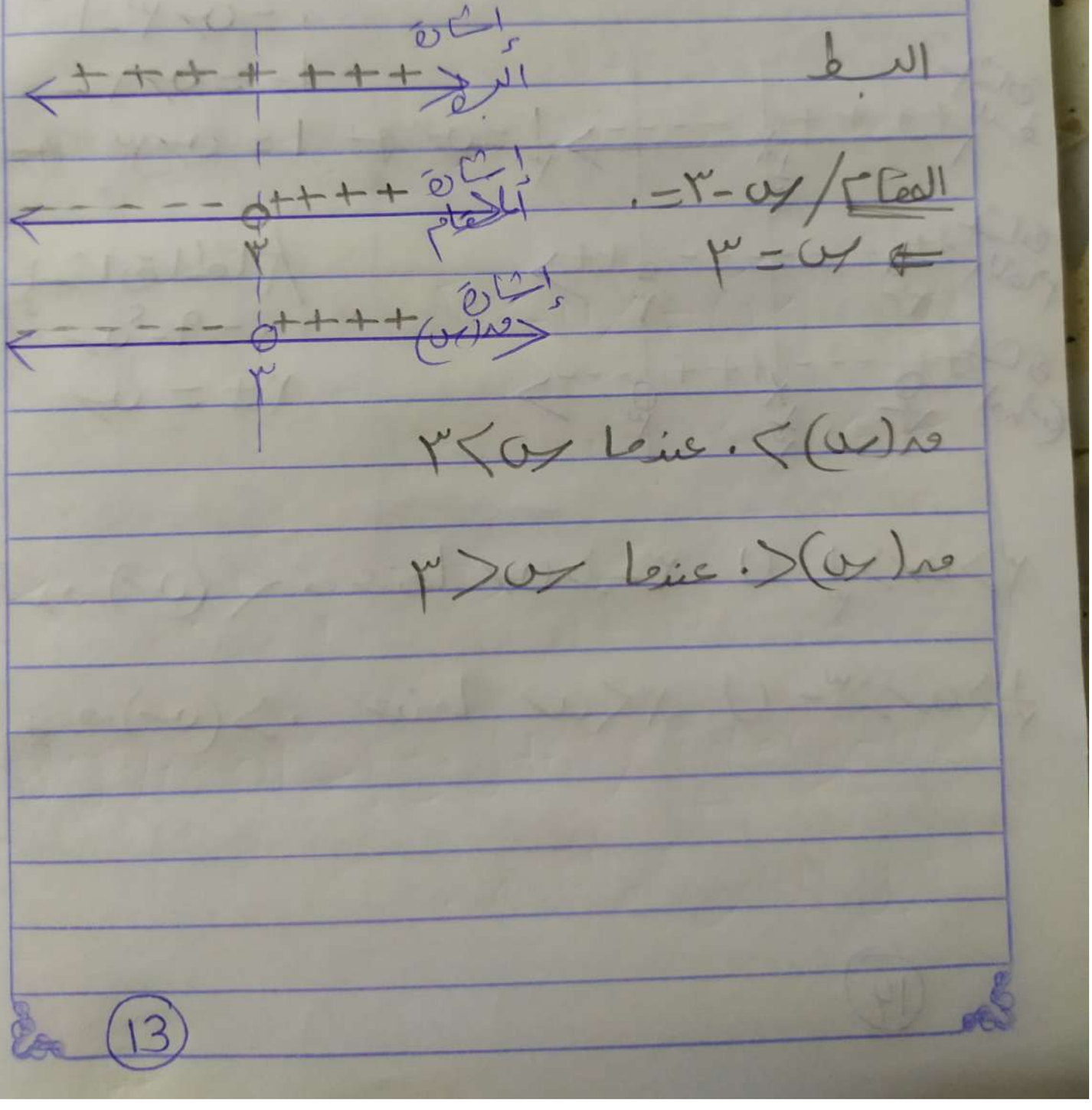
ملاحظة هامة / نتعامل مع إشارة معامل $س^{٢}$ قبل الضرب أو القسمة .

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114203 | TRACK 5337baf6338e8722



12

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114203 | TRACK 5337baf6338e8722



المقدار / س - ٣ = ٠

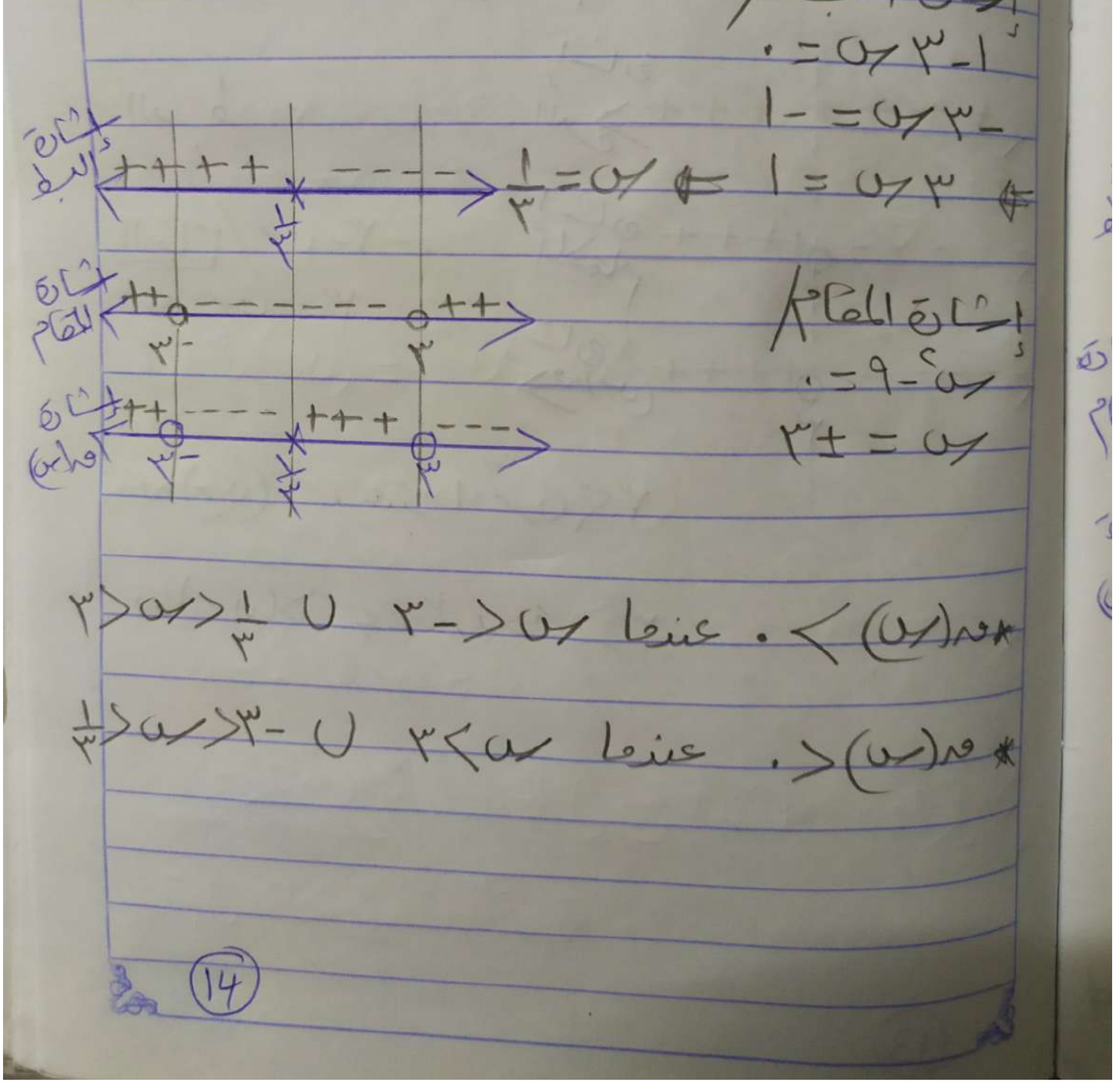
⇐ س = ٣

ق(س) < ٠ عندما س < ٣

ق(س) > ٠ عندما س > ٣

13

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114203 | TRACK 5337baf6338e8722



$$\text{ن}(س) = \frac{س^2 - 1}{س^2 - 9}$$

$$\text{ن}(س) = \frac{(س-1)(س+1)}{(س-3)(س+3)}$$

إشارة المقام

$$س^2 - 9 = 0$$

$$س = \pm 3$$

$$3 - 1 = س^2$$

$$-3 = س^2$$

$$1 = س^2$$

$$س = \pm 1$$

$$س = 1 \Leftarrow 1 = س^2 \Rightarrow$$

$$س = \frac{1}{3}$$

* $\text{ن}(س) > 0$ عندما $س < -3$ ∪ $\frac{1}{3} < س < 3$

* $\text{ن}(س) < 0$ عندما $3 < س$ ∪ $-3 < س < \frac{1}{3}$

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114203 | TRACK 5337baf6338e8722

$س^2 - س - ٢٠ = ٠$

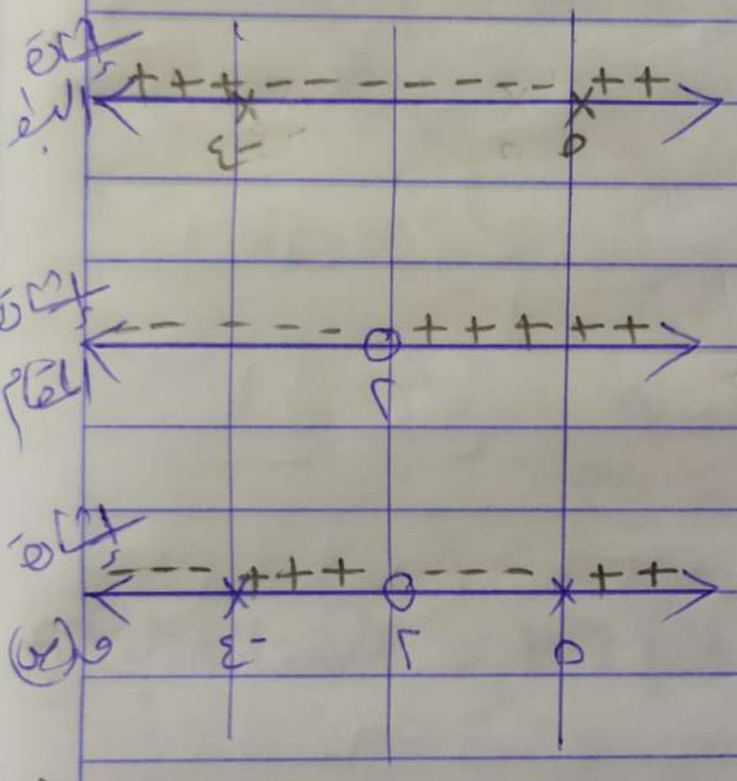
$(س+٤)(س-٥) = ٠$

$س = -٤ ، س = ٥$

إشارة المقام /

$س - ٢ = ٠$

$س = ٢$



* ق(س) > ٠ عندما $س \in]-\infty, -٤[\cup]٢, ٥[$

* ق(س) < ٠ عندما $س \in]-٤, ٢[\cup]٥, \infty[$

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114203 | TRACK 5337baf6338e8722

مجال البسط / $(س+٣) = ٤$ ، لأنه البسط كثير حدود

مجال المقام / $س^٢ - ٢س - ٣ = ٠$

$(س-٣)(س+١) = ٠$

$س = ٣$ ، $س = -١$ ⟵ $ح - \{-١، ٣\}$

مجال $هـ(س) = ح - \{-١، ٣\}$.

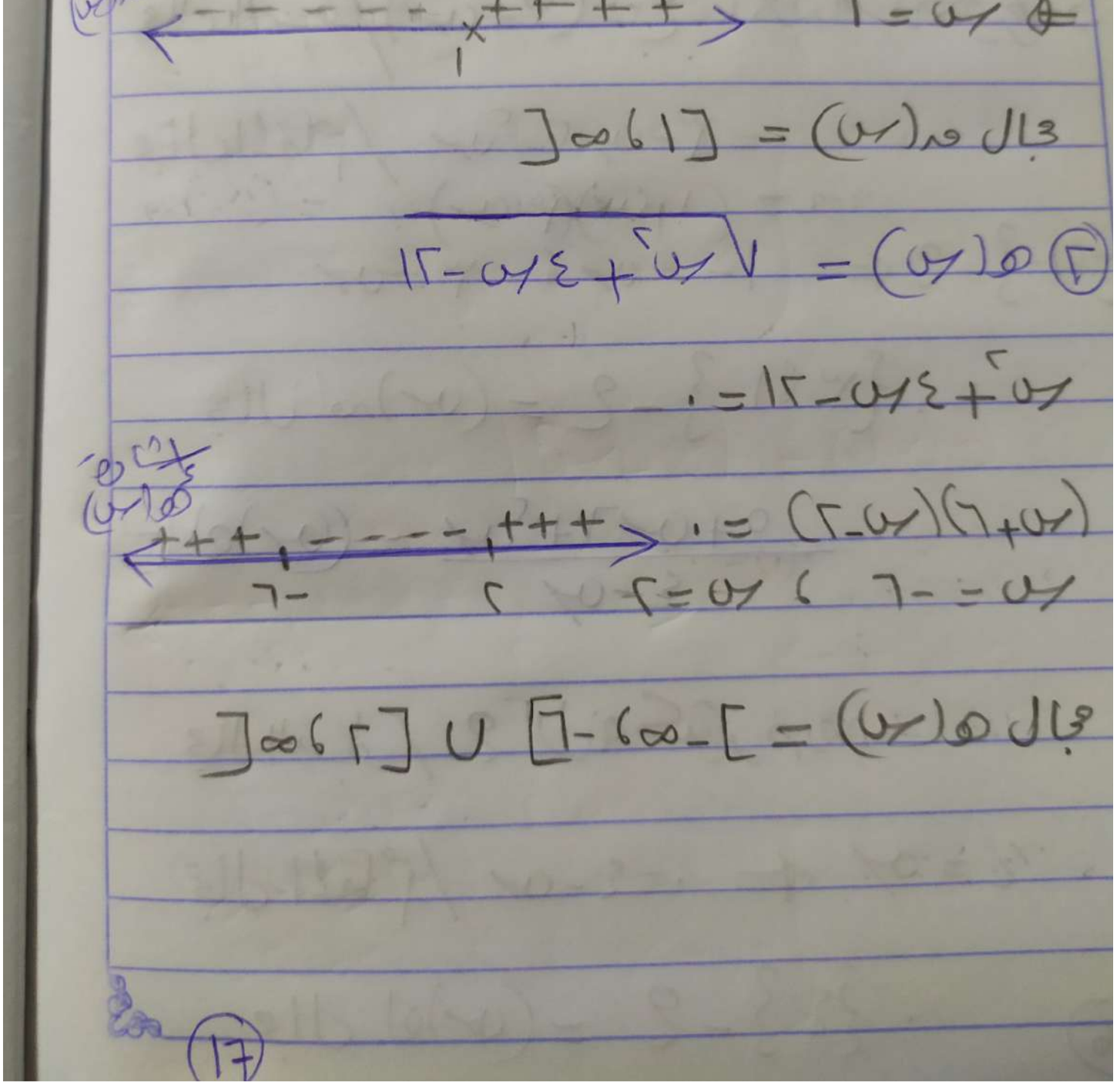
(٢) $لـ(س) = \frac{س^٢ + ٦س + ٥}{س - ٤}$

مجال البسط / ح لأنه كثير حدود.

مجال المقام / $س - ٤ = ٠$ ⟸ $س = ٤$

مجال $لـ(س) = ح - \{٤\}$.

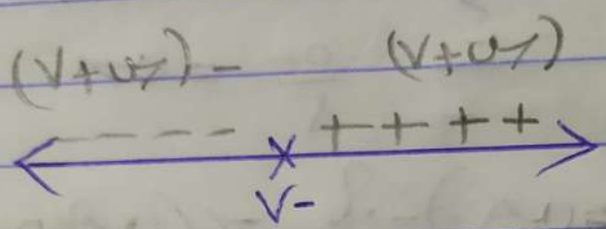
الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114203 | TRACK 5337baf6338e8722



الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114203 | TRACK 5337baf6338e8722

$(٧+س)-$ $(٧+س)$ $\quad$ $٠ = ٧+س$

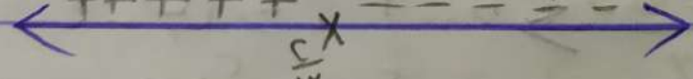
$س = -٧$



$$\text{مد}(س) = \begin{cases} (٧+س)- & ٦ \quad -٧ > س \\ ٧+س & ٦ \quad -٧ \leq س \end{cases}$$

② $\text{مد}(س) = |٣س-٢|$

$(٣س-٢)$ $\quad$ $-(٣س-٢)$



$٣س-٢ = ٠$

$٣س = ٢$

$س = \frac{٢}{٣}$

$$\text{مد}(س) = \begin{cases} (٣س-٢) & ٦ \quad س \geq \frac{٢}{٣} \\ -(٣س-٢) & ٦ \quad س < \frac{٢}{٣} \end{cases}$$

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114203 | TRACK 5337baf6338e8722

$$س = \frac{-ص}{2}$$

$$ص(س) = \begin{cases} -(2س+5) & ، \quad س < -\frac{5}{2} \\ 2س+5 & ، \quad س \geq -\frac{5}{2} \end{cases}$$

④ $ص(س) = |3 - س^2|$

$3 - س^2 = 0$

$س = \pm\sqrt{3}$

$-س^2 = -3$

$س^2 = 3$

	$-\sqrt{3}$		$\sqrt{3}$	
$3 - س^2$	$-$	0	$+$	0
$-(3 - س^2)(3 - س^2)$	$-(3-س^2)$		$(3-س^2)$	

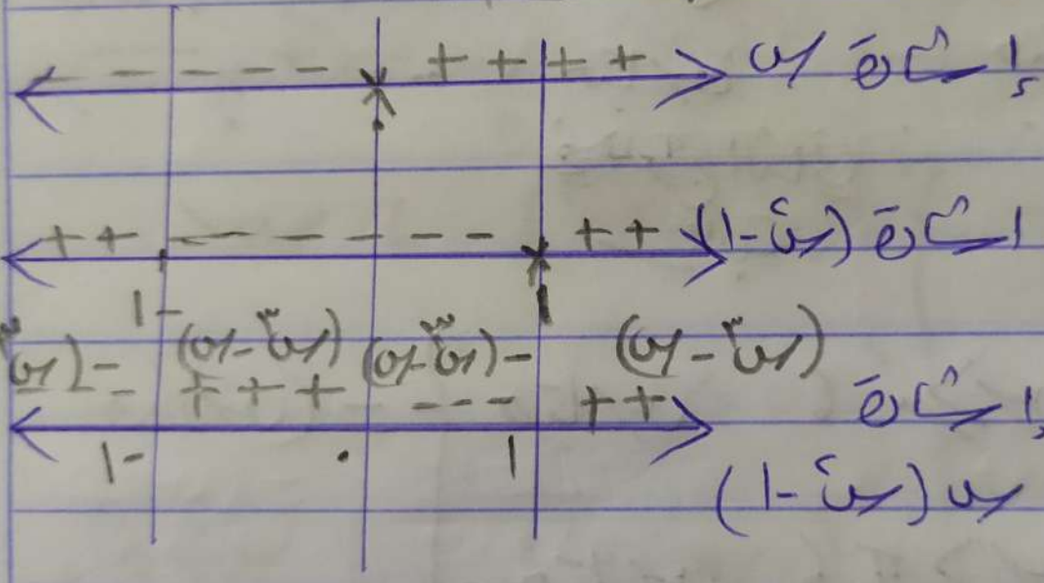
$$ص(س) = \begin{cases} -(3 - س^2) & ، \quad س < -\sqrt{3} \\ 3 - س^2 & ، \quad -\sqrt{3} \leq س \leq \sqrt{3} \\ -(3 - س^2) & ، \quad س > \sqrt{3} \end{cases}$$

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114203 | TRACK 5337baf6338e8722

$س = ٠$ أو $س - ١ = ٠$

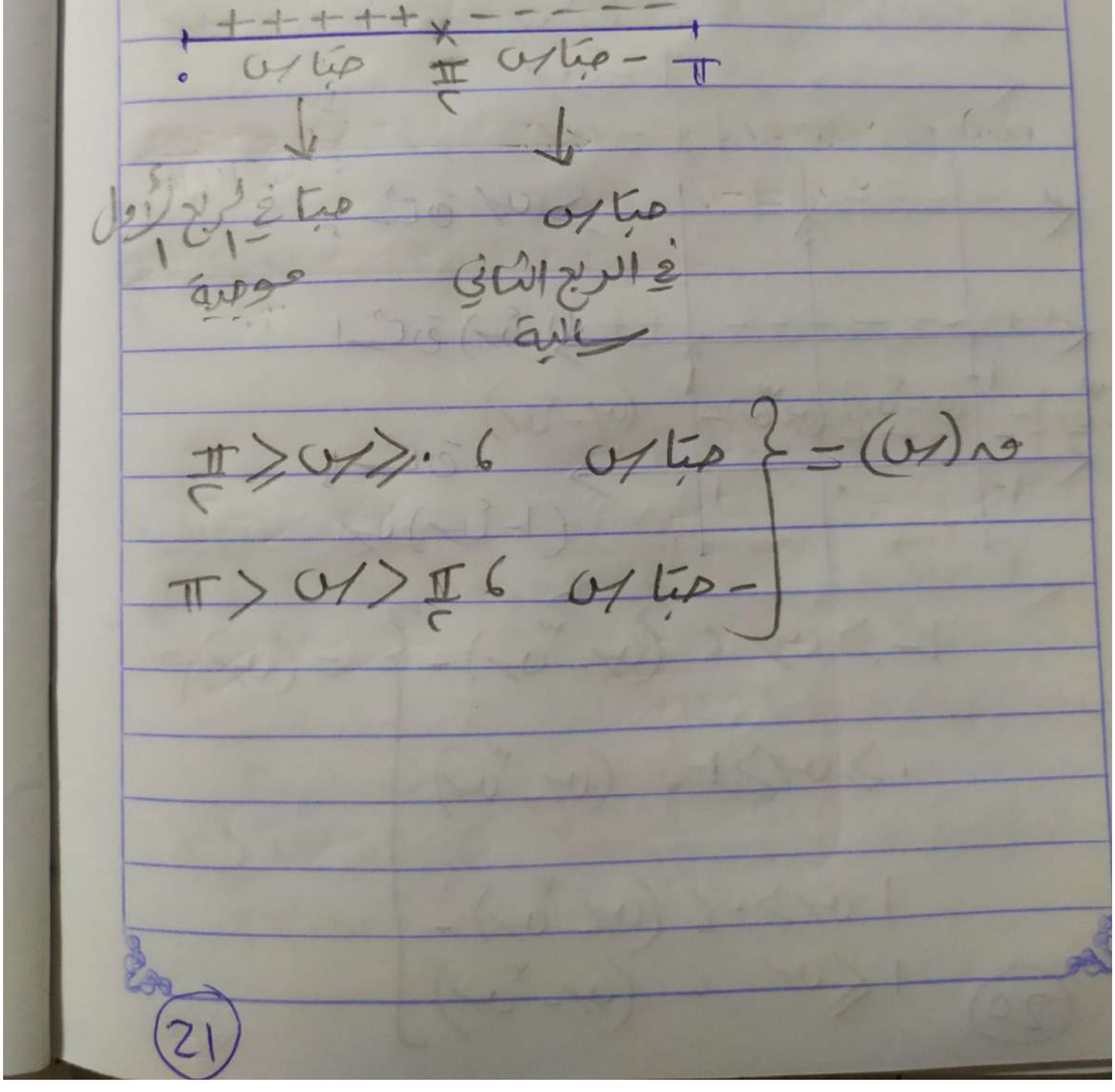
$س^٢ = ١$

$س = \pm ١$



$$م(س) = \begin{cases} -(س^٣ - س) & ، س < -١ \\ (س^٣ - س) & ، -١ \leq س \leq ٠ \\ -(س^٣ - س) & ، ٠ < س < ١ \\ (س^٣ - س) & ، س \geq ١ \end{cases}$$

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114203 | TRACK 5337baf6338e8722

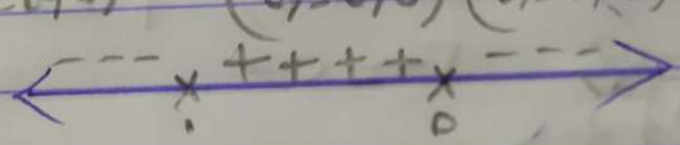


الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114203 | TRACK 5337baf6338e8722

$$\frac{d}{dx}(x^2-5x)=0$$

$$2x-5=0$$

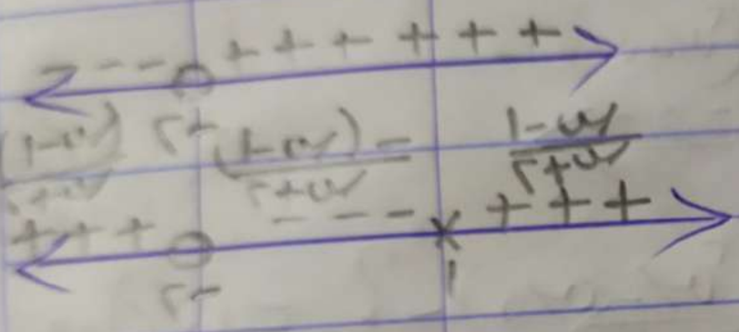
$$x=\frac{5}{2}$$



$$f'(x)=\begin{cases}(x^2-5x) & ,\ x<0 \\ -(x^2-5x) & ,\ 0\le x\le 5 \\ (x^2-5x) & ,\ x>5\end{cases}$$

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114203 | TRACK 5337baf6338e8722

المقام س + ٢ = ٠
س = -٢

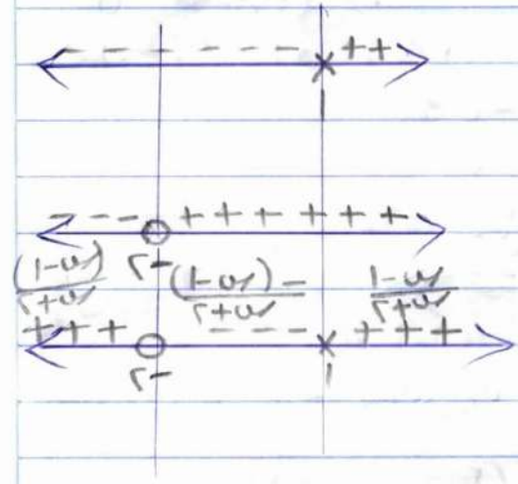


$$ه(س) = \begin{cases} \dfrac{س-١}{س+٢} & ، \quad س < -٢ \\[2ex] -\dfrac{(س-١)}{(س+٢)} & ، \quad -٢ < س \leq ١ \\[2ex] \dfrac{س-١}{س+٢} & ، \quad س > ١ \end{cases}$$

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114203 | TRACK 5337baf6338e8722

٢.٥ هدى فوزي

(٨) $هـ(س) = \left| \frac{١-س}{٢+س} \right|$



$هـ(س) = \begin{cases} \frac{١-س}{٢+س} & ، س < -٢ \\ -\frac{(١-س)}{(٢+س)} & ، -٢ < س \leq ١ \\ \frac{١-س}{٢+س} & ، س > ١ \end{cases}$

٢.٥ هدى فوزي

تدريب ② ص 14

① $هـ(س) = |٣س - ١٢|$

* متروك للطالب .

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114203 | TRACK 5337baf6338e8722

فيديو (5)

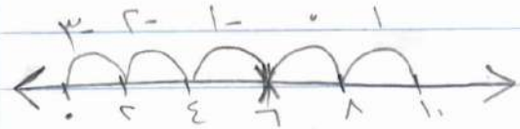
م٢ هو كامن ٩

تدريب صـ١٩ :-

① $[\frac{1}{2}س - ٣]$

* طول الدرجة $= \frac{١}{١\frac{١}{٢}-١} = \frac{١}{\frac{١}{٢}} = ②$

* معامل س موجب



$\frac{1}{2}س - ٣ = ٠$

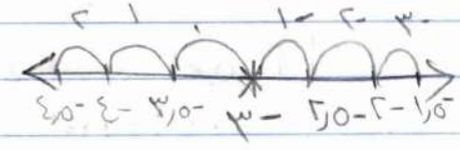
$\frac{1}{2}س = ٣ \Leftarrow$ س = ٦

$[\frac{1}{2}س - ٣] = \begin{cases} -٢ & ٦ \leq س < ٤ \\ -١ & ٤ \leq س < ٦ \\ ٠ & ٦ \leq س < ٨ \\ ١ & ٨ \leq س < ١٠ \end{cases}$

② $[-٢س - ٦]$

* طول الدرجة $= \frac{١}{١-١٢} = \frac{١}{-٢} = ②$

* معامل س سالب



$-٢س = ٦$

$س = \frac{٦}{-٢} = -٣$

$[-٢س - ٦] = \begin{cases} ١ & -٤ < س \leq -٣٫٥ \\ ٠ & -٣٫٥ < س \leq -٣ \\ -١ & -٣ < س \leq -٢٫٥ \\ -٢ & -٢٫٥ < س \leq -٢ \end{cases}$

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114203 | TRACK 5337baf6338e8722

فيديو ⑥ و ⑦

تدريب ② ص ٢٢ :-

P. هدى فوزي

① $d(س) = \frac{|س-1|}{س-1}$ عند $س = 1$

* لنبحث $|س-1|$

$س - 1 = 0$

$س = 1$

	$س < 1$	$س > 1$
$|س-1|$	$-(س-1)$	$(س-1)$

$$d(س) = \begin{cases} \frac{(س-1)}{(س-1)} & ، س \geq 1 \\ \frac{-(س-1)}{(س-1)} & ، س < 1 \end{cases}$$

$$d(س) = \begin{cases} 1 & ، س \geq 1 \\ -1 & ، س < 1 \end{cases}$$

$\lim_{س \to 1^+} d(س) = \lim_{س \to 1^+} 1 = ①$

P. هدى فوزي

$\lim_{س \to 1^-} d(س) = \lim_{س \to 1^-} -1 = -①$

$\therefore \lim_{س \to 1^-} d(س) \neq \lim_{س \to 1^+} d(س)$

$\therefore \lim_{س \to 1} d(س)$ غير موجودة.

② $d(س) = \begin{cases} [\frac{س}{٢}] + س & ، ٠ \leq س < ٤ \\ ٢ & ، ٢ \leq س < ٤ \end{cases}$

عندما $س = ٢$ وعندما $س = ٠$

$[\frac{س}{٢}]$

طول الدرجة $= \frac{1}{\frac{1}{٢}-1} = ②$

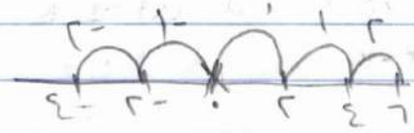
معامل $س$ موجب

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114203 | TRACK 5337baf6338e8722

التاريخ: اليوم: الدرس:

P.هـ كافي؟

$\frac{س}{٢} = ٠ \Leftarrow س = ٠$



$$\left[\frac{س}{٢}\right] = \begin{cases} -٢ & ٠ > س \geq -٤ \\ -١ & -٢ \leq س < ٠ \\ ٠ & ٠ \leq س < ٢ \\ ١ & ٢ \leq س < ٤ \\ ٢ & ٤ \leq س < ٦ \end{cases}$$

$$\left[\frac{س}{٢}\right] = \begin{cases} -١ & ٠ > س \geq -٢ \\ ٠ & ٠ \leq س < ٢ \end{cases}$$

$$\left[\frac{س}{٢}\right] + س = \begin{cases} -١ + س & ٠ > س \geq -٢ \\ س & ٠ \leq س < ٢ \\ ٢ & ٢ \leq س < ٤ \end{cases}$$

التاريخ: اليوم: الدرس:

P.هـ كافي؟

* النهاية عند $س = ٢$

$$\text{نهـ}_{س \to ٢} د(س) = \text{نهـ}_{س \to ٢^+} = ٢ \quad ②$$

$$= \text{نهـ}_{س \to ٢^-} س = ٢ \quad ②$$

$\therefore$ نهـ$_{س \to ٢}$ د(س) = ② لأن نهـ$_{س \to ٢^+}$ د(س) = نهـ$_{س \to ٢^-}$ د(س)

* النهاية عند $س = ٠$

$$\text{نهـ}_{س \to ٠} د(س) = \text{نهـ}_{س \to ٠^+} س = ٠ \quad ⓪$$

$$\neq \text{نهـ}_{س \to ٠^-} س + ١ = -١ \quad -١$$

$\therefore$ نهـ$_{س \to ٠}$ د(س) $\neq$ نهـ$_{س \to ٠^-}$ د(س)

$\therefore$ نهـ$_{س \to ٠}$ د(س) غير موجودة.

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114203 | TRACK 5337baf6338e8722

٢.٢ هدى فتح

تدريب ③ ص 24 :-

ⓐ $هـ(س) = \begin{cases} \frac{|س-1|-1}{س-1} & ، س \neq 1 \\ ؟ & ، س = 1 \end{cases}$

اثبت الاتصال عند $س = 1$

$|س-1| - 1$

$س - 1 = 0$

$س = 1$

$(1-س)$ $-(1-س)$

$---$ $+++$

1

$هـ(س) = \begin{cases} \frac{(1-س)}{(1-س)} & ، س < 1 \\ \frac{-(1-س)}{(1-س)} & ، س > 1 \\ ٥ & ، س = 1 \end{cases}$

٢.٢ هدى فتح

$هـ(س) = \begin{cases} 1 & ، س < 1 \\ -1 & ، س > 1 \\ ٥ & ، س = 1 \end{cases}$

$هـ(1) = ٥$

$هـ(س) = 1$ ، $هـ(س) = 1$ ، $هـ(س) \neq$ ① ، $س \to 1^+$ ، $س \to 1^+$

$هـ(س) = -1$ ، $هـ(س) = -1$ ، $-$① ، $س \to 1^-$ ، $س \to 1^-$

$\therefore هـ(س) \neq هـ(س)$ ، $س \to 1^+$ ، $س \to 1^-$

$\therefore هـ(س)$ غير موجودة ، $س \to 1$

$\therefore هـ(س)$ غير متصل عند $س = 1$

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114203 | TRACK 5337baf6338e8722

تابع ٢، هل كانت ق؟

ب) $d(س) = \begin{cases} \frac{|\text{ظا}س|}{س} & ، س < 0 \\ 1 - 2\text{جتا}س & ، س \geq 0 \end{cases}$

عند $س = 0$

(أول) $d(0) = 1 - 2\text{جتا}0 = 1 - 2 \times 1 = -1$

$\text{نها}_{س \to 0^-} \frac{|\text{ظا}س|}{س} = \text{نها}_{س \to 0^-} \frac{-\text{ظا}س}{س} = -1$

* $(\text{ظا}(-س) = -\text{ظا}س)$ =

$\text{نها}_{س \to 0^+} 1 - 2\text{جتا}س = 1 - 2 \times 1 = -1$

بـ $\text{نها}_{س \to 0} d(س) = d(0) = -1$

∴ $d(س)$ متصل عند $س = 0$

تابع ٢، هل كانت ق؟

جـ) $d(س) = \begin{cases} س^2 - س + 1 & ، |س| < 2 \\ [س] + 1 & ، |س| \geq 2 \end{cases}$

عند $س = 2$

* $|س| < 2 \Leftarrow -2 < س < 2$

* $[س] = 2 \Leftarrow 2 \leq س < 3$

$d(س) = \begin{cases} س^2 - س + 1 & ، -2 < س < 2 \\ س + 1 & ، 2 \leq س < 3 \end{cases}$

$d(2) = 2 + 1 = 3$ (الغاية موجودة) =

$\text{نها}_{س \to 2^+} d(س) = \text{نها}_{س \to 2^+} س + 1 = 2 + 1 = 3$

$\text{نها}_{س \to 2^-} d(س) = \text{نها}_{س \to 2^-} س^2 - س + 1 = 4 - 2 + 1 = 3$

∴ $d(2) = \text{نها}_{س \to 2} d(س)$ ⇐ $d(س)$ متصل عند $س = 2$

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114203 | TRACK 5337baf6338e8722

تدريب ص (26) *

(1) $د(س) = \begin{cases} \frac{جا ٣س}{جا ٢س} & ، س \neq ٠ \\ ل & ، س = ٠ \end{cases}$

$د(س)$ متصل عند $س = ٠$

(الأول)

بـ $د(س)$ متصل عند $س = ٠$

$\leftarrow$ $د(٠) = \lim_{س \to ٠} د(س)$

$ل = \lim_{س \to ٠} \frac{جا ٣س}{جا ٢س}$

$\leftarrow$ $ل = \frac{٣}{٢}$

(2) $د(س) = \begin{cases} ٩ - ب ظا س ، & ٠ < س < \frac{\pi}{٤} \\ \frac{٤س}{\pi} + ب ، & \frac{\pi}{٤} < س < \frac{\pi}{٢} \\ ٣ ، & س = ٤ \end{cases}$

$د(س)$ متصل عند $س = \frac{\pi}{٤}$

(الأول)

بـ $د(س)$ متصل عند $س = \frac{\pi}{٤}$

$\leftarrow$ $د(\frac{\pi}{٤}) = \lim_{س \to \frac{\pi}{٤}} د(س)$

وكذلك $\lim_{س \to \frac{\pi}{٤}} د(س)$ موجودة

$\leftarrow$ $\lim_{س \to \frac{\pi}{٤}^+} د(س) = \lim_{س \to \frac{\pi}{٤}^-} د(س)$

$\lim_{س \to \frac{\pi}{٤}^+} ب + \frac{٤س}{\pi} = \lim_{س \to \frac{\pi}{٤}^-} ٩ - ب ظا س$

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114203 | TRACK 5337baf6338e8722

$$\frac{\pi}{4} = \frac{(\frac{\pi}{4})4 + ب}{\pi} \quad \Leftarrow \quad \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + ب - \frac{\pi}{4}$$

$$ب + 1 = ب - أ \quad \Leftarrow$$

$$1 = ب - ب - أ$$

$$\boxed{1 = ب2 - أ} \quad \Leftarrow (1)$$

بما أن $ق(س)$ متصل عند $س = \frac{\pi}{4}$

$$ق(\frac{\pi}{4}) = \lim_{س \to \frac{\pi}{4}^+} ق(س) = \lim_{س \to \frac{\pi}{4}^+} ق'(س)$$

$$3 = \frac{(\frac{\pi}{4})4 + ب}{\pi} = \lim_{س \to \frac{\pi}{4}^+} ظا ب + ب$$

$$3 = ب + \frac{\pi}{\pi} \quad \Leftarrow \quad 3 = ب + 1$$

$$ب = 3 - 1$$

$$\boxed{ب = 2}$$

بالتعويض عن $(ب)$ في معادلة (1)

$$أ - 2ب = 1$$

$$أ - 2(2) = 1 \quad \Leftarrow \quad أ - 4 = 1$$

$$أ = 1 + 4$$

$$\boxed{أ = 5}$$

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114203 | TRACK 5337baf6338e8722

* تدريب ص (28)

① $هـ(س) = \begin{cases} |٢س+٢| & -٤ \le س < ١ \\ [\frac{١}{٣}س+٤] & ١ \le س \le ٦ \end{cases}$

ابحث في اتصال $هـ(س)$ على $[-٤, ٦]$

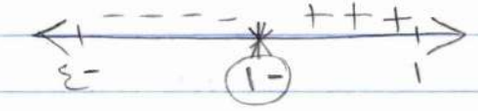
* $|٢س+٢|$

$٢س+٢ = ٠$

$٢س = -٢$

$س = -١$

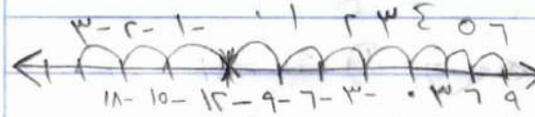
$|٢س+٢| = \begin{cases} -(٢س+٢) & -٤ \le س < -١ \\ (٢س+٢) & -١ \le س < ١ \end{cases}$



$[\frac{١}{٣}س+٤]$

طول الدرجة $= \frac{١}{[\frac{١}{٣}]} = ٣$

معامل س حوجه



$\frac{١}{٣}س+٤ = ٠$

$\frac{١}{٣}س = -٤$

$س = -٤ \times ٣$

$= -١٢$

$[\frac{١}{٣}س+٤] = \begin{cases} ٢ & -٣ < س \le -٢ \\ ٣ & -٢ \le س < ٠ \\ ٤ & ٠ \le س < ٣ \\ ٥ & ٣ \le س < ٦ \\ ٦ & ٦ \le س < ٩ \end{cases}$

$[\frac{١}{٣}س+٤] = \begin{cases} ٤ & ١ \le س < ٣ \\ ٥ & ٣ \le س < ٦ \\ ٦ & س = ٦ \end{cases}$

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114203 | TRACK 5337baf6338e8722

$$د(س) = \begin{cases} -٢س - ٢ & ، -٤ \leq س < -١ \\ ٢س + ٢ & ، -١ \leq س < ١ \\ ٤ & ، ١ \leq س < ٣ \\ ٥ & ، ٣ \leq س < ٦ \\ ٦ & ، س = ٦ \end{cases}$$

* نبحث اتصال $د(س)$ على الفترة $[-٤، ٦]$

① القواعد/ * الاقتران $-٢س - ٢$ متصل على $]-٤، -١[$ لأنه كثير حدود.

* الاقتران $٢س + ٢$ متصل على $]-١، ١[$ لأنه كثير حدود

* ٤ متصل على $]١، ٣[$ لأنه اقتران ثابت

٥ متصل على $]٣، ٦[$ لأنه اقتران ثابت

② نقاط التحول عند $س = -١$

$د(-١) = ٢(-١) + ٢ = -٢ + ٢ =$ صفر

$\lim_{س \to -١^+} ٢س + ٢ = ٢(-١) + ٢ = -٢ + ٢ =$ صفر

$\lim_{س \to -١^-} -٢س - ٢ = -٢(-١) - ٢ = ٢ - ٢ =$ صفر

$\therefore \lim_{س \to -١^+} د(س) = \lim_{س \to -١^-} د(س)$

$\therefore \lim_{س \to -١} د(س)$ موجودة $= (-١)$

$\therefore د(-١) = \lim_{س \to -١} د(س)$

$\therefore د(س)$ متصل عند $س = -١$

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114203 | TRACK 5337baf6338e8722

٢.٢ هدى فرج

عند $س = ١$

$د(١) = ٤$

$\lim_{س \to ١^+} هـ(س) = \lim_{س \to ١^+} ٤ = ٤$

$\lim_{س \to ١^-} هـ(س) = \lim_{س \to ١^-} ٢س^٢ + ٢ = ٢(١)^٢ + ٢ = ٤$

$\therefore \lim_{س \to ١^+} هـ(س) = \lim_{س \to ١^-} هـ(س)$

$\therefore \lim_{س \to ١} هـ(س)$ موجودة وتساوي ٤

$\therefore \lim_{س \to ١} هـ(س) = د(١)$

$\therefore د(س)$ متصل عند $س = ١$

٢.٢ هدى فرج

عند $س = ٣$

$د(٣) = ٥$

$\lim_{س \to ٣^+} هـ(س) = \lim_{س \to ٣^+} ٥ = ٥$

$\lim_{س \to ٣^-} هـ(س) = \lim_{س \to ٣^-} ٤ = ٤$

$\therefore \lim_{س \to ٣^-} هـ(س) \neq \lim_{س \to ٣^+} هـ(س)$

$\therefore \lim_{س \to ٣} هـ(س)$ غير موجودة

$\therefore د(س)$ غير متصل عندما $س = ٣$

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114203 | TRACK 5337baf6338e8722

الأطراف

P. هدى فرج

عند $س = -٤$

$د(-٤) = -٢(-٤) - ٢ = +٨ - ٢ = ٦$

$\lim_{س \to -٤^+} د(س) = \lim_{س \to -٤^+} -٢س - ٢ = -٢(-٤) - ٢$

$= ٨ - ٢ = ٦$

$\therefore د(-٤) = \lim_{س \to -٤^+} د(س)$

$\therefore$ الاقتران $د(س)$ متصل عند $س = -٤$

من اليمين

P. هدى فرج

عند $س = ٦$

$د(٦) = ٥$

$\lim_{س \to ٦^-} د(س) = \lim_{س \to ٦^-} ٥ = ٥$

$\therefore د(٦) \neq \lim_{س \to ٦^-} د(س)$

$\therefore$ الاقتران $د(س)$ غير متصل عند $س = ٦$

من اليسار

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114203 | TRACK 5337baf6338e8722

٢٠ هدى فؤاد

(٣) $د(س) = \begin{cases} \frac{ب \, جا \, ٢س}{٥س} & -٢ \leq س < ٠ \\ ٤ & س = ٠ \\ ب(٢+س) & ٠ < س \leq ٢ \end{cases}$

د(س) متصل على $[-٢، ٢]$

(الحل)

بما أن د(س) متصل على $[-٢، ٢]$

فإن د(س) متصل عند س = ٠

إذن $د(٠) = \lim_{س \to ٠} د(س)$

$٤ = \lim_{س \to ٠} \frac{ب \, جا \, ٢س}{٥س}$

$٤ = \frac{٢ب}{٥}$ ← $٢٠ = ٥ \times ٤ = ٢ب$ ← $\boxed{ب = ٢٠}$

٢٠ هدى فؤاد

بما أن د(س) متصل عند س = ٠

إذن $\lim_{س \to ٠^+} د(س)$ موجودة

← $\lim_{س \to ٠^+} د(س) = \lim_{س \to ٠^-} د(س)$

$\lim_{س \to ٠^+} ب(٢+س) = \lim_{س \to ٠^-} \frac{ب \, جا \, ٢س}{٥س}$

$ب(٢+٠) = \frac{٢ب}{٥}$

$٢ب = \frac{٢٠}{٥}$ ← $٥ \times ٢ب = ٢٠$

$\frac{١٠ب}{١٠} = \frac{٢٠}{١٠}$ ← $\boxed{ب = ٢}$

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114203 | TRACK 5337baf6338e8722