



دولة فلسطين
وزارة التربية والتعليم

الرياضيات

الفترة الرابعة

جميع حقوق الطبع محفوظة ©

دولة فلسطين
وزارة التربية والتعليم



مركز المناهج

mohe.ps | mohe.pna.ps | moehe.gov.ps

f.com/MinistryOfEducationWzartAltrbytWaltlym

+970-2-2983280 هاتف | +970-2-2983250 فاكس

حي الماصيون، شارع المعاهد

ص. ب 719 - رام الله - فلسطين

pcdc.mohe@gmail.com | pcdc.edu.ps

١٩	٤ - ٦ استقلال الحوادث	٣	٤ - ١ ضرب كثيرات الحدود وقسمتها
٢٣	٤ - ٧ الدائرة	٧	٤ - ٢ الاقتران التريعي
٢٧	٤ - ٨ الزوايا المركزية والزوايا المحيطية	١٠	٤ - ٣ الاقتران النسبي
٣١	٤ - ٩ الشكل الرباعي الدائري	١٢	٤ - ٤ قوانين الاحتمالات
٣٥	٤ - ١٠ ورقة عمل	١٦	٤ - ٥ الاحتمال المشروط
٣٧	٤ - ١١ الاختبار		

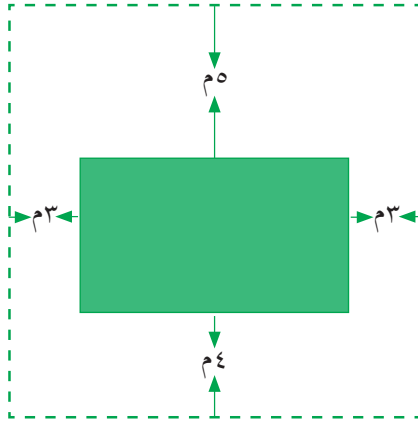
يتوقع من الطلبة بعد الإنتهاء من دراسة هذه الوحدة المتمازجة والتفاعل مع أنشطتها، أن يكونوا قادرين على توظيف الاقترانات كثيرات الحدود والاحتمالات والهندسة في الحياة العملية من خلال الآتي:

- ١ ضرب كثيرات الحدود وقسمتها.
- ٢ التعرف إلى الاقتران التريعي، وتمثيله بيانياً.
- ٣ التعرف إلى الاقتران النسبي.
- ٤ إيجاد احتمال اتحاد حادثتين.
- ٥ إيجاد احتمال تقاطع حادثتين.
- ٦ إيجاد احتمال الحادث المشروط.
- ٧ التعرف إلى الحوادث المستقلة.
- ٨ التعرف إلى معادلة الدائرة.
- ٩ إيجاد معادلة الدائرة.
- ١٠ التعرف إلى الزوايا المحيطية، والزوايا المركزية.
- ١١ استنتاج العلاقة بين الزاويتين المركزية والمحيطية المشتركة في القوس نفسه.
- ١٢ استنتاج العلاقة بين الزاويتين المحيطيتين المشتركتين في القوس نفسه.
- ١٣ أن يتعرف على مماس الدائرة.
- ١٤ التعرف إلى الشكل الرباعي الدائري.





نشاط (١): تُصدر إحدى البلديات تراخيص البناء للمواطنين؛ لغرض تنظيم البناء، وضبطه



في المدن والقرى الفلسطينية. يمتلك سمير قطعة أرض مربعة الشكل، ويريد بناء بيت عليها، بحيث يترك مساحات حول البيت (ارتدادات)، يمكن تمثيلها بالشكل المجاور، افترض طول قطعة الأرض ٥ متر.

طول البيت: (س - ٦)

عرض البيت: (س - —)

مساحة البيت:

أولاً: ضرب كثيرات الحدود:

ليكن $Q(s)$ ، $H(s)$ كثيري حدود، فإن: $(Q \times H)(s)$ كثير حدود، ويكون:

$$(Q \times H)(s) = Q(s) \times H(s)$$


نشاط (٢): إذا كان $Q(s) = s^2 + 3$ ، $H(s) = s^4 + 2$ ، أكمل إيجاد:

$$(Q \times H)(s) = Q(s) \times H(s) = (s^2 + 3) \times (s^4 + 2)$$

$$= s^2 \times s^4 + 3 \times s^4 + s^2 \times 2 + 3 \times 2$$

$$= s^6 + 3s^4 + 2s^2 + 6$$

لاحظ أن: $(Q \times H)(s)$ هو اقتران كثير حدود من الدرجة —.

ما درجة حاصل ضرب كثيري حدود؟

أفكر وأناقش



ثانياً: قسمة كثيرات الحدود:



نشاط (٣): أكمل إيجاد ناتج قسمة ما يأتي:

$$(١) \quad \frac{s^3}{s} = s^2, \quad s \neq 0$$

$$(٢) \quad \frac{s^2}{s} = s, \quad s \neq 0$$

$$(٣) \quad \frac{s^2 - s}{s} = \frac{s(s - 1)}{s} = s - 1, \quad s \neq 0$$

$$(٤) \quad \frac{s^4}{s^3} = s, \quad s \neq 0$$

ليكن ق(س)، هـ(س) كثيري حدود، فإن:

$$(ق \div هـ)(س) = ق(س) \div هـ(س), \quad هـ(س) \neq 0 \text{ صفر لكل } س \in \mathbb{C}$$

مثال:

إذا كان ق(س) = $s^3 + 7s + 12$ ، هـ(س) = $s + 2$ ، أجد: ق(س) ÷ هـ(س).
يمكن إيجاد ناتج قسمة كثيري حدود باستخدام القسمة الطويلة، إذا كانت درجة المقسوم أعلى، أو تساوي درجة المقسوم عليه، باتباع الخطوات الآتية:

الحل:

$$\begin{array}{r} s^2 - 2s + 11 \\ s + 2 \overline{) s^3 + 7s + 12} \\ \underline{s^2 + 2s} \\ -2s + 12 \\ \underline{-2s + 4} \\ 8 \\ \underline{8} \\ 0 \end{array}$$

- ١- نرتب حدود الاقترانين ق(س)، هـ(س) تنازلياً حسب قوى س.
- ٢- نقسم الحد الأول في المقسوم على الحد الأول في المقسوم عليه، ونضعه حداً أول في ناتج القسمة؛ أي أن: s^3 على s يساوي s^2 .
- ٣- نضرب (س) الذي حصلنا عليه في خطوة ٢ في كل حد من حدود المقسوم عليه، ونطرح.
- ٤- نكرّر الخطوات ٢، ٣ حتى نحصل على باقٍ، درجته أقل من درجة المقسوم عليه.

ناتج قسمة ق(س) على هـ(س) يساوي $s^2 - 2s + 11$. والباقي ٠.

(٠٤)

★ كيف نتحقق من صحّة حل المثال السابق؟

★ ما درجة ناتج قسمة أيّ كثيري حدود؟



نشاط (٤): أكمل إيجاد ناتج قسمة: $(3s^2 + s^3 - 4) \div (s + 2)$.

$$\begin{array}{r} s^2 \\ s+2 \overline{) 3s^2 + s^3 - 4} \\ \underline{3s^2 + 6s} \\ -5s \\ \underline{-5s - 10} \\ 6 \end{array}$$

ناتج قسمة $(3s^2 + s^3 - 4)$ على $(s + 2)$ يساوي _____، والباقي _____.

لاحظ أن:

$$(3s^2 + s^3 - 4) \times (s + 2) =$$

$$(s + 2) \text{ عامل من عوامل } 3s^2 + s^3 - 4$$

$$\text{هل ناتج القسمة عامل من عوامل } 3s^2 + s^3 - 4 \text{ ؟}$$

أتعلم: إذا كان باقي قسمة اثنان كثير حدود على اثنان كثير حدود آخر يساوي صفراً، فإنّ المقسوم عليه عامل من عوامل المقسوم.



تمارين ومسائل:



س١ إذا كان ق(س) = س^٢ - ٥س، هـ(س) = ٢ + س، ك(س) = س^٣ + ٢س + ١، أجد:

أ (ق × هـ)(س) ب (ك × هـ)(س)

س٢ أجد: (ق ÷ هـ)(س) في كلِّ ممَّا يأتي:

أ (ق(س) = ٦س^٣ + ٣س + ٢، هـ(س) = ٢س^٢ + ١

س٣ أكتب درجة ناتج حاصل ضرب ق(س) في هـ(س) فيما يأتي، دون إجراء عمليّة الضرب:

أ (ق(س) = ٣ - س^٦، هـ(س) = س^٣ + س^٢ - ٤

س٤ أكتب درجة ناتج قسمة ق(س) على هـ(س) فيما يأتي، دون إجراء عمليّة القسمة:

أ (ق(س) = ٢س^٢ - ٨س^٢ + ١، هـ(س) = ٦ + س

س٥ أبينُ باستخدام القسمة الطويلة أنّ س - ٢ عامل من عوامل س^٣ - ٨



نشاط (١): كثيرٌ من حركة الأشياء في الطبيعة تحصل بطريقةٍ منظّمةٍ، وضمن قوانين ثابتة.



ففي الشكل المجاور حركة المياه تشكّل شكلاً منظّماً.

الشكل الهندسي الذي تصنعه نافورة المياه في

الشكل منحنى مفتوح إلى الأسفل .

أعط أمثلةً أخرى لأشياء، أو لأشكالٍ لها الحركة

نفسها : _____

يُسمّى كثير الحدود ق(س) = أس^٢ + ب س + ج، حيث: أ، ب، ج أعداد حقيقية،

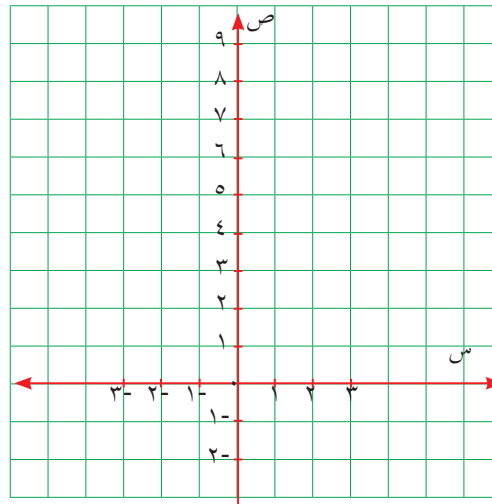
أ ≠ صفر اقتراناً تربيعياً.

تعريف

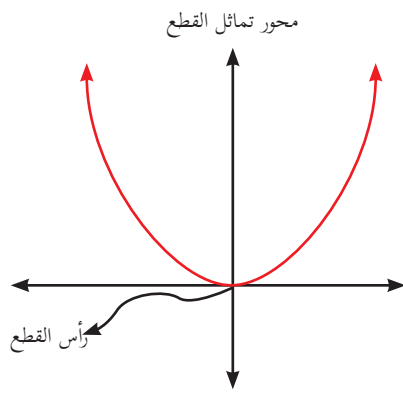
نشاط (٢): أكمل الجدول الآتي، وأعيّن النقاط الناتجة في المستوى:



س	٣	٢	١	٠	١	٢	٣-
ص = ق(س) = أس ^٢		٤					



(٧٠)



عند تمثيل الاقتران التربيعي $ق(س) = س^2$ في المستوى الديكارتي يظهر كما في الشكل المجاور، ويُسمى قطعاً مكافئاً. ويُسمى هنا قطعاً مكافئاً مفتوحاً إلى الأعلى؛ لأن معامل $س^2$ موجب.

نشاط (٣): أكمل خطوات تمثيل الاقتران التربيعي: $ق(س) = س^2 + ٢س - ٣$

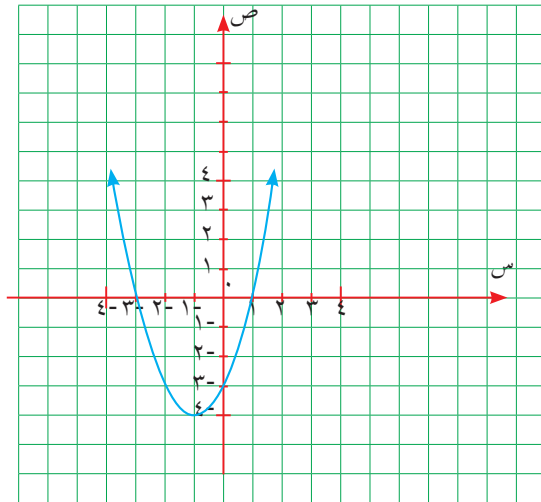


(١) أجدُ الإحداثي السيني لرأس القطع المكافئ، $س = \frac{-ب}{٢ا} = -١$

(٢) أكوّن الجدول لتمثيل النقاط:

س	١	٠	١-	٢-	٣-
ص = ق(س)			٤-		

ق(١-) = $(١-) = ٣ - ١ \times ٢ + ٢(١-) = ٤-$ إحداثيات رأس القطع (١-، ٤-)



ق(١) = $(١) = \text{————} = \text{————} = (١)$

ق(٠) = $(٠) = \text{————} = \text{————} = (٠)$

ق(٢-) = $(٢-) = \text{————} = \text{————} = (٢-)$

ق(٣-) = $(٣-) = \text{————} = \text{————} = (٣-)$

(٣) أعيّن النقاط في المستوى الديكارتي، وأصل بينها.

(٤) ما نقاط تقاطع المنحنى مع محور السينات؟

(٥) الاقتران مفتوح لـ _____ لأن _____

(٦) ما الإحداثي الصادي لرأس القطع المكافئ؟ ماذا ألاحظ؟

ألاحظ أنّ: ق(١-) = $٤-$ ، وهي القيمة الصغرى للاقتران.

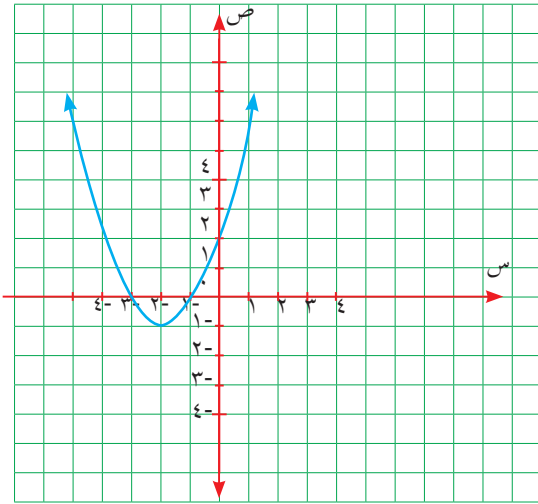


س١ أمثل الاقترانات الآتية في المستوى الديكارتي:

أ) $ق(س) = س^2 + ٦س + ٩$

ب) $ق(س) = ٣س^2 - ١٢س$

ج) $ق(س) = ١ - س^2$



س٢ من الشكل المجاور، أجد:

أ) إحداثيات رأس القطع المكافئ.

ب) أصفار الاقتران.

ج) أرسم في الشكل محور التماثل.

د) إحداثيات نقطة تقاطعه مع محور الصادات.

مهمة تقويمية (١):

س١ إذا كانت $ق(س) = س^3 - ٥س^2 + ٣س$ ، هـ $ق(س) = س^2 + ١$ ، أجد:

أ) $ق(س) \times هـ(س) + ٥$

ب) $ق(س) \div هـ(س)$

س٢ أبين باستخدام القسمة الطويلة أن $(س+١)$ هو عامل من عوامل $(س^3+١)$.

س٣ أمثل الاقتران $ق(س) = ١ - س^2$ في المستوى الديكارتي.

نشاط (١): في القاعات الرئيسة يتم عمل أنظمة للتبريد؛ للتخفيف من استهلاك الطاقة،



يحاول المهندسون أن تكون نسبة مساحة سطح المَجَسَّم إلى حجمه صغيرة بالحد الكافي. هناك قاعة طولها ٤ س متر، عرضها ٦ س متر، ارتفاعها ٢ س متر.

أجد: المساحة الكلية للقاعة =

$$4s \times 6s + 2s =$$

$$\text{حجم القاعة} = 4s \times 6s \times 2s =$$

$$\text{نسبة المساحة الكلية للقاعة إلى حجمها} =$$

يُسمَّى الاقتران المكتوب على صورة ق(س) = $\frac{h(s)}{l(s)}$ ، اقتراناً نسبياً، حيث ه(س)، ل(س) اقترانان كثيرا حدود، ومجال الاقتران ق(س) هو ح ما عدا أصفار الاقتران ل(س).

نشاط

نشاط (٢): ما مجال الاقترانات النسبية الآتية؟



$$(١) \text{ ق(س) } = \frac{4s^3 - 2s}{6s + 2}$$

لإيجاد مجال الاقتران ق(س) نجد أصفار المقام.

لإيجاد أصفار المقام نضع : $6s + 2 = 0$

$$6s + 2 = 0$$

$$6s = -2$$

مجال ق(س) هو ح ما عدا أصفار المقام

إذن مجال ق(س) = ح - { }



نشاط (٣): أكمل إيجاد أصفار الاقترانات النسبية الآتية:



$$(١) \text{ ق(س) } = \frac{\text{س}^2 - \text{س}^4 - ١٢}{\text{س}^3 - ٢٧} , \text{ س} \neq ٣$$

$$\text{صفر} = \frac{\text{س}^2 - \text{س}^4 - ١٢}{\text{س}^3 - ٢٧} =$$

$$\text{س}^2 - \text{س}^4 - ١٢ = \text{س}^3 - ٢٧$$

$$\text{صفر} = (\text{س} - ٣) \times (\text{س} + ٣)$$

$$\text{إمّا: س} + ٣ = \text{صفر} , \text{ أو: س} - ٣ = \text{صفر}$$

$$\text{س} = ٣ , \text{ أو: س} = -٣$$

أصفار الاقتران ق(س) هي ٣- ، ٣

أَتَعَلَّمُ : أصفار الاقتران النسبي هي تلك القيم التي تجعل قيمة البسط = صفر، ولا يكون المقام مساوياً صفر عندها.



تمارين ومسائل:



س١ أجد مجال الاقترانات النسبية الآتية:

$$\text{أ} \text{ ق(س) } = \frac{\text{س}^5 + \text{س}^3 + ٨}{\text{س}^2 - \frac{١}{٢}}$$

$$\text{ب} \text{ ق(س) } = \frac{\text{س}^4 + ١}{\text{س}^2 + ٤}$$

$$\text{ج} \text{ ق(س) } = \frac{\text{س}^3 + ١}{\text{س}(\text{س}^2 - ١)}$$

س٢ أجد أصفار الاقترانات النسبية الآتية:

$$\text{أ} \text{ ق(س) } = \frac{\text{س}^2 - ٤}{\text{س}^3 + \text{س}^4} , \text{ س} \neq \text{صفر} \text{ ب} \text{ ق(س) } = \frac{\text{س}^3 + \text{س}^9 + ١٨}{\text{س}^2 + ١}$$

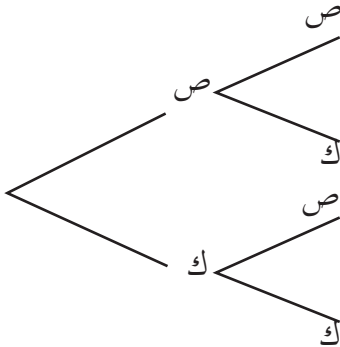




نشاط (١): الجنيه الفلسطيني هو العملة التي استخدمتها حكومة فلسطين في عهد الانتداب البريطاني بين عامي ١٩٢٧م - ١٩٤٨م. تم إلقاء قطعة نقد معدنية من فئة ٥٠ مل مرتين متتاليتين، وملاحظة الوجه الظاهر.

ص: تعني وجه صورة عليه غصن الزيتون.

ك: تعني وجه عليه العدد ٥٠ مل



• الفراغ العيني للتجربة $\Omega = \{ (ص، ص)، (ص، ك)، (ك، ص)، (ك، ك) \}$

(ص ، ك) تعني: ظهور صورة في الرمية الأولى، وكتابة في الرمية الثانية.

(ك ، ص) تعني:

• إذا كان $ح_1$ حدث ظهور كتابة واحدة فقط ، $ح_2$ حدث ظهور صورة واحدة على الأقل، فإن:

• $ح_1 = \{ (ص، ك)، (ك، ص) \}$ ، $ح_2 = \{ (ص، ص)، (ص، ك)، (ك، ص)، (ك، ك) \}$

• $ل(ح_1) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

• $ل(ح_2) = \frac{3}{4}$

$ح_1 \cap ح_2 = \{ (ص، ك)، (ك، ص) \}$

$ح_1 \cup ح_2 = \{ (ص، ص)، (ص، ك)، (ك، ص)، (ك، ك) \}$

• $ل(ح_1 \cap ح_2) = \frac{2}{4}$ ، $ل(ح_1 \cup ح_2) = \frac{3}{4}$

• احتمال عدم وقوع الحادث $ح_1$ هو:

$ل(\bar{ح}_1) = 1 - ل(ح_1) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

(١٢)

إذا كانت Ω هي الفضاء العيني لتجربة عشوائية، بحيث إن كل عنصر في Ω له فرصة الظهور نفسها (الحدوث)، وكان الحادث $H \subset \Omega$ ، فإن:

أتذكر:

$$L(H) = \frac{\text{عدد عناصر } H}{\text{عدد عناصر } \Omega}$$

$$L(\bar{H}) = 1 - L(H)$$

• إذا كان H_1 ، H_2 حادثين في Ω ، فإن:

$$L(H_1 \cup H_2) = L(H_1) + L(H_2) - L(H_1 \cap H_2)$$

إذا كان H_1 ، H_2 حادثين منفصلين في Ω ، فإن:

أتذكر:

$$L(H_1 \cup H_2) = L(H_1) + L(H_2)$$

نشاط (٢): إذا كان احتمال أن يُنجَزَ مقاولٌ بناءً مشروعين (سكني وتجاري) معاً في



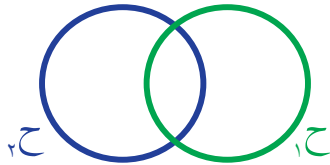
الموعد المحدد يساوي $\frac{1}{4}$ ، واحتمال أن يُنجَزَ المشروع السكني يساوي $\frac{3}{4}$ ، واحتمال

أن يُنجَزَ المشروع التجاري $\frac{2}{3}$.

• ما احتمال أن يُنجَزَ المقاول المشروع السكني فقط؟

H_1 : حادث إنجاز المقاول المشروع السكني.

H_2 : حادث إنجاز المقاول المشروع التجاري.



احتمال أن يُنجَزَ المشروع السكني فقط يعني: أن يُنجَزَ المشروع السكني، وعدم إنجاز

المشروع التجاري، وبالرموز: $L(H_1 \cap \bar{H}_2) = L(H_1) - L(H_1 \cap H_2)$

$$L(H_1 \cap \bar{H}_2) = L(H_1) - L(H_1 \cap H_2)$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{4} - \frac{3}{4} =$$

(١٣)

• ما احتمال أن يُنجَزَ المقاولُ المشروعَ التجاري فقط؟

احتمال أن يُنجَزَ المشروع التجاري فقط يعني:

$$P(A \cap B) - P(A) = P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{1}{4} - \frac{2}{3} =$$



تعلم: ليكن A, B حدثين في الفضاء العيني Ω لتجربة عشوائية، فإن:

$$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$$

$$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$$

احتمال حدوث A وعدم حدوث B $= P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$



نشاط (٣): ليكن: $P(A) = 0.3, P(B) = 0.5, P(A \cap B) = 0.2$ ، أكمل إيجاد ما يأتي:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) =$$

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A) =$$

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) =$$

$$P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) =$$

$$P(\overline{A} \cup \overline{B}) = 1 - P(A \cap B) =$$

$$P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 1 - P(A \cup B) =$$



س١ لدى عائلة ثلاثة أطفال، ما احتمال أن يكون لديها بنتان وولد؟

س٢ في تجربة رمي حجري نردٍ منتظمين مرةً واحدة، وملاحظة الوجهين الظاهرين، أجد احتمال ما يأتي:

أ) احتمال ظهور عددتين مجموعهما ٧ . ب) احتمال ظهور عددتين فرديتين.

ج) احتمال ظهور عددتين مجموعهما ٣ على الأكثر.

س٣ إذا كان C_1 ، C_2 حادثين في Ω حيث:

$$P(C_1) = 0,6 \quad P(C_2) = 0,3 \quad P(C_1 \cap C_2) = 0,15$$

أحسب: أ) $P(C_1 - C_2)$ ب) $P(\bar{C}_1 \cap \bar{C}_2)$

مهمة تقويمية (٢):

س١ إذا كان Q (س) = $\frac{3 + 2S}{2\sqrt{S}}$ أجد:

أ) $Q(3)$ ب) $Q(0)$

س٢ أجد مجال الاقتران النسبي الآتية:

$$Q(S) = \frac{1 + 2S^2}{4S^2 - 2}$$

س٣ أجد أصفار الاقتران النسبي: $Q(S) = \frac{S^2}{S^3 + S^2 + 1}$

س٤ إذا كان $P(C_1 \cup C_2) = 0,65$ وكان $P(\bar{C}_1) = 0,4$ ، $P(C_1) = 0,25$ ، فهل C_1 ، C_2 حادثان منفصلان .

س٥ إذا كان احتمال نجاح طالب في امتحان الفيزياء يساوي ٠,٧٥، واحتمال نجاحه في امتحان الكيمياء يساوي ٠,٨، واحتمال نجاحه في الامتحانين معاً يساوي ٠,٦٥، فما احتمال:

أ) نجاح الطالب في أحد الامتحانين؟

ب) نجاح الطالب في امتحان الكيمياء فقط؟

نشاط (١): يُمثّل الجدول الآتي بيانات مجموعة من الطلبة في إحدى الجامعات الفلسطينية، لمعرفة نتائجهم في مقرر الإحصاء:



المجموع	الراسبون	الناجحون	النتيجة / الكلية
٤٠	١٥	٢٥	العلوم
١٥	٥	١٠	الزراعة
٢٥	١٠	١٥	الهندسة
٨٠	٣٠	٥٠	المجموع

أختير أحد الطلبة عشوائياً، أجب عما يأتي:

- احتمال أن يكون هذا الطالب من كلية الزراعة = $\frac{15}{80}$
 - احتمال أن يكون هذا الطالب من الناجحين = $\frac{50}{80}$
 - احتمال أن يكون هذا الطالب ناجحاً، ومن كلية الزراعة = $\frac{10}{80}$
- هل يمكن إيجاد احتمال أن يكون هذا الطالب من كلية الزراعة، بشرط أنه من الناجحين؟

أتعلم: الاحتمال المشروط: هو إيجاد قيمة الاحتمال لحادث ما، علماً بأن حادثاً آخر قد وقع.

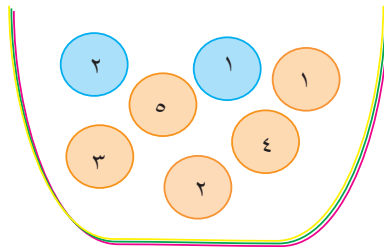
إذا كان H_1 ، H_2 حادثين في Ω ، فإن احتمال وقوع H_1 بشرط وقوع H_2 يُرمز له بالرمز:

$$P(H_1 / H_2) = \frac{P(H_1 \cap H_2)}{P(H_2)}, \quad P(H_2) \neq 0$$

$$\text{أي أن: } P(H_1 \cap H_2) = P(H_1 / H_2) \times P(H_2)$$

مثال:

يحتوي وعاءٌ على ٥ كراتٍ برتقالية اللون مرقّمة من ١ إلى ٥، وكرتين زرقاوين مرقّمتين بالأرقام ١، ٢، كما في الشكل المجاور. إذا سحبنا كرةً عشوائيةً، ما احتمال أن تكون الكرة المسحوبة برتقاليةً علماً بأنّها تحمل الرقم ٢؟



ليكن:

الحل:

ح_١: حادث الكرة المسحوبة برتقالية اللون. ح_٢: حادث الكرة المسحوبة تحمل الرقم ٢.
ومنه: $P(H_1) = \frac{1}{7}$

ح_١ ∩ ح_٢ تعني: أن الكرة المسحوبة برتقاليةً، وتحمل الرقم ٢، إذن: $P(H_1 \cap H_2) = \frac{1}{7}$
احتمال أن تكون الكرة المسحوبة برتقالية، علماً بأنّها تحمل الرقم ٢ =

$$P(H_1 / H_2) = \frac{P(H_1 \cap H_2)}{P(H_2)} = \frac{\frac{1}{7}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{7} \cdot \frac{2}{1} = \frac{2}{7}$$

نشاط (٢): ليكن: ح_١، ح_٢ حادثين في Ω، حيث إنّ:

$P(H_1) = \frac{1}{4}$ ، $P(H_2) = \frac{1}{3}$ ، $P(H_1 \cup H_2) = \frac{2}{3}$ ، أكمل إيجاد $P(H_1 / H_2)$ ، $P(H_2 / H_1)$:

$$\begin{aligned} P(H_1 \cap H_2) &= P(H_1) + P(H_2) - P(H_1 \cup H_2) \\ &= \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{2}{3} = \frac{1}{4} - \frac{1}{3} = \frac{3}{12} - \frac{4}{12} = -\frac{1}{12} \end{aligned}$$

تمارين ومسائل:



س١ أجب عمّا يأتي:

أ متى يكون $P(H_1 / H_2) = 0$ ؟ **ب** متى يكون $P(H_1 / H_2) = 1$ ؟ أعطِ أمثلة على كل حالة للفرعين السابقين.

س٢ يحتوي صندوقٌ على ٧ كراتٍ بيضاء اللون، مرقّمة من ١ إلى ٧، وعلى ١٣ كرةً سوداء اللون مرقّمة من ١ إلى ١٣، سُحِبَت كرةٌ بشكلٍ عشوائيٍّ.

• ما احتمال أن تكون الكرة سوداءً علماً بأنّها تحمل العدد ٣؟





نشاط (١): من أجل تمثيل الشعب يتم إجراء الانتخابات، أُجريت انتخابات البلديات في فلسطين عام ٢٠١٧، وتنافست ثلاث قوائم من مدينة نابلس، وأربع قوائم من مدينة الخليل، تم اختيار مرشح من كل قائمة عشوائياً، لحضور مؤتمر حول دور البلديات في خدمة المجتمع.

$\Omega = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (4, 1), (4, 2), (4, 3)\}$ ،
 مرشح مدينة نابلس، والمسقط الثاني يمثل رقم قائمة مرشح مدينة الخليل.

ما احتمال أن يكون مرشح مدينة نابلس من القائمة الثالثة؟

ح_١: تمثل حدث أن يكون مرشح مدينة نابلس من القائمة الثالثة،

ح_١ = $\{(1, 3), (2, 3), (3, 3), (4, 3)\}$ ، ومنه: $P(H_1) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$.

ما احتمال اختيار مرشح مدينة الخليل من القائمة الرابعة؟

لتكن: ح_٢ تمثل حدث أن يكون مرشح مدينة الخليل من القائمة الرابعة.

ح_٢ = $\{(1, 4), (2, 4), (3, 4), (4, 4)\}$ ، ومنه $P(H_2) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

إذا تم اختيار مرشحين من المدينتين بشكل عشوائي، ما احتمال أن يكون المرشح الأول من القائمة الثالثة لمدينة نابلس، وأن يكون المرشح الثاني من القائمة الرابعة لمدينة الخليل؟

المطلوب: احتمال حدوث الحادتين معاً؛ أي $P(H_1 \cap H_2)$

$H_1 \cap H_2 = \{(1, 4)\}$ ، $P(H_1 \cap H_2) = \frac{1}{12}$

أجد: $P(H_1) \times P(H_2) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$

ما العلاقة بين: $P(H_1 \cap H_2)$ ، $P(H_1) \times P(H_2)$ ؟

هل يتأثر اختيار مرشح مدينة نابلس باختيار مرشح الخليل؟

هل يتأثر حدوث ح_١ بحدوث ح_٢؟

أجد: $P(H_1 / H_2) = \frac{P(H_1 \cap H_2)}{P(H_2)} = \frac{\frac{1}{12}}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{4}$ ،

$P(H_2 / H_1) = \frac{P(H_1 \cap H_2)}{P(H_1)} = \frac{\frac{1}{12}}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{4}$



ما العلاقة بين: $L(H_1/H_2)$ ، $L(H_2/H_1)$ ؟، وبين: $L(H_1/H_2)$ ، $L(H_2/H_1)$ ؟

نلاحظ أنّ: حادث اختيار المرشح من إحدى قوائم مدينة نابلس لا يؤثر على حادث اختيار، أو عدم اختيار المرشح = من مدينة الخليل ، وتُسمّى مثل هذه الحوادث حوادث مستقلة .



يُقال أنّ H_1 ، H_2 حادثان مستقلّان، إذا كان وقوع أيّ منهما لا يؤثر على وقوع، أو عدم وقوع الحادث الآخر؛ أي أنّ:

$$L(H_1/H_2) = L(H_1)$$

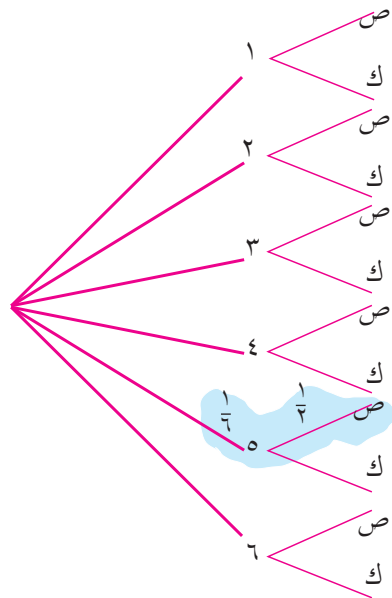
$$L(H_2/H_1) = L(H_2)$$

$$\text{وكذلك } L(H_1 \cap H_2) = L(H_1) \times L(H_2) .$$

مثال:

في تجربة رمي حجر نرد، ثمّ إلقاء قطعة نقدٍ، وملاحظة الوجهين الظاهريين، ما احتمال ظهور الرقم ٥ على حجر النرد، وظهور صورة على قطعة النقد؟

$$\Omega = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)\}$$



ليكن H_1 : حادث ظهور الرقم ٥ على حجر النرد.

H_2 : حادث ظهور صورة على قطعة النقد.

والمطلوب: $L(H_1 \cap H_2)$

لاحظ أنّ الحادثين H_1 و H_2 مستقلّان ، فلا يتأثر رمي قطعة النقد برمي حجر النرد، فنجد احتمال كلّ منهما دون الاعتماد

$$\text{على الآخر: } L(H_1) = \frac{1}{6} , L(H_2) = \frac{1}{2}$$

وبما أنّ H_1 ، H_2 مستقلّان، ينتج أنّ:

$$L(H_1 \cap H_2) = L(H_1) \times L(H_2) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{12}$$

هل يمكنك إيجاد: $L(H_1 \cap H_2)$ بطريقة أخرى؟

أفكر وأناقش

نشاط (٢): إذا كان $P(H) = 0.5$ ، $P(H^c) = 0.7$ ،



وكان $P(H \cup H^c) = 0.85$ ، أُبين أن H ، H^c حادثان مستقلان.

$$P(H) \times P(H^c) = \text{_____} \times \text{_____} = \text{_____}$$

$$P(H \cup H^c) = P(H) + P(H^c) - P(H \cap H^c)$$

$$0.85 = 0.5 + 0.7 - P(H \cap H^c)$$

$$P(H \cap H^c) = 0.35$$

نلاحظ أن: $P(H \cap H^c) = P(H) \times P(H^c)$ ، أي أن: الحادثين H ، H^c مستقلان.

نشاط (٣): إذا كان $P(H) = 0.4$ ، $P(H^c) = 0.5$ وكان H ، H^c حادثين مستقلين،



أجد قيمة ما يأتي:

$$P(H \cap H^c) = \text{_____} \times 0.4 = \text{_____} \times \text{_____} = \text{_____}$$

$$P(H \cup H^c) = \text{_____} - 0.9 = \text{_____} + \text{_____} = \text{_____}$$

$$P(H / H^c) = \text{_____}$$

تمارين ومسابقات:



س١: إذا كان: $P(H) = 0.6$ ، $P(H^c) = 0.5$ ، وكان $P(H \cup H^c) = 0.8$ ،

أُبين أن: H ، H^c حادثان مستقلان.

س٢: يحتوي صندوق على ٥ كراتٍ زرقاء اللون، و٧ كراتٍ خضراء اللون،

سُحبت كرتان على التوالي، مع إرجاع. أحسب احتمال ما يأتي:

أ أن تكون الكرة الأولى زرقاء، والثانية خضراء.

ب أن تكون الكرتان من اللون نفسه.

مهمة تقويمية (٣):

س١ صندوقان يحتوي الأول على ٤ كرات بيضاء اللون، وه كرات سوداء اللون، ويحتوي الثاني على ٣ كرات بيضاء اللون، و ٣ كرات سوداء اللون، وجميع الكرات في الصندوقين متماثلات في الحجم:
إذا سُحِبَتْ كرة واحدة من كل صندوق، فما احتمال أن تكون الكرتان المسحوبتان سوداوين؟

س٢ إذا كان $P(A) = 0.9$ ، $P(B) = 0.8$ ، $P(A \cap B) = 0.3$ فما قيمة: $P(A \cup B)$ ؟

س٣ إذا كان $P(A \cap B) = 0.3$ ، $P(A) = 0.4$ ، وكان A و B حادثين مستقلين، فما قيمة $P(A \cup B)$ ؟



نشاط (١): تربية الخيول والاعتناء بها إرث عربي يقوم الرجل بمسك طرف حبل يمتد إلى رسي الحصان الذي يدور بعيداً ثابتاً عن الرجل.

• ما شكل المسار الناتج من حركة الحصان حول الرجل؟

• ماذا يمثل موقع قدمي الرجل بالنسبة للمسار؟

• ماذا يُسمى البعد الثابت بين موقع الرجل ومسار الحصان؟

نلاحظ أن: المسار الذي يشكّله الحصان من دورانه حول نقطة ثابتة (موقع الرجل) هو دائرة مركزها النقطة الثابتة ونصف قطرها ———.



أَتَعَلَّم : المحل الهندسي: هو مسار نقطة تتحرك في المستوى الديكارتي لرسم منحنى تحت شروط معينة، حيث تُنتج هذه المسارات أشكالاً هندسية.

الدائرة: هي المحل الهندسي (المسار) لنقطة تتحرك في المستوى، بحيث تبعدُ بعداً ثابتاً عن نقطة ثابتة، تُسمى مركز الدائرة، ويُرمز لها بالرمز م. يُسمى البعد الثابت نصف قطر الدائرة، ويُرمز له بالرمز نق.



نشاط (٢): يُمثل الشكل المجاور دائرة مركزها نقطة الأصل م،

والنقطة م (س، ص) تقع على الدائرة، م هو نصف قطر الدائرة.

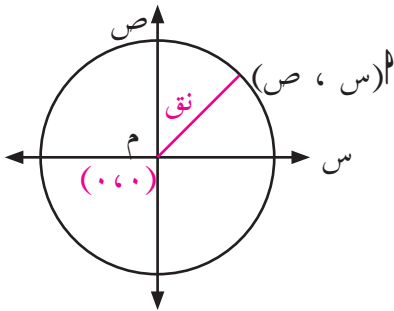
باستخدام قانون المسافة بين نقطتين، فإن:

$$م = \sqrt{(ص_1 - ص_2)^2 + (س_1 - س_2)^2}$$

$$م = \sqrt{(ص - ٠)^2 + (س - ٠)^2}$$

$$م = \sqrt{ص^2 + س^2} \text{ ، ولكن : } م = \text{نق}$$

بتريع الطرفين أحصل على المعادلة : ———



أَتَعَلَّمُ : الصورة العامة لمعادلة الدائرة، التي مركزها نقطة الأصل (٠ ، ٠)، ونصف قطرها نق هي: $s^2 + v^2 = \text{نق}^2$

مثال (١): أكتب معادلة الدائرة التي مركزها (٠ ، ٠)، وطول نصف قطرها ٤ سم.

الحل:

معادلة الدائرة: $s^2 + v^2 = \text{نق}^2$

$$s^2 + v^2 = 4^2$$

$$s^2 + v^2 = 16$$

طول م ١ باستخدام قانون المسافة بين نقطتين:

$$m = \sqrt{(s_1 - s_2)^2 + (v_1 - v_2)^2}$$

م ١ = _____ ، ولكن: م ١ = هو نصف قطر

ومنها: نق = _____

بتربيع الطرفين أحصل على المعادلة: _____

أَتَعَلَّمُ : الصورة العامة لمعادلة الدائرة التي مركزها النقطة (د ، هـ)، ونصف قطرها نق هي: $s^2 + v^2 = (s - د)^2 + (v - هـ)^2$

مثال (٢): أكتب معادلة الدائرة التي مركزها النقطة (٢ ، ١)، وطول نصف قطرها ٣ سم.

الحل:

معادلة الدائرة: $s^2 + v^2 = (s - د)^2 + (v - هـ)^2$

$$s^2 + v^2 = (s - 2)^2 + (v - 1)^2$$

ملاحظة: عند فك الأقواس في معادلة الدائرة السابقة نحصل على الصورة:

$$s^2 + v^2 = 4 - 4s + s^2 + 1 - 2v + v^2$$

$$s^2 + v^2 = 5 - 4s - 2v + s^2 + v^2$$

$$0 = 5 - 4s - 2v$$

(٢٣)

نشاط (٣): عند فكّ الأقواس في المعادلة التي على الصورة: (س - د) + (ص - هـ) = نق^٢



نحصل على: س^٢ - د^٢ + ص^٢ - هـ^٢ = نق^٢

س^٢ - د^٢ + ص^٢ - هـ^٢ = نق^٢ - صفر

بفرض أن: -د = ل ، -هـ = ك ، د^٢ + هـ^٢ - نق^٢ = ج

نتتج الصورة : _____

ماذا تلاحظ على معامل س^٢، معامل ص^٢؟

هل يوجد الحد س ص في المعادلة؟

أَتَعَلَّمُ : الصورة القياسية لمعادلة الدائرة هي : س^٢ + ص^٢ + ٢ل س + ٢ك ص + ج = ٠

ويكون فيها مركز الدائرة (-ل ، -ك) ، نصف قطرها نق = $\sqrt{ل^2 + ك^2 - ج}$

لاحظ أن : ل^٢ + ك^٢ - ج > صفر

تمارين ومسائل :



س١ أجدُ معادلة الدائرة في كلِّ حالةٍ ممَّا يأتي :

أ مركزها (٠، ٠)، وطولُ نصفِ قطرها ٥ سم.

ب مركزها (-٣، ٢)، وطولُ قطرها ٦ سم.

ج مركزها (-٢ ، ٧-) ، وتمرُّ في النقطة (٤- ، ٨-).

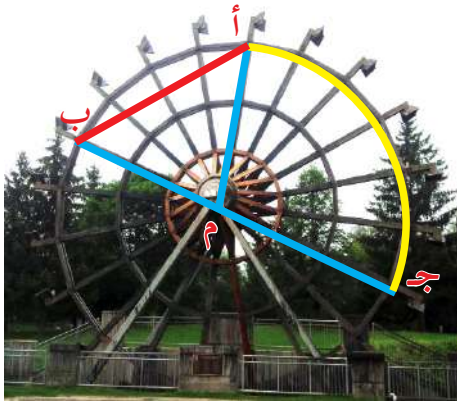
س٢ أجدُ مركز الدائرة، وطول نصف قطرها في كلِّ حالةٍ ممَّا يأتي :

أ س^٢ + ص^٢ - ١ = ٠

ب (س - ٣) + (ص + ٤) = ٤٢

ج ٦س^٢ + ٦ص^٢ = ٣٦

نشاط (١): المحافظة على عمارة الأرض، والاعتناء بها من ضرورات بقائنا عليها، ف«على هذه الأرض



ما يستحق الحياة». اعتمد الفلاح قديماً على قوّة دفع المياه الناتجة من دولاب المياه لتحريك طاحونة القمح، تأمل دولاب المياه في الشكل المجاور، ثم أجب:

في الدائرة التي مركزها م.

تُسمى القطعة أ م نصف قطر الدائرة،

بينما القطعة ب ج _____

أج قوس في الدائرة.

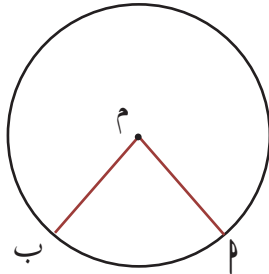
أذكر أسماء أربع زوايا في الشكل المجاور: _____، _____، _____، _____

ألاحظ: موقع رأس الزوايا في الشكل السابق.

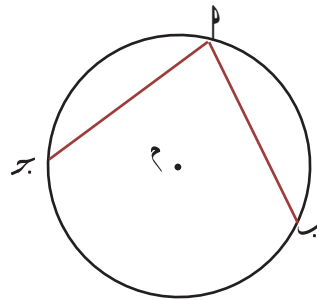
الزاوية المركزية: هي الزاوية التي يقع رأسها في مركز الدائرة، وضلعها أنصاف أقطار في الدائرة.

الزاوية المحيطية: هي الزاوية التي يقع رأسها على الدائرة، وضلعها أوتار في الدائرة.

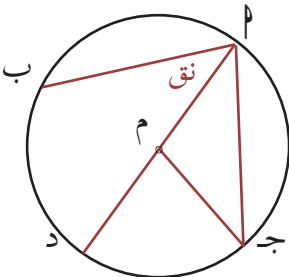
الزاوية



الزاوية أ م ب (مركزية)



الزاوية ب أ ج (محيطية)



نشاط (٢): في الشكل المجاور دائرة مركزها م :



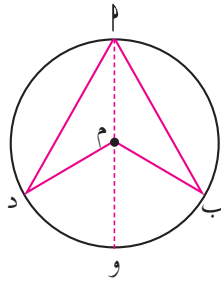
تُسمى الزاوية ج م د زاوية _____، لماذا؟

تُسمى الزاوية أ م د زاوية مركزية، لماذا؟

أذكر أسماء زاويتين محيطيتين _____، _____.

(٢٥)

نشاط (٣): في الشكل المقابل، إذا كانت م مركز الدائرة، وكان $\angle ب م د = ٣٠^\circ$ ،



$\angle ا م د = ٣٥^\circ$ أجد: $\angle ب م د$.

الزاوية ب م و خارجة عن المثلث أ ب م

إذن: $\angle ب م و = \angle ا م د + \angle ب م د$

ولكن: $\angle ا م د = \angle ب م د$ لأن

ومنه: $\angle ب م و = ٢ \times ٣٠^\circ = ٦٠^\circ$

لإيجاد: $\angle د م و = ٢ \times \text{_____} = \text{_____}$

$\angle ب م د = \angle د م و + \angle و م د = ٦٠^\circ + \text{_____} = \text{_____}$

وينتج أن: $\angle ب م د = ٢ \times \text{_____}$

لاحظ أن: الزاوية ب م د زاوية مركّبة، والزاوية ب ا د زاوية محيطيّة، مرسومتان على القوس نفسه، ما العلاقة بين قياس الزاويتين؟

أتعلّم: قياس الزاوية المركزيّة تساوي ضعفَي قياس الزاوية المحيطيّة المشتركة معها في القوس نفسه.

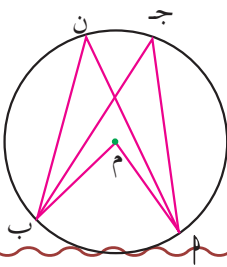
نشاط (٤): أتاَمَلُ الشكل المجاور، فيه م مركز الدائرة، وقياس الزاوية ا م ب = ٨٠° ،



أجد: قياس الزاوية ا ن ب، و قياس الزاوية ا ج ب

$\angle ا ج ب = \text{_____}$ لماذا؟

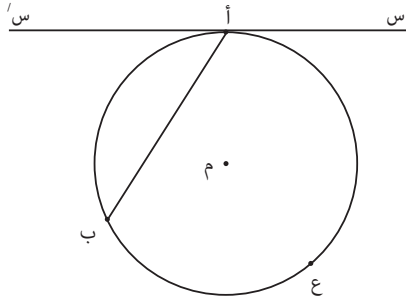
$\angle ا ن ب = ٤٠^\circ$ ما العلاقة بين الزاويتين: ا ج ب، ا ن ب؟



أتعلّم: أي زاويتان محيطيّتان مرسومتان على قوس واحد في الدائرة متساويتان في القياس.

أتعلّم: مماس الدائرة هو المستقيم الذي يشترك مع الدائرة في نقطة واحدة تُعرف بنقطة تماسه معها (نقطة تماس).

نشاط (٥): الشكل المرسوم جانباً يمثل دائرة مركزها م ، فيها س س' مماس للدائرة في النقطة أ.

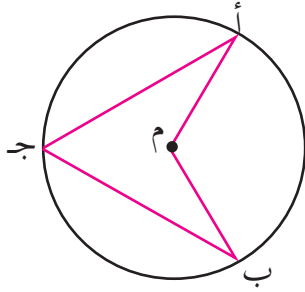


أب وتر في الدائرة.

تُسمى الزاوية س' أب زاوية مماسية

الزاوية المماسية هي

تمارين ومسائل:

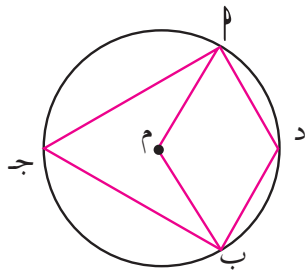
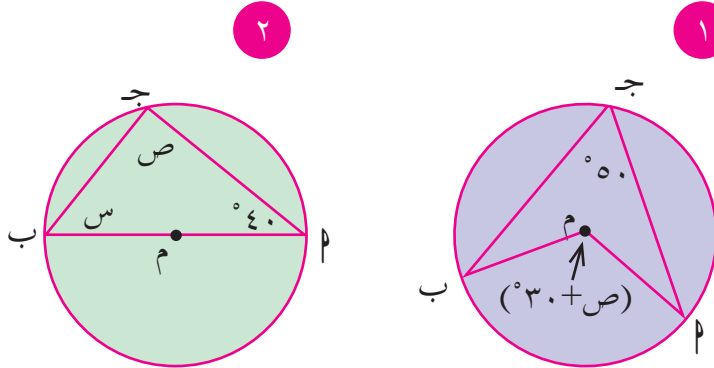


س١ الشكل المجاور فيه م مركز الدائرة، فإذا كان قياس

$\angle (م ب) = ١٣٠^\circ$ ، أجد $\angle (ب ج ب')$.

س٢ أبين أن قياس الزاوية المحيطية المرسومة على قطر الدائرة تساوي ٩٠° .

س٣ أجد قيمة المجهول في الأشكال الآتية، حيث م مركز الدائرة:



س٤ في الشكل المجاور دائرة مركزها م، فيها :

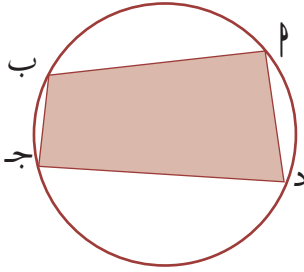
$\angle (د ب) = ١٤٠^\circ$

أجد: $\angle (م ب)$ المنعكسة، و $\angle (ب ج ب)$.



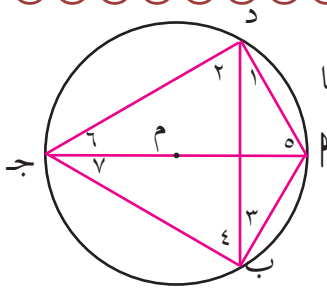


نشاط (١): يتكوّن الزيّ التراثيّ الشعبيّ في فلسطين من أثواب مطرّزة يدويّاً، بخيوط الحرير أو الصوف، ويتّخذ التطريزُ تصاميمَ وأشكالاً مختلفةً من منطقة إلى أخرى، تتكون من أشكال هندسيّة، ورسوماتٍ، إذا أحطنا الشكل الرباعي في المطرّزة بدائرة، بحيث تمرّ بجميع رؤوسه، فماذا نسمّي هذا الشكل؟



في الشكل المقابل رؤوس الشكل الرباعيّ _____ تقع على الدائرة التي مركزها م، فيُسمّى الشكل ب ج د شكلاً رباعياً دائريّاً.

أتعلّم : الشكل الرباعيّ الدائريّ: هو شكلٌ رباعيّ تقع رؤوسه الأربعة على الدائرة.



نشاط (٢): ب ج د شكلٌ رباعيّ مرسومٌ داخل دائرة مركزها م، أجد مجموع قياس الزاويتين المتقابلتين د، ب.



$$\angle 3 = \angle 6 \text{ (محيطيتان على قوس واحد)}$$

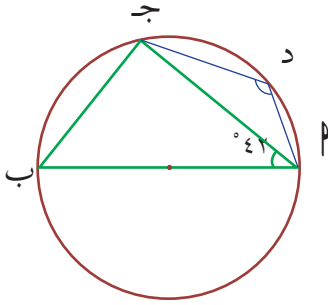
$$\angle 4 = \text{_____} \text{ لماذا؟}$$

$$\text{لكن } \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = \angle 5 + \angle 6 + \angle 7 + \angle 8 \text{ (مجموع زوايا المثلث)}$$

$$\text{إذن: } 180^\circ = \angle 4 + \angle 3 + \angle 2 + \angle 1$$

$$\text{إذن: مجموع قياس الزاويتين د، ب} = \text{_____}$$

كلّ زاويتين متقابلتين في الشكل الرباعيّ الدائريّ متكاملتان (مجموعهما 180°).
إذا كان مجموع زاويتين متقابلتين في شكلٍ رباعيّ $= 180^\circ$ ، فإنّ هذا الشكل رباعيّ دائريّ.



نشاط (٣): $\angle$ ب ج د شكل رباعيّ دائريّ، فيه:
الضلع $\angle$ ب قطر في الدائرة.

أجد: $\angle$ (د ج)، إذا كان $\angle$ (ج ب) $= 42^\circ$

$\angle$ (ب ج) = لماذا؟

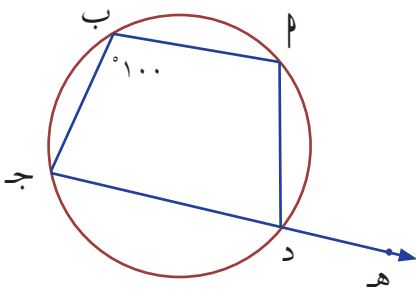
المثلث $\angle$ ب ج فيه:

$\angle$ (ب ج) = = $(90^\circ + 42^\circ)$

ومنه: $\angle$ (د ج) $= 180^\circ - 48^\circ = 132^\circ$. لماذا؟

هل كلّ معيّن شكلٍ رباعيّ دائريّ؟

أفكر وأناقش



نشاط (٤): في الشكل المقابل أجد $\angle$ د هـ .

$\angle$ د ج $= 80^\circ$ ، لماذا؟

$\angle$ د هـ = لماذا؟

$\angle$ د هـ تقع على امتداد أحد أضلاع الشكل الرباعيّ والضلع المجاور له. ماذا تُسمّى $\angle$ د هـ بالنسبة إلى الشكل الرباعي $\angle$ ب ج د؟

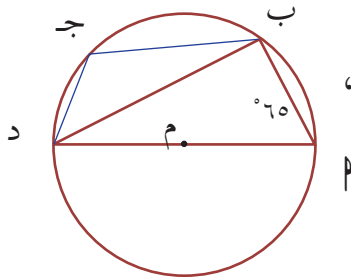
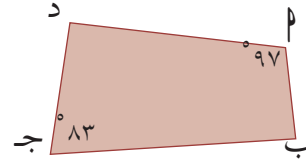
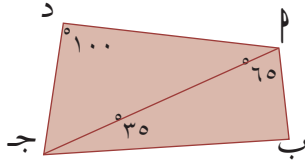
إذا مُدَّ أحدُ أضلاعِ الشكلِ الرباعيِّ على استقامته، فإنَّ الزاويةَ المحصورةَ بين امتداد الضلع والضلع المجاور له تُسمَّى **الزاوية الخارجة** عن الشكل الرباعي.
وقياس الزاوية الخارجة للشكل الرباعي الدائري = قياس الزاوية الداخلية المقابلة للمجاورة لها.

ملاحظة: إذا كانت إحدى زوايا الشكل الرباعي الدائري قائمةً، فإنَّ قُطرَ الشكل الرباعي المقابل لهذه الزاوية القائمة هو قطر الدائرة.

تمارين ومسائل:



س١ أيبين أي الأشكال الآتية تمثل شكلاً رباعياً دائرياً.



س٢ م ب ج د شكلٌ رباعيٌّ دائريٌّ، فيه قياس الزاوية ب د ج = 30° ،
أجد قياس الزاوية ب ج د ، وقياس الزاوية م ب ج.



مهمة تقويمية (٤):

س١ أضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة فيما يأتي:

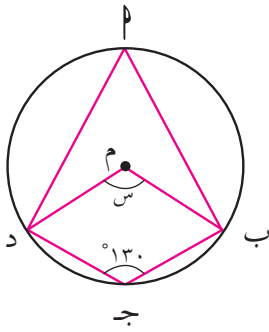
س١ ما طول نصف قطر الدائرة التي معادلتها: $(س - ٥) + (ص - ٢) = ٦٤$ ؟

أ) ٥ سم (ب) ٢ سم (ج) ٦٤ سم (د) ٨ سم

س٢ ما قياس الزاوية المحيطية المرسومة على قطر الدائرة؟

أ) 90° (ب) 30° (ج) 60° (د) 80°

س٣ في الشكل المجاور:



إذا كان م مركز دائرة، فيها Δ (ب ج د) $= 130^\circ$ ، فما قيمة س؟

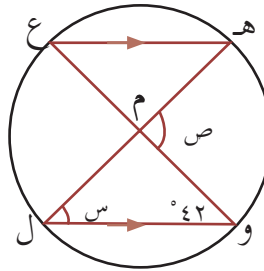
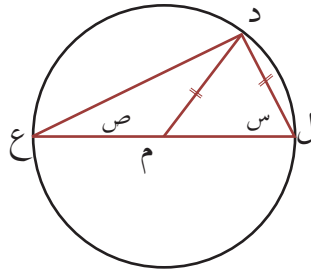
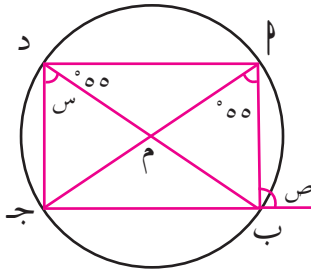
أ) 50° (ب) 105°

(ج) 230° (د) 100°

س٢ أجد معادلة الدائرة في ما يأتي:

س١ مركزها $(-٥, ١)$ ، وتمرّ بالنقطة $(٢, ٤)$

س٣ أجد قياسات الزوايا المجهولة في الأشكال الآتية:



س١: أضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة فيما يأتي:

١- قياس زاوية مركزيّة في دائرة مركزها م $= ١٠٠^\circ$ ، فما قياس الزاوية المحيطيّة المشتركة معها في القوس؟

- (أ) ١٠° (ب) ٥٠° (ج) ١٠٠° (د) ٢٠°

٢- ما العلاقة بين كلّ زاويتين متقابلتين في الشكل الرباعي الدائري؟

- (أ) مجموعهما ٣٦٠° (ب) متساويتين (ج) متكاملتين (د) متتامتين

٣- إذا كان ح_١، ح_٢ حادثين منفصلين في Ω ، وكان ل(ح_١) $= \frac{٢}{٣}$

ل(ح_٢) $= \frac{١}{٤}$ ، فما قيمة ل(ح_١ $\cap$ ح_٢)؟

- (أ) $\frac{١}{٦}$ (ب) $\frac{١١}{١٢}$ (ج) $\frac{٥}{١٢}$ (د) صفر

٤- إذا كان ح_١، ح_٢ حادثين مستقلين في Ω ، لتجربة عشوائيّة ما، وكان ل(ح_١) $= ٠,٥$

ل(ح_٢) $= ٠,٤$ ، فما قيمة ل(ح_١ $\cup$ ح_٢)؟

- (أ) $٠,٧$ (ب) $٠,٩$ (ج) $٠,٥$ (د) $٠,٤$

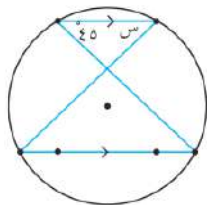
٥- درجة كثير الحدود ق(س) تساوي ٥، ودرجة كثير الحدود هـ(س) تساوي ٣، فما درجة حاصل ضربهما؟

- (أ) ٢ (ب) ٥ (ج) ٨ (د) ١٥

س٢: أجدُ ناتج القسمة والباقي عند قسمة ق(س) على هـ(س) في كلّ من الحالات الآتية باستخدام القسمة الطويلة:

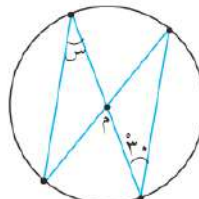
$$ق(س) = ٢س^٢ + ٢س - ٣، هـ(س) = ٣ + س$$

س٣: أجد قيمة س في كل من الأشكال الآتية، حيث م مركز الدائرة:



(ب)

الشكل (١٣-٤)



(أ)

الشكل (١٢-٤)

(٣٢)

س٤ : أجد معادلة الدائرة الآتية:

نهايتا قطر فيها النقطتان: ١ (٧ ، ١٢) ، ب (-٥ ، -٤)

س٥ : إذا كان $ح_١$ ، $ح_٢$ حادثين في Ω ، وكان $ل(ح_١) = \frac{1}{٣}$ ، $ل(ح_٢ / ح_١) = \frac{1}{٢}$ ،
 $ل(ح_٢) = \frac{1}{٥}$. أحسب قيمة كل مما يأتي:

أ $ل(ح_١ - ح_٢)$ ب $ل(ح_٢ / ح_١)$ ج $ل(ح_٢ / ح_١)$

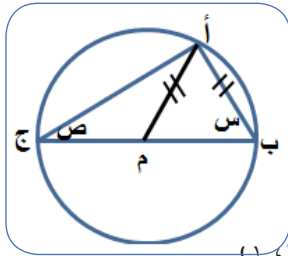
س٦ : إذا كان $ل(ح_١) = ٠,٤$ ، $ل(ح_٢ / ح_١) = ٠,٤$ ، $ل(ح_٢ / ح_١) = ٠,٥$ ،
أ هل $ح_١$ ، $ح_٢$ مستقلان؟ ب ما قيمة $ل(ح_٢)$ ؟

س٧ : إذا كانت $ق(س) = س^٢ - س^٥ + ٣$ ، $ه(س) = س^٢ + ١$ ، أجد:
أ $ق(س) \times ه(س) + ٥$ ب $ق(س) \div ه(س)$

س١ ضع دائرة حول رمز الاجابة الصحيحة فيما يأتي:

(١) ما مجال الاقتران: ق(س) = $\frac{س}{س(س+٢)}$ هو؟

- (أ) ح - {٢-} (ب) ح - {٠} (ج) ح - {٠، ٢-} (د) ح - {٠، ٢}



(٢) في الشكل المجاور، دائرة مركزها م، إذا كان طول أ ب = أ م فإن قياس الزاوية ص هو:

- (أ) ٩٠° (ب) ١٢٠° (ج) ٦٠° (د) ٣٠°

(٣) مركز الدائرة التي معادلتها: (س - ١)² + (ص + ٢)² = ٣٦ هو:

- (أ) (-٢، ١) (ب) (١، -٢) (ج) (-١، -٢) (د) (-٢، -١)

(٤) إذا كان ح١، ح٢ حادثين منفصلين، ما قيمة: ل (ح١ ∩ ح٢)؟

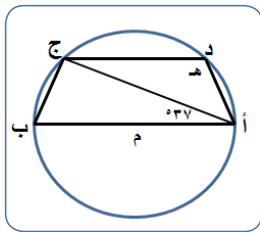
- (أ) ∅ (ب) Ω (ج) ١ (د) صفر

(٥) أي من الآتية يعدّ متطابقة مثلثية؟

- (أ) جاس = $\frac{١}{٢}$ (ب) جتا س - جتا س = ١ (ج) جتا س + جتا س = ١ (د) جتا س - جاس = ١

(٦) إذا كان ح١، ح٢ حادثين مستقلين في Ω لتجربة عشوائية ما، وكان: ل (ح١) = ٠,٥ ، ل (ح٢) = ٠,٤ ، فما قيمة ل (ح١ ∪ ح٢)؟

- (أ) ٠,٧ (ب) ٠,٩ (ج) ٠,٥ (د) ٠,٤



س٢: في الشكل الآتي أوجد قياس الزوايا المجهولة، علماً بأن النقطة م تدل على مركز الدائرة؟

..... = هـ ▷

س٣: تقدّم ٢٠ طالباً لامتحانٍ رياضيات وعلوم، فإذا نجح نصف الطلبة في العلوم، وثلاثة أرباع الطلبة في الرياضيات، وكان عدد الناجحين في المادتين معاً عشرة طلاب:

• ما احتمال أن ينجح في إحدى المادتين؟

س٤: ما صفر/أصفار الاقتران النسبي ق (س) = $\frac{س٢ - ٢}{س١ - ١}$ ؟

س٥: أمثل الاقتران ق(س) = س² - ٤ وأجد القيمة الصغرى له.

س٦: إذا كان ق(س) = س⁶ + س⁵ - ١ ، هـ(س) = س³ + س² + ٤ ، ك(س) = س² - ٤ اقترانات كثيرة حدود، فأوجد ما يأتي، وحدد درجة الناتج:

- (أ) هـ(س) x ك(س) (ب) ق(س) ÷ ك(س)

(٣٤)