١١

بسم الله الرحمن الرحيم

دولة فلسطين
وزارة التربية والتعليم

الرياضيات

الفرع الأدبي والشرعي

الفترة الرابعة

دولة فلسطين
وزارة التربية والتعليم

مركز المناهج

حي الماصيون، شارع المعاهد
ص. ب 719 - رام الله - فلسطين
pcdc.mohe@gmail.com | pcdc.edu.ps

mohe.ps | mohe.pna.ps | moehe.gov.ps
.com/MinistryOfEducationWzartAltrbytWaltlym
هاتف +970-2-2983280 | فاكس +970-2-2983250

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114478 | TRACK c7d117379b68975e

الوحدة		النهايات والاتصال	
٤	٤ – ١	نهاية الاقتران	٤
	٤ – ٢	قوانين النهايات	٧
	٤ – ٣	نهاية اقتران متعدد القاعدة	١٢
	٤ – ٤	الاتصال	١٤

يتوقع من الطلبة بعد دراسة هذه الوحدة المتمازجة والتفاعل مع أنشطتها أن يكونوا قادرين على توظيف النهايات والاتصال في الحياة العمليّة من خلال الآتي:

١ التعرف إلى مفهوم نهاية الاقتران عند نقطة.

٢ إيجاد نهاية الاقتران عند نقطة باستخدام الجدول والرسم البياني.

٣ إيجاد نهاية الاقتران عند نقطة باستخدام قوانين النهايات.

٤ إيجاد نهاية اقتران متعدد القاعدة عند نقطة.

٥ البحث في اتصال اقتران عند نقطة.

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114478 | TRACK c7d117379b68975e

تعريف: نهاية الاقتران ق(س) عند نقطة:

يكون للاقتران ق(س) نهاية تساوي ل عندما تقترب قيم س من العدد أ ، إذا وفقط إذا كان للاقتران ق(س) نهاية من اليمين تساوي ل ونهاية من اليسار تساوي ل عند س = أ ، وتُكتب بالرّموز: $\text{نهـــا}_{س \to أ} \text{ق(س)} = ل \leftrightarrow \text{نهـــا}_{س \to أ^-} \text{ق(س)} = \text{نهـــا}_{س \to أ^+} \text{ق(س)} = ل$

مثال ١ : ليكن ق(س) = س + ٣ ، س ∈ ح ماذا يحدث للاقتران ق(س) عندما تقترب قيم س من العدد ٣ (من اليمين ومن اليسار)؟

ق(١ , ٣) = ١ , ٣ + ٣ = ٦ , ١ .

ق(٢ , ٩٩) = ٢ , ٩٩ + ٣ = ٥ , ٩٩ .

نكوِّن الجدول الآتي:

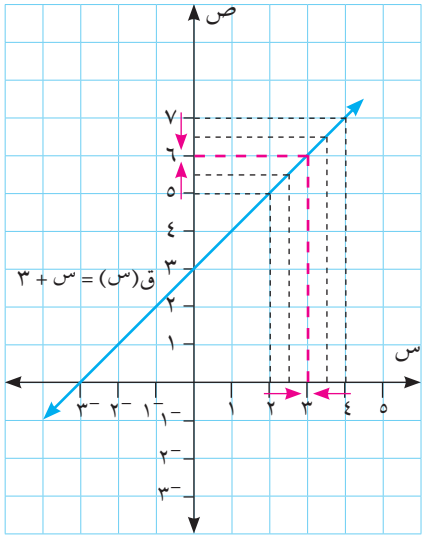
س	...	٣,١	٣,٠١	٣,٠٠١	← ...	٣	→ ...	٢,٩٩٩	٢,٩٩	٢,٩	...
ق(س)	...	٦,١	٦,٠١	٦,٠٠١	←	٦	→	٥,٩٩٩	٥,٩٩	٥,٩	...

اقتراب قيم س من اليمين من العدد ٣ يقابله اقتراب قيم ق(س) المقابلة لها من العدد ٦ .

اقتراب قيم س من اليسار من العدد ٣ يقابله اقتراب قيم ق(س) المقابلة لها من العدد ٦ .

مثال ٢ : يمثّل الشكل المجاور منحنى الاقتران ق(س) = س + ٣

من الشكل أَجِدْ النهايات الآتية.



١ $\text{نهـــا}_{س \to ٣^-} \text{ق(س)} = ٦$.

٢ $\text{نهـــا}_{س \to ٣^+} \text{ق(س)} = ٦$.

٣ $\text{نهـــا}_{س \to ٣} \text{ق(س)} = ٦$.

٤ ق(٣) = ٦ .

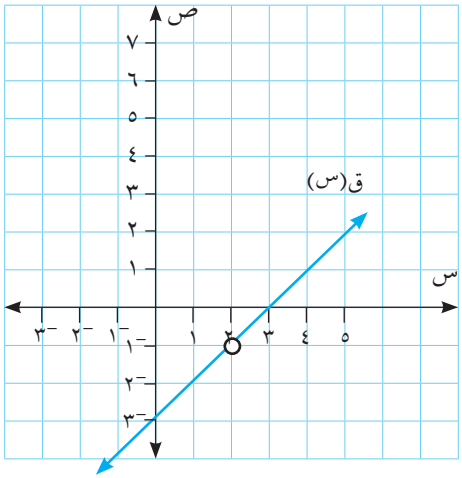
الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114478 | TRACK c7d117379b68975e

نشاط ١: إذا كان ق(س) = $\frac{س^{٢} - ٥س + ٦}{س - ٢}$ ، س ≠ ٢ ، أَجِدْ $\lim_{س \to ٢}$ ق(س)، باستخدام الجدول.

ق(س) = $\frac{(س - ٢)(س - ٣)}{(س - ٢)}$ ، س ≠ ٢

ق(س) = س − ٣

س	...	٢,١	٢,٠١	٢,٠٠١	← ...	٢	→ ...	١,٩٩٩	١,٩٩	١,٩	...
ق(س)	...	٠,٩−	٠,٩٩−	٠,٩٩٩−	←	....	→	١,٠٠١−	١,٠١−	١,١−	...

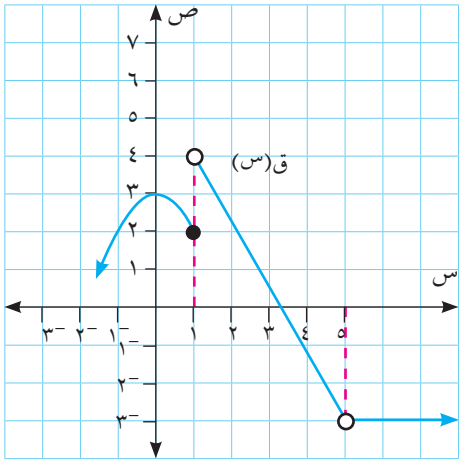


- $\lim_{س \to ٢^{+}}$ ق(س) = −١ . لماذا؟
- $\lim_{س \to ٢^{-}}$ ق(س) = _____ .
- $\lim_{س \to ٢}$ ق(س) = −١ . لماذا؟

أُلاحظ من الشكل المجاور أن ق(٢) غير معرفة.

من الشكل أُوضِّحُ كيفية إيجاد $\lim_{س \to ٢}$ ق(س).

نشاط ٢: أَتأَمَّلُ الشكل المجاور المرسوم ثم أَجِدُ ما يأتي:



- ق(٠) = ٣
- $\lim_{س \to ٠}$ ق(س) = _____ .
- ق(١) = _____ .
- $\lim_{س \to ١}$ ق(س) غير موجودة، لماذا ؟
- ق(٥) = _____ .
- $\lim_{س \to ٥}$ ق(س) = _____ .

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114478 | TRACK c7d117379b68975e

تمارين ومسائل ٤-١:

١ باستخدام طريقة الجدول أَجِدْ:

$$\text{نهـــا}_{س \leftarrow ٣} \frac{س^{٢} - ٤س + ٣}{س - ٣} \text{ ، } س \neq ٣$$

٢ إِذا كان الشكل المجاور يُمثّل منحنى الاقتران ق(س).

من الرسم أجدْ ما يأتي:

أ ق(−٣)

ب $\text{نهـــا}_{س \leftarrow -٣}$ ق(س)

ج ق(١)

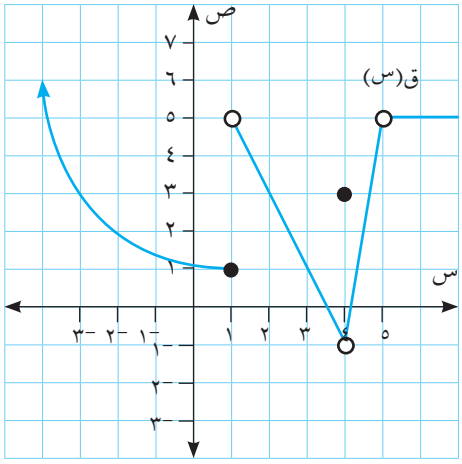
د $\text{نهـــا}_{س \leftarrow ١}$ ق(س)

هـ ق(٤)

و $\text{نهـــا}_{س \leftarrow ٤}$ ق(س)

ز ق(٥)

ح $\text{نهـــا}_{س \leftarrow ٥}$ ق(س)



الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114478 | TRACK c7d117379b68975e

أتعلم: قانون (١): إذا كان أ ، جـ ∈ ح ، وكان ق(س) = جـ ، لكل س ∈ ح

فإن: $\lim_{س \to أ}$ ق(س) = جـ

قانون (٢): إذا كان أ ∈ ح ، وكان ق(س) = س^{ن}

فإن: $\lim_{س \to أ}$ ق(س) = ق(أ) = أ^{ن}

وبشكل عام إذا كان ق(س) اقتران كثير حدود فإن: $\lim_{س \to أ}$ ق(س) = ق(أ)

مثال ١ : ليكن *ق(س) = س، س ∈ ح ، هـ(س) = $\sqrt[٧]{س^{٢}}$

١ $\lim_{س \to ٠}$ ق(س) = ٠

٢ $\lim_{س \to -٢}$ هـ(س) = $\sqrt[٧]{(-٢)^{٢}}$

٣ $\lim_{س \to ٥}$ ق(س) = ٥

٤ $\lim_{س \to ٥}$ هـ(س) = $\sqrt[٧]{٥^{٢}}$

٥ $\lim_{س \to -٢}$ ق(س) = -٢

٦ $\lim_{س \to -٢}$ هـ(س) = $\sqrt[٧]{-٢^{٢}}$

أتعلم: إذا كانت $\lim_{س \to أ}$ ق(س) = ل ، $\lim_{س \to أ}$ هـ(س) = ك، وكان جـ عدداً حقيقياً فإن:

قانون (٣): $\lim_{س \to أ}$ جـ ق(س) = جـ × ل

قانون (٤): $\lim_{س \to أ}$ (ق(س) ± هـ(س)) = $\lim_{س \to أ}$ ق(س) ± $\lim_{س \to أ}$ هـ(س) = ل ± ك

مثال ٢ : إذا كان ق(س) = -٥، $\lim_{س \to -٣}$ هـ(س) = ١٢ . أجدُ قيمة كل من النهايات الآتية:

١ $\lim_{س \to ١}$ ق(س)

٢ $\lim_{س \to -٣}$ ٥ ق(س)

٣ $\lim_{س \to -٣}$ (ق(س) + هـ(س))

٤ $\lim_{س \to -٣}$ (هـ(س) – ق(س))

* يُسمي الاقتران الذي قاعدته = ق(س) = س، س ∈ ح. بالاقتران المحايد.

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114478 | TRACK c7d117379b68975e

الحل : ١ $\lim_{س \to ١}$ ق(س) = -٥ . لماذا؟

٢ $\lim_{س \to -٣}$ ٥ ق(س) = ٥ $\lim_{س \to -٣}$ ق(س) = ٥ × -٥ = -٢٥

٣ $\lim_{س \to -٣}$ (ق(س) + هـ(س)) = $\lim_{س \to -٣}$ ق(س) + $\lim_{س \to -٣}$ هـ(س)

= -٥ + ١٢ = ٧

٤ $\lim_{س \to -٣}$ (هـ(س) – ق(س)) = $\lim_{س \to -٣}$ هـ(س) – $\lim_{س \to -٣}$ ق(س)

= ١٢ – (-٥) = ١٧

مثال ٣ : أَجِدُ قيمة كل مما يأتي:

١ $\lim_{س \to \frac{١}{٢}}$ (٨س – ١١)

٢ $\lim_{س \to -١}$ ٤(٥ + ٧س)

الحل : ١ $\lim_{س \to \frac{١}{٢}}$ (٨س – ١١) = ٨ $\lim_{س \to \frac{١}{٢}}$ س – $\lim_{س \to \frac{١}{٢}}$ ١١

= ٨ × $\frac{١}{٢}$ – ١١ = -٧

٢ $\lim_{س \to -١}$ ٤(٥ + ٧س) = ٤ × $\lim_{س \to -١}$ (٥ + ٧س)

= ٤ × ($\lim_{س \to -١}$ ٥ + ٧ $\lim_{س \to -١}$ س)

= ٤ × (٥ + ٧ × -١) = -٨

مثال ٤ : إذا كانت $\lim_{س \to أ}$ ٩(٣س – ٤) = ١٨، أَجدُ قيمة أ.

الحل : $\lim_{س \to أ}$ ٩(٣س – ٤) = ٩ $\lim_{س \to أ}$ (٣س – ٤) = ١٨

= (٣أ – ٤) = $\frac{١٨}{٩}$ = ٢

٣أ = ٢ + ٤

أ = $\frac{٦}{٣}$ = ٢

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114478 | TRACK c7d117379b68975e

أتعلم: إذا كانت $\lim_{س \to أ}$ ق(س) = ل ، $\lim_{س \to أ}$ هـ(س) = ك، فإن:

قانون (٥): $\lim_{س \to أ}$ (ق(س) × هـ(س)) = $\lim_{س \to أ}$ ق(س) × $\lim_{س \to أ}$ هـ(س) = ل × ك

قانون (٦): $\lim_{س \to أ} \frac{ق(س)}{هـ(س)} = \frac{\lim_{س \to أ} ق(س)}{\lim_{س \to أ} هـ(س)} = \frac{ل}{ك}$ ، هـ(س) ≠ ٠ ، ك ≠ ٠

مثال ٥ : أجدُ $\lim_{س \to -١}$ (٢س^{٣} − ٥س + ٧)

الحل :

$\lim_{س \to -١}$ (٢س^{٣} − ٥س + ٧) = ٢ $\lim_{س \to -١}$ س^{٣} − ٥ $\lim_{س \to -١}$ س + $\lim_{س \to -١}$ ٧

= ٢ $\lim_{س \to -١}$ (س × س × س) − ٥ $\lim_{س \to -١}$ س + $\lim_{س \to -١}$ ٧

= ٢ ($\lim_{س \to -١}$ س × $\lim_{س \to -١}$ س × $\lim_{س \to -١}$ س) − ٥ $\lim_{س \to -١}$ س + $\lim_{س \to -١}$ ٧

= ٢ × (−١ × −١ × −١) − ٥ × −١ + ٧

= ١٠

نشاط ١ : إذا كان ق(س) = ٧س^{٢} + ٢، هـ(س) = ١٠ − ٢س ، فإن :

١ $\lim_{س \to -٢}$ ق(س) = ٧ × (−٢)^{٢} + ٢ = ٣٠

٢ $\lim_{س \to -٢}$ (س^{٢} ق(س) + ٥) = $\lim_{س \to -٢}$ س^{٢} × $\lim_{س \to -٢}$ ق(س) + $\lim_{س \to -٢}$ ٥

= ٤ × ٣٠ + ٥ = _____

٣ $\lim_{س \to -٢}$ هـ(س) = ١٠ − ٢ × −٢ = ١٤

٤ $\lim_{س \to -٢}$ (٤ ق(س) − ١٠ هـ(س)) = _____

٥ $\lim_{س \to -٢}$ (ق(س) × $\lim_{س \to -٢}$ هـ(س)) = ٣٠ × ١٤ = ٤٢٠

٦ $\lim_{س \to -٢} \frac{س\ ق(س)}{٢هـ(س)}$ = _____

٧ $\lim_{س \to -٢}$ هـ^{٢}(س) = _____

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114478 | TRACK c7d117379b68975e

مثال ٦ : إذا كانت *م(س) = $\frac{س^{٢} + ١٠}{س + ٦}$ ، أجد $\lim_{س \to -٣}$ م(س) ، س ≠ −٦

الحل : $\lim_{س \to -٣}$ م(س) = $\frac{س^{٢} + ١٠}{س + ٦}$

بالتعويض المباشر: $\lim_{س \to -٣}$ $\frac{س^{٢} + ١٠}{س + ٦}$ = $\frac{(-٣)^{٢} + ١٠}{-٣ + ٦}$ = $\frac{٩ + ١٠}{٣}$

= $٦\frac{١}{٣}$

مثال ٧ : أجد قيمة $\lim_{س \to ٤}$ $\frac{٢س - ٨}{س + ٥}$ ، س ≠ −٥.

الحل : $\lim_{س \to ٤}$ $\frac{٢س - ٨}{س + ٥}$ = $\frac{٢(٤) - ٨}{٤ + ٥}$ = $\frac{٠}{٩}$ = ٠

أتعلم: إذا كان ناتج التعويض المباشر في الاقتران النسبي مساوياً لـ $\frac{٠}{٠}$ فإن هذه الصورة تُسمى صورة غير معينة، أي لا تعطي نتيجة محددة، وللتخلص من هذه الصورة نُعيد كتابة الاقتران بصورة مكافئة بطرق عديدة إحداها استخدام التحليل إلى العوامل.

مثال ٨ : أجد قيمة $\lim_{س \to ٢}$ $\frac{٤ - س^{٢}}{٢ - س}$ ، س ≠ ٢.

الحل : عند التعويض المباشر نحصل على : $\frac{٤ - ٤}{٢ - ٢}$ = $\frac{٠}{٠}$ وهي صورة غير معينة، وللتخلص من هذه الصورة نعيد كتابة الاقتران بصورة مكافئة باستخدام التحليل إلى العوامل.

$\lim_{س \to ٢}$ $\frac{٤ - س^{٢}}{٢ - س}$ = $\lim_{س \to ٢}$ $\frac{(٢ - س)(٢ + س)}{(٢ - س)}$

= ٢ + ٢ = ٤

* الاقتران النسبي هو اقتران يمكن كتابته على الصورة م(س) = $\frac{ق(س)}{هـ(س)}$ ، ق(س) ، هـ(س) كثيرا حدود، هـ(س) ≠ ٠

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114478 | TRACK c7d117379b68975e

نشاط ٢: أَجِدُ قيمة $\lim_{س \to -٣} \frac{س^٣ + ٢٧}{(س + ٣)}$

عند التعويض المباشر نحصل على _____ .

$$\lim_{س \to -٣} \frac{س^٣ + ٢٧}{(س + ٣)} = \lim_{س \to -٣} \frac{(س + ٣)(س^٢ - ٣س + ٩)}{(س + ٣)}$$

$$\lim_{س \to -٣} (س^٢ - ٣س + ٩) = _____ .$$

تمارين ومسائل ٤-٢:

١ إذا كان $\lim_{س \to ٢} ق(س) = -٢$ ، $\lim_{س \to ٢} ٣هـ(س) = ٩$. أَجِدْ قيمة النهايات الآتية:

أ) $\lim_{س \to ٢} ٢(ق(س) + هـ(س))$

ب) $\lim_{س \to ٢} (ق^٢(س) - هـ(س))$

جـ) $\lim_{س \to ٢} \frac{٥ ق(س)}{هـ^٢(س)}$

د) $\lim_{س \to ٢} (٤ق(س) + س^٢ - ٣)$

٢ أَجِدْ قيمة النهايات الآتية:

أ) $\lim_{س \to ٨} (٢س - ١١)$

ب) $\lim_{س \to ٠} (-٢س^٣ - ٨س + ٧)$

جـ) $\lim_{س \to ٦} \left(\frac{س}{س^٢ - ٣٦} - \frac{٦}{س^٢ - ٣٦} \right)$ ، $س \neq \pm ٦$

د) $\lim_{س \to -٣} \frac{س^٢ - س - ١٢}{س^٢ - ٩}$ ، $س \neq \pm ٣$

هـ) $\lim_{س \to ١} \frac{س^٣ - ١}{س - ١}$ ، $س \neq ١$

و) $\lim_{س \to ٢\sqrt{٢}} \frac{س^٢ - ٢}{س - \sqrt{٢}}$ ، $س \neq \sqrt{٢}$

٣ إذا كان $\lim_{س \to -٢} (أ س^٢ - ٣٦) = ٠$ ، فما قيمة أ ؟

مهمة تعليمية (١)

إذا كانت: $\lim_{س \to ٢} ن(س) = ل$، $\lim_{س \to ٢} هـ(س) = ك$،

وكان $\lim_{س \to ٢} (هـ(س) - ن(س)) = ١$، $\lim_{س \to ٢} (ن^٢(س) + هـ(س)) = ١٣$،

أجد: $\lim_{س \to ٢} (٥هـ(س) + س)$.

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114478 | TRACK c7d117379b68975e

أتعلم: إذا كان ق(س) اقتران يُغير قاعدته عند س = أ . نبحث $\lim_{س \to أ^+}$ ق(س) و $\lim_{س \to أ^-}$ ق(س)

فإذا كانت $\lim_{س \to أ^-}$ ق(س) = $\lim_{س \to أ^+}$ ق(س) ، فإن نهاية الاقتران موجودة عند س = أ .

مثال ١ : إذا كان ق(س) = $\begin{cases} ٣س + ٥ & ، س \leq ٤ \\ س^٢ - ١ & ، س > ٤ \end{cases}$

- يقع العدد ٢ ضمن مجال القاعدة الثانية.
- فتكون $\lim_{س \to ٢}$ ق(س) = $\lim_{س \to ٢}$ (س^٢ − ١) = ٢^٢ − ١ = ٣
- $\lim_{س \to ٠}$ ق(س) = −١ .
- يقع العدد ١٠ ضمن مجال القاعدة الأُولى. فتكون $\lim_{س \to ١٠}$ ق(س) = ٣٥
- $\lim_{س \to ٧}$ ق(س) = ٢٦ .
- يقع العدد ٤ على الحد الفاصل بين مجالي القاعدتين.
- $\lim_{س \to ٤^+}$ ق(س) = ١٧
- $\lim_{س \to ٤^-}$ ق(س) = ١٥
- $\lim_{س \to ٤}$ ق(س) غير موجودة. لماذا؟

أتعلم: إذا كان ق(س) اقتران يُغير قاعدته عند س = أ . نبحث $\lim_{س \to أ^+}$ ق(س) و $\lim_{س \to أ^-}$ ق(س)

فإذا كانت $\lim_{س \to أ^-}$ ق(س) = $\lim_{س \to أ^+}$ ق(س) ، فإن نهاية الاقتران موجودة عند س = أ .

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114478 | TRACK c7d117379b68975e

مثال ٢ : إذا كان ق(س) = $\begin{cases} \sqrt{٧}^{٣} & ، \ س = ٠ \\ ٣س^{٢} - ٢س & ، \ س \neq ٠ \end{cases}$ ، فإن:

- $\lim_{س \to -١}$ ق(س) = ٥
- $\lim_{س \to ٠^{-}}$ ق(س) = ٠
- $\lim_{س \to ٠^{+}}$ ق(س) = ٠
- $\lim_{س \to ٠}$ ق(س) = ٠
- ق(٠) = $\sqrt{٧}^{٣}$
- $\lim_{س \to \sqrt{٧}^{٣}}$ ق(س) = $\sqrt{٧٢ - ٩}^{٣}$

تمارين ومسائل ٤-٣:

١ إذا كان ق(س) = $\begin{cases} ٢س - ١ & ، \ س \neq ١ \\ ١ & ، \ س = ١ \end{cases}$ ، أجِدْ ما يأتي:

أ ق(١)

ب $\lim_{س \to ١}$ ق(س)

٢ إذا كان ق(س) = $\begin{cases} -س^{٢} & ، \ س \leq ٠ \\ س - ٢ & ، \ س > ٠ \end{cases}$ ، أجِدْ $\lim_{س \to ٠}$ ق(س) إن وُجدت.

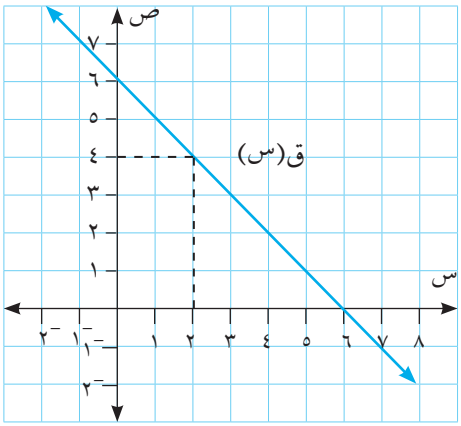
مهمة تعليمية (٢)

إذا كان: ن(س) = $\begin{cases} ٥س^{٢} - أ س & ، \ س \geq ١ \\ ٢أ س + ب & ، \ س > ١ \end{cases}$

وكانت: $\lim_{س \to ١}$ ن(س) = ٣، أجد قيمتيّ الثابتين أ ، ب.

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114478 | TRACK c7d117379b68975e

نشاط ١: أَتأَمّلُ الأشكال المرسومة للاقترانات ق(س)، هـ(س)، ل (س)، ك (س).

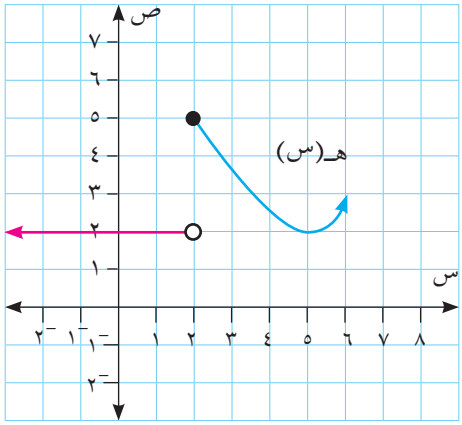


١ في الشكل المجاور:

ق(٢) = ٤

$\lim_{س \to ٢}$ ق(س) = ٤

ق(٢) = $\lim_{س \to ٢}$ ق(س) = ٤

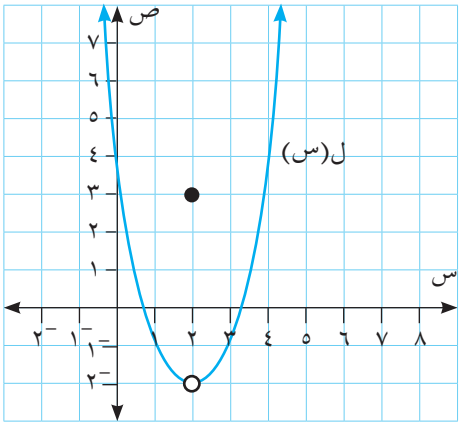


٢ في الشكل المجاور:

هـ(٢) = _____ .

$\lim_{س \to ٢}$ هـ(س) = _____ .

أُقارنُ بين $\lim_{س \to ٢}$ هـ(س) وقيمة هـ(٢) .



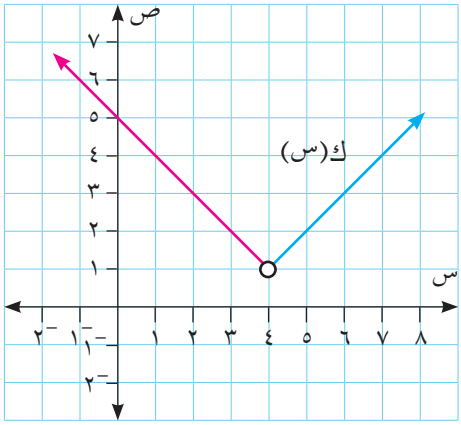
٣ في الشكل المجاور:

ل(٢) = _____ .

$\lim_{س \to ٢}$ ل(س) = _____ .

أُقارنُ بين $\lim_{س \to ٢}$ ل(س) وقيمة ل(٢) .

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114478 | TRACK c7d117379b68975e



٤ في الشكل المجاور:

ك(٤) = _____ .

نهـــا ك(س) = _____ .
س ← ٤

أُقارنُ بين نهـــا ك(س) وقيمة ك(٤) .
س ← ٤

تعريف: **يكون الاقتران ق(س) متصلاً عندما س = أ ، إذا تحققت الشروط الآتية:**

١ **ق(س) معرفة عند س = أ.**

٢ **نهـــا ق(س) موجودة.**
س ← أ

٣ **نهـــا ق(س) = ق(أ).**
س ← أ

مثال ١ : أَبحثُ في اتصال الاقترانات الآتية عند قيم س المشار إليها في كل حالة من الحالات الآتية:

١ ق(س) = ١١ ، عند س = ٩

٢ هـ(س) = س^{٣} + ٢س + ١ ، عند س = -١

الحل :

١ ق(٩) = ١١

نهـــا ق(س) = ١١
س ← ٩

ق(٩) = نهـــا ق(س) = ١١
س ← ٩

إذن ق(س) متصل عند س = ٩

٢ هـ(-١) = (-١)^{٣} + ٢(-١) + ١ = -٢

نهـــا هـ(س) = (-١)^{٣} + ٢(-١) + ١ = -٢
س ← -١

هـ(-١) = نهـــا هـ(س) = -٢
س ← -١

إذن هـ(س) متصل عند س = -١

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114478 | TRACK c7d117379b68975e

أتعلم: الاقترانات كثيرة الحدود متصلة في مجالها.

أتعلم: إذا كان ق(س) ، هـ(س) اقترانين متصلين عند س = أ فإن:

١ (ق ± هـ)(س) يكون متصلاً عند س = أ.

٢ (ق × هـ)(س) يكون متصلاً عند س = أ.

٣ $(\frac{ق}{هـ})$ (س) يكون متصلاً عند س = أ، حيث هـ (أ) ≠ ٠

مثال ٢ : إذا كان $ق(س) = \begin{cases} ٢س - ٢ & ، س \leq ٠ \\ -٢ & ، س > ٠ \end{cases}$ ، أبحثُ في اتصال الاقتران ق(س) عند س = ٠

الحل : $ق(٠) = ٢ \times ٠ - ٢ = -٢$

$\lim_{س \to ٠^+} ق(س) = -٢$

$\lim_{س \to ٠^-} ق(س) = -٢$

$\lim_{س \to ٠^+} ق(س) = \lim_{س \to ٠^-} ق(س) = -٢$

$\lim_{س \to ٠} ق(س) = -٢$

$ق(٠) = \lim_{س \to ٠} ق(س) = -٢$

إذن ق(س) متصل عند س = ٠

مثال ٣ : إذا كان $ق(س) = \begin{cases} ٣س & ، س \neq ١ \\ ٤ & ، س = ١ \end{cases}$ ، أبحثُ في اتصال الاقتران ق(س) عند س = ١ .

الحل : $ق(١) = ٤$

$\lim_{س \to ١^+} ق(س) = ٣$

$\lim_{س \to ١^-} ق(س) = ٣$

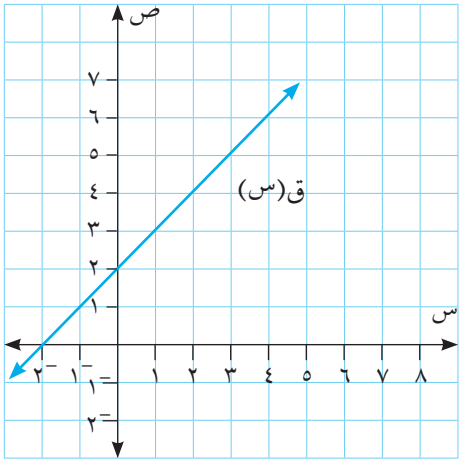
إذن $\lim_{س \to ١} ق(س) \neq ق(١)$

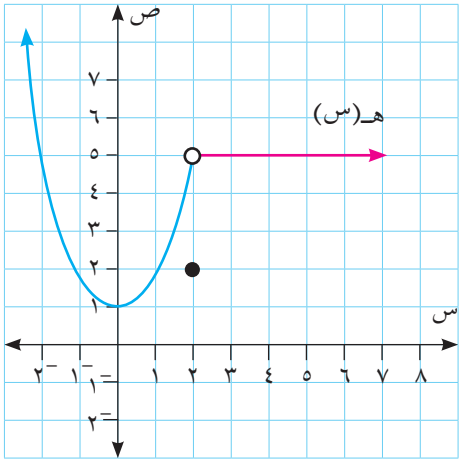
إذن ق(س) غير متصل عند س = ١

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114478 | TRACK c7d117379b68975e

تمارين ومسائل ٤-٤:

١ أَتأَمّل الاقترانين ق(س)، هـ (س) المرسومين في الشكلين الآتيين ثم أُجب عن الآتي:





أ أَبحثُ في اتصال الاقتران ق(س) عند س = صفر .

ب أَبحثُ في اتصال الاقتران هـ(س) عند س = ٢ .

٢ أَبحثُ في اتصال الاقترانات الآتية عند قيم س المشار إِليها في كل حالة:

أ ق(س) = ٣ س − ٦ عند س = ١

ب ق(س) = (س − ٣) (س + ٣) عند س = ٣

٣ إِذا كان ق(س) = $\begin{cases} ٣ - س & ، \ س > ١ \\ س^{٢} + ١ & ، \ س \leq ١ \end{cases}$ أَبحثُ في اتصال الاقتران ق(س) عند س = ١ .

مهمة تعليمية (٣)

إذا كان: ن(س) + هـ (س) = ٣ ن(س)، وكان : $\lim_{س \to ٧}$ ن(س) = ٦، وكان:

ن(س) و هـ (س) اقترانين متصلين عند س = ٧ ، أجد هـ (٧) .

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114478 | TRACK c7d117379b68975e

تمارين عامة:

١ اختر رمز الإجابة الصحيحة فيما يأتي:

١ ما قيمة $\lim_{س \to -٢}$ (٥س^{٣} + ٣س^{٢} − ٦) ؟

أ) ٣٤ ب) −٣٤ جـ) ٤٣ د) −٤٣

٢ إذا كان $\lim_{س \to ٥}$ ق(س) = ٣ ، $\lim_{س \to ٥}$ ٤ هـ(س) = ٨. ما قيمة $\lim_{س \to ٥}$ ٢ق(س) + $\lim_{س \to ٥}$ هـ^{٢}(س)؟

أ) ٧٠ ب) ١١ جـ) ٦ د) ١٠

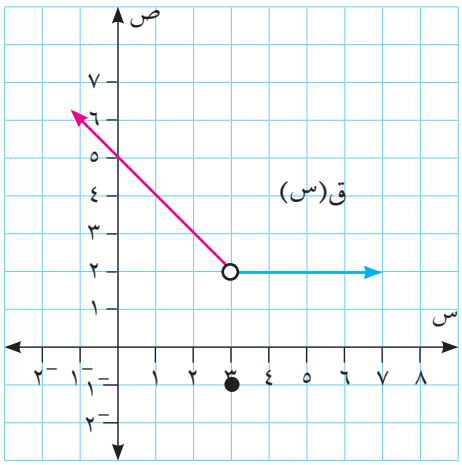
٣ إذا كان ق(س) = أ س^{٢} + س − ٢ وكان $\lim_{س \to ١}$ ق(س) = ١٠ ما قيمة الثابت أ ؟

أ) ٩ ب) −٩ جـ) −١١ د) ١١

٤ ما قيمة $\lim_{س \to ٢}$ $\frac{س - ٢}{س^{٢} - ٢س - ٣}$ ؟

أ) −١ ب) ١ جـ) صفر د) ٢

٥ في الشكل المجاور ما قيمة $\lim_{س \to ٣}$ ق(س) ؟



أ) ٢

ب) غير موجودة

جـ) صفر

د) ٣

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114478 | TRACK c7d117379b68975e

٦ إذا كان $\lim_{س \to أ}$ (٣ س − ٥) = ١ ما قيمة الثابت أ ؟

أ) ٣ ب) −٣ جـ) ٢ د) −٢

٧ إذا كان ق(س) = $\frac{٢س^{٢} - ٥}{٦س^{٤} + س + ٣}$. ما قيمة $\lim_{س \to ٠}$ ق(س)؟

أ) $\frac{١}{٣}$ ب) $\frac{-٥}{٣}$ جـ) صفر د) $\frac{-٣}{١٠}$

٨ إذا كان $\lim_{س \to ١}$ ق(س) + ١ = ١١ ، ما قيمة $\lim_{س \to ١}$ (٣س ق(س) − ٣٣) ؟

أ) −٣ ب) ٠ جـ) −٣٠ د) ١٠

٢ إذا كان $\lim_{س \to ١^{-}}$ ق(س) = $\lim_{س \to ١^{-}}$ هـ(س) ، هـ(س) = س^{٢} + ٣س، أَجِدْ ما يأتي:

أ $\lim_{س \to ١^{-}}$ ٢ ق(س) + $\lim_{س \to ١^{-}}$ هـ(س)

ب $\lim_{س \to ١^{-}} \frac{ق(س)}{هـ^{٢}(س) + ٦س}$

٣ أَجِدْ النهايات الآتية:

أ $\lim_{س \to ٤^{-}}$ ٤س^{٢} + ٣س − ٥

ب $\lim_{س \to ٣} \frac{٣س^{٢} - ٢س - ٣}{س^{٢} + ٧س + ١٢}$

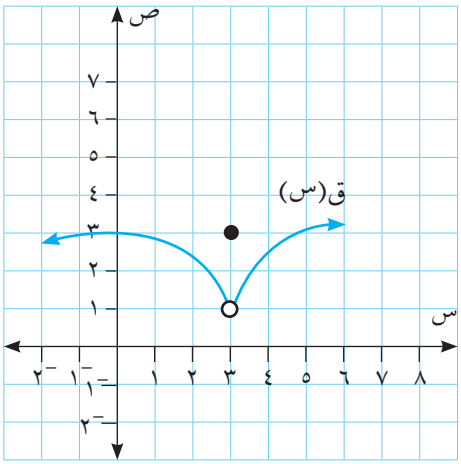
جـ $\lim_{س \to ٢} \frac{س^{٣} - ٨}{س^{٢} - ٤}$

د $\lim_{س \to ٢٥} \frac{\sqrt{٧ س} - ٥}{س - ٢٥}$

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114478 | TRACK c7d117379b68975e

٤ إذا كان $\lim_{س \to ٢} \frac{٥أ س^{٢} - ٨}{س^{٢} + س + ٢} = ١٠$ ، فما قيمة/ قيم الثابت أ .

٥ أَتأَمّل الشكل المجاور ثم أَجِدْ ما يأتي:



أ $\lim_{س \to ٣^{+}}$ ق(س)

ب $\lim_{س \to ٣^{-}}$ ق(س)

جـ $\lim_{س \to ٣}$ ق(س)

د ق(٣)

هـ $\lim_{س \to ٠}$ ق(س)

و ق(٠)

٦ أَبحثُ اتصال الاقتران ق(س) = $\begin{cases} ٧ - س & ، \ س > ٢ \\ س^{٣} - ٣ & ، \ س \leq ٢ \end{cases}$ ، عند س = ٢

أقيّم ذاتي

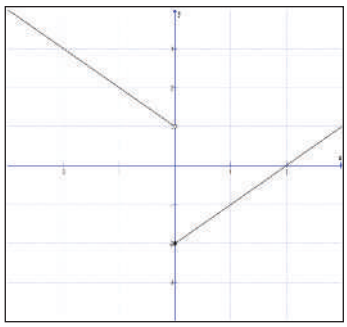
أعبر بلغتي عن المفاهيم الاكثر متعة والمفاهيم التي واجهت بها صعوبات في هذه الوحدة بما لا يزيد عن أربعة أسطر.

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114478 | TRACK c7d117379b68975e

نموذج اختبار نهاية الفترة الرابعة

السؤال الأول: أضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة في ما يأتي:

١- اعتماداً على الشكل المجاور، ما قيمة: $\lim_{س \to ٠} ن(س)$؟



أ) -٢ ب) -١

جـ) ١ د) غير موجودة.

٢- ما قيمة $\lim_{س \to -١} (س^{٢} - ٢س + ٣)$

أ) ٦ ب) ٥ جـ) ٠ د) -٢

٣- إذا كانت $\lim_{س \to ٢} \frac{أ س^{٢} - ٤أ}{س - ٢} = ٦$ ، فما قيمة الثابت أ؟

أ) $-\frac{١}{٥}$ ب) $\frac{١}{٥}$ جـ) ٠ د) $\frac{٢}{٣}$

٤- إذا كانت $\lim_{س \to ٢} (٣ن(س) + ٥س) = ٢٢$ ، فما قيمة: $\lim_{س \to ٢} ن^{٢}(س)$ ؟

أ) ٤ ب) ٢ جـ) ١٦ د) $\frac{١}{١٦}$

٥- ما قيمة الثابت أ التي تجعل $\lim_{س \to ١} ن(س)$ موجودة، حيث: $ن(س) = \begin{cases} س^{٢} + أ ، & س \leq ١ \\ ٥س ، & س > ١ \end{cases}$ ؟

أ) ٤ ب) -٤ جـ) ١ د) -١

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114478 | TRACK c7d117379b68975e

السؤال الثاني:

أحسبُ النهايات الآتية :

أ- $\lim_{س \to ٢} \frac{٢س^{٣} - ١٦}{س+٢}$ ، $س \neq -٢$

ب- $\lim_{س \to ٣} \left(\frac{س}{س^{٢} - ٣س} - \frac{٣}{س^{٢} - ٣س} \right)$ ، $س \neq ٠ ، ٣$

السؤال الثالث:

إذا كان $\lim_{س \to ١}$ ق(س) = −٣، $\lim_{س \to ١}$ هـ(س) = ٢ . أَجدُ قيمة كل من النهايات الآتية:

أ- $\lim_{س \to ١} (س^{٢}$ ق(س) − ٥ هـ(س))

ب- $\lim_{س \to ١} \left(\frac{٧ + ق^{٢}(س) - هـ(س)}{س^{٢} - ٣س} \right)$ ، $س \neq ٠ ، ٣$

السؤال الرابع:

أ) إذا كان ن(س) = $\begin{cases} س^{٢} + ١ ، & س \leq ٢ \\ ٣س - ١ ، & س > ٢ \end{cases}$ ، أبحثُ في اتصال الاقتران: ن(س) عند س =٢.

ب) اذا كانت: ن(س) = $\begin{cases} ٨ + أ^{٢}س ، & س \neq ٢ \\ أ^{٢} ، & س = ٢ \end{cases}$ ، أجد قيمة الثابت أ إذا كان الاقتران متصلاً عند س = ٢.

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114478 | TRACK c7d117379b68975e