دولة فلسطين
وزارة التربية والتعليم
المركز الوطني للامتحانات والقياس والتقويم التربوي
الإدارة العامة للامتحانات العامة
الفرع العلمي
المبحث: الرياضيات
الورقة --
الجلسة --

بسم الله الرحمن الرحيم

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة
الدورة الاستكمالية - لعام ٢٠٢٣م

State Of Palestine
Ministry of Education
N. C. for Exam. Assess & Edu. Evaluation
D. G. of General Examinations

اليوم: السبت
التاريخ: ٠٩/ ١٢ /٢٠٢٣م
مدة الامتحان: ثلاثة ساعات
مجموع العلامات (١٠٠) علامة

ملاحظة: عدد أسئلة الورقة (سبعة) أسئلة، أجب عن (خمسة) منها فقط، على أن يكون السؤال الأول إجبارياً.

السؤال الأول: (٤٠ علامة)

يتكون هذا السؤال من (١٠) فقرات من نوع اختيار من متعدد، من أربعة بدائل، اختر البديل الصحيح، ثم انقله إلى دفتر الإجابة:

١) ما قيمة جـ التي تعينها نظرية القيمة المتوسطة للاقتران ن(س) = س^{٣} − ٥س ، في الفترة [٠ ، ٤]؟

٢ ، ٣ ، ٨

٢) إذا كان ن(س) = $\sqrt{٤ - س^{٢}}$ ، س ∈ [−١ ، ٢] ، فما قيمة س التي يكون للاقتران ن(س) عندها قيمة عظمى مطلقة؟

−١ ، صفر ، ١ ، ٢

٣) إذا كان ن(س) = س^{٤} + ١ س^{٣} − ٢ ، وكان ن$^{(٢)}$(١) = ١٢ ، فما قيمة الثابت أ؟

−٢ ، ٢ ، ٤

٤) إذا علمت أن ص = هـ^{س} − لـو س ، س > ٠ ، ما ميل المماس عندما س = ١؟

(هـ) ، (هـ − ١) ، (صفر) ، ١

٥) إذا كان ص = ن^{٢} + ٥ ن ، وكان $\left|\frac{د ن}{د س}\right|_{س=١}$ = ٢ ، فما قيمة $\left|\frac{د ص}{د س}\right|_{س=١}$؟

١٢ ، ١٤ ، −١٢ ، −١٤

٦) إذا كانت ا = $\begin{bmatrix} ٢ & -١ \\ س & ٣ \end{bmatrix}$ بحيث |ا| = ١٨ ، فما قيمة س ؟

٤ ، −٤ ، ١٢ ، صفر

٧) إذا كانت ب = $\begin{bmatrix} ٣ & ٥ \\ ١ & ٢ \end{bmatrix}$ ، فما قيمة ب^{٢٠٢٣}؟

٣ ، −٣ ، ٢ ، −٢

الملتقى التربوي
https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114685 | TRACK ffaf9ff7f94282cd

٨) إذا كان ق(س) إقتراناً أصلياً للاقتران ن(س) المتصل على مجاله، حيث ق(س) = $\frac{٢}{٣}$ س + أس + ٥ ، وكان ق(١) = ٣، فما قيمة الثابت أ؟

- $\frac{-٣}{٢}$
- -١
- $\frac{١}{٢}$
- ٣

٩) إذا كان $\int_{-٢}^{٣} (ن(س) + ٥) د س = ٧$ ، فما قيمة $\int_{-٢}^{٣} ن(س) د س$ ؟

- -٨
- -٢٢
- $\frac{٨}{٣}$
- ٢٢

١٠) ما قيمة $\int_{-١}^{٢} |س - ٣| د س$ ؟

- $\frac{١٣}{٢}$
- $\frac{١٥}{٢}$
- ١٣
- ١٥

السؤال الثاني: (٤٠ علامة)

أ) استخدم طريقة كريمر لحل نظام المعادلات الآتي: (١٣ علامة)

$$٧س + ٤ص = ٨$$
$$-٥س + ص = ٢$$

ب) إذا كان ن(س) = $\begin{cases} ٣س^{٢} + ١ & ، ١ > س \geq ٠ \\ ٦س - ٢ & ، ٣ \geq س \geq ١ \end{cases}$ جد الاقتران المكامل ن(س)؟ (١٣ علامة)

ج) إذا كان ن(س) = أس + ب ، أ، ب ∈ ح ، بحيث ن(٣) = ٢ن(١) وكان متوسط تغير الاقتران ن(س) في الفترة [١، ٣] يساوي ٤، جد قيمة كل من الثابتين أ، ب (١٤ علامة)

السؤال الثالث: (٤٠ علامة)

أ) جد $\int$ جا $\sqrt{٥س + ١}$ د س؟ (١٤ علامة)

ب) بين ان الاقتران ن(س) = |س^{٣} + س| يحقق شروط نظرية رول على الفترة [-١، ٠] ثم جد قيم/ة جـ التي تعينها النظرية. (١٤ علامة)

ج) إذا كان ق(س) = س^{٤} - ٣س^{٣} - ٩س^{٢} + ١٧، س ∈ [-١، ٥] جد القيم القصوى المطلقة للاقتران ن(س) (١٢ علامة)

السؤال الرابع: (٤٠ علامة)

أ) ق(س) = هـ$^{ن(س)}$ + $\frac{س^{٢} + ن(س)}{ع(س)}$ وكان ن(١) = ٣ ، ن'(١) = ٥ ، ع(١) = ٦ ، ع'(١) = ٢ ،

ع$^{-١}$(١) = -٣ فما قيمة ق'(١) ؟ (٢٠ علامة)

ب) ما مساحة أكبر مستطيل يمكن احاطته بسياج طوله ١٦ م؟ (٢٠ علامة)

الملتقى التربوي
https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114685 | TRACK ffaf9ff7f94282cd

السؤال الخامس: (٤٠ علامة)

أ) إذا كان عدد عناصر التجزئة المنتظمة σ للفترة $[أ،ب]$ هو (١٣) وكانت الفترة الجزئية السادسة $\left[\frac{٢٠١٧}{٢}، \frac{٢٠١٧}{٢}\right]$ جد كلا من الثابتين أ،ب؟ (٢٠ علامة)

ب) من نقطة على سطح الأرض قذف جسم رأسيا الى اعلى، فإذا كان ارتفاعه بالأمتار بعد ن من الثواني يعطى بالعلاقة ف = ٠,٦ن − ٠,١ن² فجد: (٢٠ علامة)

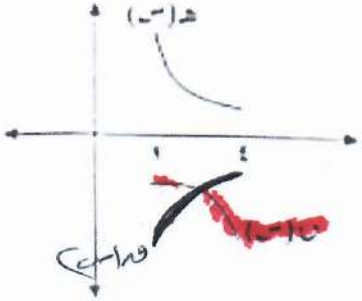
١. اقصى ارتفاع يصل اليه الجسم

٢. سرعة الجسم وهو نازل عندما يكون على ارتفاع ٥٠ م

السؤال السادس: (٤٠ علامة)

أ) إذا كان ك(س) إقترانا أصلياً للاقتران ن(س)، وكان منحنى ك(س)، (بحيث ك(س) > صفر) يمر بالنقطة (٠،هـ) بحيث س ن(س) = ٢س ك(س) − ن(س) أبين أن ك(٤) − ك(٣) = ٧هـ (٢٠ علامة)

ب) الشكل أدناه يمثل منحنيي الاقترانين ن(س)، هـ(س) في الفترة $[٤،١]$، إذا كان ك(س) = هـ(س) ن(س)، بين أن ك(س) مقعر للأسفل في $]٤،١[$. (٢٠ علامة)



السؤال السابع: (٤٠ علامة)

أ) عند تعويض حاس = س في $\int \frac{س^{٢}}{\sqrt{١ - س^{٢}}}$ دس، بين أن قيمة التكامل هي $\frac{\pi}{٦} + \int$ حتا² س دس؟ (٢٠ علامة)

ب) اذا كانت $\lim_{س \to ٠} \frac{هـ^{أس} - ١}{حاس} = ك$، وكانت $\lim_{س \to ٠} \frac{ن(٣س - ٥) + ٢}{٣حتا\left(\frac{\pi}{٢} س\right)} = ل$، جد قيمة ك×ل علما بأن ن(−٢) = −٢، ن'(−٢) = −٩. (٢٠ علامة)

انتهت الأسئلة

الملتقى التربوي
https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114685 | TRACK ffaf9ff7f94282cd

إجابة الفاصل الدورة الشكلية ٢٠١٧

(١) ∵ م(١) = ٠ ⇒ ص = ٠ + ٤ = ٤

ج = ٤

(٢) م'(س) = ٣س² − ١٢ ⇒ م'(١) = ٣ − ١٢ = −٩

م(١) = ١ − ١٢ + ٤ = −٧

م(٠) = ٤ ⇒ ك = ٠

م(٢) = ٨ − ٢٤ + ٤ = −١٢

(٣) م'(س) = ٤س³ − ٣ب س² + ٤

م''(س) = ١٢س² − ٦ب س

م'''(س) = ٢٤س − ٦ب

م'''(١) = ٢٤ − ٦ب = ١٢ ⇒ ٦ب = ١٢ ⇒ ب = ٢

(٤) ص = ك − لو س ⇒ د ص / د س = ك − ١/س

د ص / د س |_{س=١} = ك − ١ = ٠ ⇒ ك = ١

(٥) ص = ن² + ٥ن ، د ن / د ن = ٢ ⇒ د ص / د ن = ٢ د ن / د ن × د ص / د ن

= ٢ × (٢ن + ٥)

عند ن = ١ ⇒ د ص / د ن = ٢ × (٢ + ٥) = ١٤

(٦) |أ| = ٣ب + ٦ = ١٨ ⇒ ٣ب = ١٨ − ٦ = ١٢ ⇒ ب = ٤

|أ| = ٦ + ٦ = ١٢ ⇒ ٦ + ٦ك = ٠ ⇒ ك = −١

(٧) |أ| = ٦ − ٥ = ١ ⇒ أ^{−١} = [٣ ٢ ; −١ −٥]

(٣) = ١/١٢ [٣ ٢ ; −١ −٥]

المزيد على موقع الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114685 | TRACK ffaf9ff7f94282cd
الملتقى التربوي

$$P + \delta - \varepsilon = (\omega)'P = (\omega)'M \quad (8)$$

$$P = 1 \leftarrow P + \varepsilon = \omega \leftarrow \omega = (1)M$$

$$\int_{-1}^{\varepsilon} (M(\omega+1) + 5)\omega\delta = 7 \Leftarrow \int_{-1}^{\varepsilon} \omega\delta(\omega)M = 7 \quad (9)$$

$$\therefore \int_{-1}^{2} M(\omega)\omega = 7 - 15 = -8$$

$$\Leftarrow \int_{c}^{-1} M(\omega)\omega\delta = (8)$$

$$\int_{2}^{\varepsilon} |\omega - 3|\omega\delta = \int_{-1}^{\varepsilon} \omega\delta(\omega + 3) \quad (10)$$

$$\frac{\omega+2\delta \quad 2-\omega}{2}$$

$$= \frac{-\varepsilon}{c} + 2\omega|_{-1}^{\varepsilon} = \left(\frac{-\varepsilon}{c} + 6\right) - \left(\frac{-1}{c} - 3\right) = \frac{7}{c} + \varepsilon = \frac{10}{c}$$

المزيد على موقع الملتقى التربوي

الملتقى التربوي

. https://www.wepal.net

www.wepal.net | RESOURCE #114685 | TRACK ffaf9ff7f94282cd

س ٤

(أ) ∵ $ق(س) = أس + ب$ ، $ق(٢) = ٢ق(١)$

$ق'(س) = أ$ ، $أ = \frac{\Delta ق}{\Delta س} = \frac{ق(٣) - ق(١)}{٣ - ١} = ٤$

$ق(٢) = ٢ق(١) \Leftarrow ٨ = ٢ق(١) - ق(١)$ ⟸ $ق(١) = ٨$

∴ $ق(٢) = ١٦$

$ق(١) = ٢أ + ب \Leftarrow ٨ = ٢ + ب$ ——— (١)

$ق(٢) = ٤أ + ب \Leftarrow ١٦ = ٤ + ب$ ——— (٢)

(٢) − (١) ⟸ $٨ = ٢أ$ ⟸ $أ = ٤$

(١) ⟸ $٨ = ٤ + ب$ ⟸ $ب = ٤$

أو عالم متوسط التغير $= ٤$ ⟸ $أ = ٤$

لنفرض أن $ق(س) = س^{ن} + ب$

$ق'(س) = ن س^{ن-١}$

$ق(٣) = ٢ق(١)$

$٩^{ن} + ب = ٢(١^{ن} + ب) \Leftarrow ٩^{ن} + ب = ٢ + ٢ب$

$٩^{ن} - ٢^{ن} = ب$

$ن = ٤$

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114685 | TRACK ffaf9ff7f94282cd

س٣ ⓐ $\int_{\pi/4}^{\pi/2} \sqrt{1+\cos 2x}\, dx$

$= \int_{\pi/4}^{\pi/2} \sqrt{2\cos^2 x}\, dx$

$= \int_{\pi/4}^{\pi/2} \sqrt{2}\cos x\, dx$

$= \sqrt{2}\,[\sin x]_{\pi/4}^{\pi/2}$

$= \sqrt{2}\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \sqrt{2} - 1$

$1+\cos 2x = 2\cos^2 x$

$2x = \theta$

$dx = \frac{1}{2}\, d\theta$

$x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{2}$

$x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \theta = \pi$

ⓑ $f(x) = x^3 + 3x + 1$ على $[-1, 0]$

f متصلة على $[-1, 0]$

$f'(x) = 3x^2 + 3 = 3(x^2+1) > 0$

f متزايدة على $[-1, 0]$

$f(-1) = -1 - 3 + 1 = -3$

$f(0) = 1$

$\therefore f([-1, 0]) = [-3, 1]$

① f متصلة على $[-1, 0]$

② $f'(x) = 3x^2 + 3 > 0$ لكل $x \in (-1, 0)$

③ $f(-1) = -3 \neq 0$

$f(0) = 1 \neq 0$

$\therefore$ المعادلة $x^3 + 3x + 1 = 0$ لها جذر وحيد في $(-1, 0)$

حيث $f(c) = 0$

$c^3 + 3c + 1 = 0$

$c^3 = -3c - 1$

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114685 | TRACK ffaf9ff7f94282cd

س٢ ج) $ق(س) = س^3 - 3س^2 - 9س + 17$ مقعر لأسفل حدد

$ق'(س) = 3س^2 - 6س - 9$

$3(س^2 - 2س - 3) = 0$

$3(س - 3)(س + 1) = 0 \Rightarrow س = 3 \notin]-1, 5[$

$س = -1 \notin]-1, 5[$

$ق'' = 6س - 6$ عند $س = -1$

$= -12$

∴ قيم س الحرجة $-1, 3, 5$

$ق(-1) = (-1)^3 - 3(-1)^2 - 9(-1) + 17$

$= -1 - 3 + 9 + 17 = 22$ عظمى مطلقة

$ق(3) = 27 - 27 - 27 + 17 = -10$ صغرى مطلقة

$ق(5) = 125 - 75 - 45 + 17 = 22$ عظمى مطلقة

س٤ ج) $ص = \frac{ع(س)}{ك + ق(س)}$

$ص' = \frac{ع'(س)(ك + ق(س)) - ع(س)(ق'(س))}{(ك + ق(س))^2}$

$ص'(1) = \frac{ع'(1)(ك + ق(1)) - ع(1)(ق'(1))}{(ك + ق(1))^2}$

$= \frac{2(ك + 5) - 3(1 + 3)}{ك^2}$

$= \frac{2ك + 10 - 12}{ك^2}$

$= \frac{2ك - 2}{ك^2}$

$= 2ك^{-1} - 2ك^{-2}$

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114685 | TRACK ffaf9ff7f94282cd

س ٤ (ب) طول السياج = ١٦ الطول = س
١٦ = ٢ص + ٢س العرض = ص
٨ = ص + س
ص = ٨ − س
م المستطيل = س × ص
= س (٨ − س)
م = ٨س − س٢ ⇐ م′(س) = ٨ − ٢س
٨ − ٢س = ٠ ⇐ س = ٤
م″(س) = −٢ ⇐ م″(٤) = −٢ < ٠
∴ عند س = ٤ تمثل عظمى مطلقة لأن وحيده
ص = ٤
م المستطيل = ٤ × ٤ = ١٦ م٢

المزيد على موقع الملتقى التربوي

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114685 | TRACK ffaf9ff7f94282cd

س ④ عدد حدود المتتابعة $ن + ١ = ١٣ \leftarrow ن = ١٢$

$[س_{٥} ، س_{٩}] = [ح_{٢١} ، ح_{٤}] \leftarrow س_{٥} = ح_{٢١} ، س_{٩} = ح_{٤}$

طول الفترة الجزئية $= \frac{ب - أ}{ن} = \frac{٢١ - ٤}{٣}$

$س_{٥} = ٢ + ٥د \leftarrow ٢١ = ٢ + ٥د \leftarrow ٥ \times ٣ + ٢ = ٢١ \leftarrow د = ٣$

$\therefore ٢ = ح_{٤} = ①$ ← $أ = ١$

$د = \frac{ب - أ}{ن} \Leftarrow \frac{٣}{٤} = \frac{ب - ١}{١٢} \Leftarrow ٣٦ = ب - ١ \Leftarrow ب = ٣٧$

$ن = ١٩$

⑤ $ف = ١٠ن^{٢} - ٦٠ن$

① $ع = ٢٠ن - ٦٠$

$٢٠ن - ٦٠ = ٠$ ← $ن = ٣$

$ف(٣) = ١٠ (٣)^{٢} - ٦٠ (٣)$

$= ٩٠ - ١٨٠ = -٩٠$

② $ف = ٠ \leftarrow ١٠ن^{٢} - ٦٠ن = ٠$

$١٠ن (ن - ٦) = ٠$

$ن = ٠ + ٦ = ٦$

$ن = ٦ / ٢ = ٣$ ← $(ن - ١)(ن - ٥) = ٠$

الحد الذي يكون عنده $ن = ٥$ هابط (نازل)

$ع = ٢٠ن - ٦٠$

$ع_{(٥)} = ٢٠ (٥) - ٦٠$

$= ١٠٠ - ٦٠$

$= ٤٠ م / ث$

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114685 | TRACK ffaf9ff7f94282cd

س٦ : (أ) س ع هـ(س) = ٢√ع م(س) - هـ(س)

س ع هـ(س) + هـ(س) = ٢√ع م(س)

هـ(س) (س ع + ١) = ٢√ع م(س)

بتكامل الطرفين $\quad \frac{هـ(س)}{م(س)} = \frac{٢√ع}{س ع + ١}$

$\int \frac{هـ(س)}{م(س)} \, دس = \int \frac{٢√ع}{س ع + ١} \, دس$

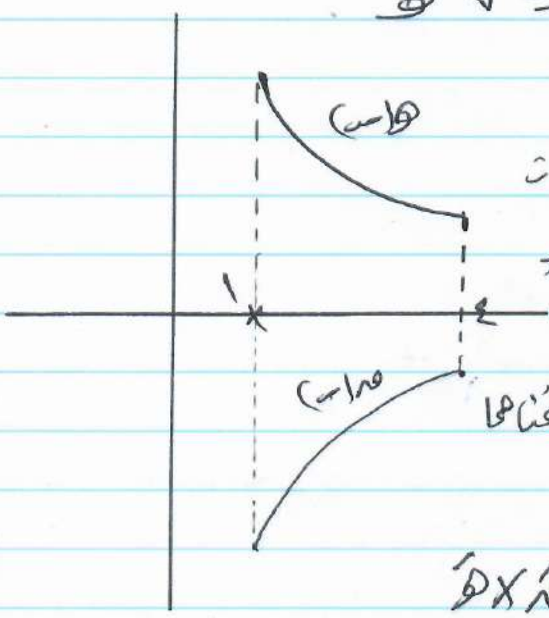
لو‍هـ م(س) = لو‍هـ (س ع + ١) + جـ ، بالتعويض س = ٠

لو‍هـ م(٠) = لو‍هـ ١ + جـ ⟸ لو‍هـ هـ = لو‍هـ ١ + جـ ⟸ جـ = ١

⟸ لو‍هـ م(س) = لو‍هـ (س ع + ١) + ١ ⟸ لو‍هـ م(س) = لو‍هـ (س ع + ١) + لو‍هـ هـ

لو‍هـ (س ع + ١) هـ = لو‍هـ م(س) ⟸ م(س) = هـ (س ع + ١)

م(٤) - م(٣) = هـ (١٧) - هـ (١٠) = ٧ هـ



(ب) من الرسم نلاحظ أن

هـ(س) > ٠ ، فوق محور السينات | م(س) < ٠ ، تحت محور السينات

هـ'(س) < ٠ ، هـ متناقص | م'(س) > ٠ ، م متزايد

هـ'' > ٠ ، هـ مقعر للأعلى | م'' < ٠ ، م مقعر للأسفل

ك(س) متصل قابل للاشتقاق لأنه ضرب اقترانين متصلين مشتقين

ك'(س) = م × هـ' + هـ × م'

ك''(س) = م × هـ'' + هـ' × م' + هـ × م'' + م' × هـ'

= ⊖ × ⊕ + ⊖ × ⊕ + ⊕ × ⊖ + ⊕ × ⊖

= ⊖ + ⊖ + ⊖ + ⊖ = ⊖

ك''(س) < ٠ ⟸ منحنى ك(س) مقعر للأسفل [١، ٤]

الملتقى التربوي

. https://www.wepal.net

www.wepal.net | RESOURCE #114685 | TRACK ffaf9ff7f94282cd

س٧ (ج) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{س}{\sqrt{1-س^2}}\,د س$

$س = جا ص$ | $ص = 0 \Leftarrow س = 0$
$د س = جتا ص\, د ص$ | $ص = \frac{\pi}{4} \Leftarrow س = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$= \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{جا ص}{\sqrt{1-جا^2 ص}} \times جتا ص\, د ص$

$= \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{جا ص}{\sqrt{جتا^2 ص}} \times جتا ص\, د ص$

$= \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{جا ص}{جتا ص} \times جتا ص\, د ص$

$= \int_0^{\frac{\pi}{4}} جا ص\, د ص = -جتا ص \Big]_0^{\frac{\pi}{4}}$

$= -\frac{1}{\sqrt{2}} + 1$

(ب) $ظا هـ = \frac{-1}{حا هـ} = ك$ ، ضد لوبيتال $\Leftarrow$ $\lim_{هـ \to 0} \frac{ظا هـ + ك هـ}{هـ^3} = ك$

$\Leftarrow \frac{ك هـ}{1} = ك \Leftarrow$ **ك = ٤**

$\lim_{هـ \to 0} \frac{ظا(\frac{\pi}{4}+هـ) - ظا(\frac{\pi}{4}-هـ) + ج}{هـ^3} = ل \Leftarrow$ ضد لوبيتال تكون لها؟

$= \lim_{هـ \to 0} \frac{ظا^2(\frac{\pi}{4}+هـ) - ظا^2(\frac{\pi}{4}-هـ)}{3هـ^2} = \frac{-ظا(-هـ)}{حا\frac{\pi}{4}} \times \frac{\sqrt{2}}{3}$

$ل = -(-1) \times \frac{\sqrt{2}}{3}$

$ل = \frac{\sqrt{18}}{3}$

$\therefore ك ل = 4 \times \frac{\sqrt{18}}{3} = \frac{24\sqrt{2}}{3}$

الملتقى التربوي
. https://www.wepal.net
www.wepal.net | RESOURCE #114685 | TRACK ffaf9ff7f94282cd