اختبار مبحث الرياضيات للثانوية العامة ـ الدورة الاستثنائية ـ جيل ٢٠٠٦ .

السؤال الأول : إذا كان ن(س) اقتران كثير حدود من الدرجة الرابعة معرفاً على الفترة [أ، ب[ما أكبر عدد ممكن من النقاط الحرجة للاقتران ن(س) .

أ) ١	ب) ٢	ج) ٣	**د) ٤**

∵ ن(س) من الدرجة الرابعة ← ∴ ن´(س) من الدرجة الثالثة

ن´(س) = ٠ ← " يوجد ٣ حلول كحد أكبر" ، ن´(س) = غير موجودة عند أطراف الفترات و نأخذ (أ) فقط لأنها هي المغلقة

بالتالي عدد النقاط هو (٣ من ن´(س) = ٠ + ١ من ن´(س) = غير موجودة = ٤ نقاط)

- ملاحظة : أقل عدد من النقاط الحرجة للاقتران ن(س) هي نقطتان .

السؤال الثاني : يتحرك جسم على خط مستقيم حسب العلاقة ف(ن) = ن^{٢} − ٦ن حيث ف الإزاحة بالأمتار و (ن) الزمن بالثواني ما قيمة ن عندما تتساوى سرعة الجسم مع تسارعه .

أ) صفر	ب) ٢	ج) ٣	**د) ٤**

ع(ن) = ف´(ن) = ٢ن − ٦ ، ت(ن) = ع´(ن) = ٢ || **السرعة = التسارع** ٢ن − ٦ = ٢ ← ن = ٤

السؤال الثالث : إذا كان ن(س) = أس^{٢} وكان مقدار التغير في الاقتران ن(س) في الفترة [−٢، ٤] = ٢٤ ما قيمة الثابت أ ؟

أ) ١	**ب) ٢**	ج) ١٢	د) ٦

مقدار التغير = Δن(س) = ن(٤) − ن(−٢) = ٢٤ ← ٦ أ − ٤ أ = ٢٤ ← ٢ أ = ٢٤ ← أ = ٢

السؤال الرابع : إذا كان ق كثير حدود حيث ن(س) = ن´(س) × ن´(س) ما قيمة درجة ق(س) ؟

أ) ١	ب) ٢	**ج) ٣**	د) ٤

نفرض أن درجة ق(س) هي (ن) ومنها ستكون درجة ن´(س) = ن − ١ ، ودرجة ن´(س) = ن − ٢

درجة الاقتران الأصلي = مجموع درجات المشتقة ← ن = ن − ١ + ن − ٢ ← ن = ٢ن − ٣ ← ن = ٣

السؤال الخامس : إذا كان ص = (٣س − ١)^{٢} جد قيمة $\frac{ص}{س}|_{س=-٢}$ ؟

أ) ٧−	ب) ٣٥−	**ج) ٤٢−**	د) ٣٠

ص´ = ٢(٣س − ١) × ٣ = ٦(٣س − ١) ← $\frac{ص}{س}|_{س=-٢}$ = ٦((٣(−٢) − ١)) = −٤٢

السؤال السادس : إذا كان ن(س) = $\frac{(س^{٢}-١)^{٢}}{(س+١)^{٢}}$ ، س ≠ −١ ما قيمة ن´(١) ؟

أ) صفر	ب) ٢	ج) ٤	د) ٢−

ن(س) = $\frac{(س^{٢}-١)^{٢}}{(س+١)^{٢}} = \frac{((س-١)(س+١))^{٢}}{(س+١)^{٢}} = \frac{(س-١)^{٢}(س+١)^{٢}}{(س+١)^{٢}} = (س-١)^{٢}$

ن´(س) = ٢(س − ١) × ١ ← ن´(١) = ٢(١ − ١) × ١ = ٠

السؤال السابع : إذا كان ن(س) = ٢س^{٢} × هـ(س)، هـ(٢) = ٢، هـ´(٢) = ١ ، ما قيمة ن´(٢) ؟

أ) ٢٤	ب) ١٨	ج) ٦	د) ١٢

ن´(س) = ٤سهـ(س) + ٢س^{٢} هـ´(س) ← ن´(٢) = ٤(٢)هـ(٢) + ٢(٢)^{٢} هـ´(٢) = ٨(٢) + ٨ = ٢٤

https://www.wepal.net
الملتقى التربوي
www.wepal.net | RESOURCE #114994 | TRACK 30bd43707d893b2a

السؤال الثامن : إذا كان $ن(س) = لو_{هـ}(هـ^{س}+1) - لو_{هـ} هـ^{س}$ **ما قيمة** $ن'(0)$ ؟

أ) ٠,٥	ب) -١	ج) ١	د) -٠,٥

$ن(س) = س - لو_{هـ}(هـ^{س}+1) \leftarrow ن'(س) = 1 - \frac{هـ^{س}}{هـ^{س}+1} \leftarrow ن'(0) = 1 - \frac{هـ^{0}}{هـ^{0}+1} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

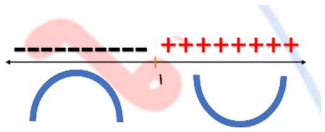
السؤال التاسع : إذا كان للاقتران $ن(س) = أ س^{3} - س^{2}$ ، $س \in ح$ **قيمة عظمى محلية عند س = -٢ ، ما هو مجال التقعر للأسفل للاقتران ؟**

أ) $]-\infty ، 1[$	ب) $]0 ، 2[$	ج) $]1 ، \infty[$	د) $]2 ، \infty-[$

∵ **للاقتران ق(س) قيمة عظمى عند س = ٢** ∴ $ن'(2) = 0 \leftarrow ن'(س) = 3أ س^{2} - 2س$

$\leftarrow ن'(2) = 3أ(2)^{2} - 2(2) = 0 \leftarrow 12أ - 4 = 0 \leftarrow أ = \frac{1}{3}$ ، **لحساب مجال التقعر نحسب المشتقة الثانية ل ق(س)**

$ق''(س) = 6أ س - 2 = 2س - 2 \quad ق''(س) = 0 \leftarrow 2س - 2 = 0 \leftarrow س = 1$



ق(س) : مقعر لأسفل في الفترة $]-\infty ، 1[$ **ومقعر لأعلى في الفترة** $]1 ، \infty[$

السؤال العاشر : ما قيمة $\lim_{س \to 1} \frac{س^{2} \times \sqrt{3 + س^{2}} - 2}{س - 1}$ ؟

أ) ٣	ب) ٤,٥	ج) ٢	د) صفر

- **بالتعويض المباشر** $= \frac{0}{0} \leftarrow \lim_{س \to 1} \frac{س^{2} \times \sqrt{3 + س^{2}} - 2}{س - 1} = \lim_{س \to 1} \frac{(2س) \times \sqrt{3 + س^{2}} + (س^{2}) \times \frac{2س}{2\sqrt{3 + س^{2}}} - 0}{1}$

- $\lim_{س \to 1} \frac{(2س) \times \sqrt{3 + س^{2}} + (س^{2}) \times \frac{2س}{2\sqrt{3 + س^{2}}}}{1} = \frac{2\sqrt{3+1} + \frac{2}{2\sqrt{3+1}}}{1} = \frac{4 + \frac{1}{2}}{1} = \frac{9}{2} = 4.5$

السؤال الحادي عشر : إذا كان $ق(س) = هـ^{أس}$ ، $ن^{(3)}(0) = 27$ ، **ما قيمة الثابت أ ؟**

أ) ١	ب) ٣	ج) ٢	د) صفر

" **بأخذ اللوغاريتم للطرفين** " $لو_{هـ} ن(س) = لو_{هـ} هـ^{أس} \leftarrow لو_{هـ} ن(س) = أس$ " **نشتق الطرفين .**

$\frac{ن'(س)}{ن(س)} = أ \leftarrow ن'(س) = أ ن(س)$ ** $ن''(س) = أ ن'(س) \| ن'''(س) = أ ن''(س)$ بالتعويض عن قيمة ق(س)

$ن'''(س) = أ^{2} ن'(س) \leftarrow ن'''(س) = أ^{3} ن(س) = أ^{3} هـ^{أس}$

∵ $ن'''(0) = 27$ ∴ $أ^{3} هـ^{أ(0)} = 27 \leftarrow أ^{3} = 27 \leftarrow أ = 3$

السؤال الثاني عشر : إذا كان $ن(س) = \frac{1}{س^{2}+1}$ ، $هـ(س) = ظاس$ ، $(ن ○ هـ)'(س) =$

أ) جا٢س	ب) -جا٢س	ج) جتا٢س	د) -جتا٢س

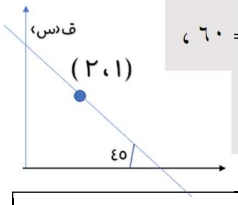
$(ن ○ هـ)'(س) = ن'(هـ(س)) هـ'(س) \quad \leftarrow ن'(س) = \frac{-2س \times 1}{(س^{2}+1)^{2}} \| هـ'(س) = قا^{2} س$

$(ن ○ هـ)'(س) = ن'(هـ(س)) هـ'(س) = ن'(ظاس) قا^{2} س = \frac{-2ظاس}{(ظا^{2} س + 1)^{2}} \times قا^{2} س = \frac{-2ظاس}{(قا^{2} س)^{2}} \times قا^{2} س = \frac{-2ظاس}{(قا^{2} س)}$

$ظاس = \frac{جاس}{جتاس}$ ، $\frac{1}{قا^{2} س} \| \leftarrow \frac{-2ظاس}{(قا^{2} س)} = -2 \frac{جاس}{جتاس} \times جتا^{2} س = -2جاس جتاس = -جا2س$

https://www.wepal.net
الملتقى التربوي
www.wepal.net | RESOURCE #114994 | TRACK 30bd43707d893b2a

السؤال الثالث عشر : معتمداً على الشكل ، إذا ق(س) ، هـ(س) اقترانين قابلين للاشتقاق حيث ق(س) × هـ(س) = ٦٠ ، ما قيمة هـً(١)



أ) ١٠	ب) ١٢	ج) ١٥	د) -١٥

- **من الشكل الذي يمثل ق(س)** ، ق(١) = ٢ ، قً(١) = ظا(١٨٠ - ٤٥) = - ١

- هـً(س) = $\frac{٦٠}{ن(س)}$ ← هـً(س) = $\frac{-٦٠ نً(س)}{(ن(س))^{٢}}$ ← هـً(١) = $\frac{-٦٠ نً(١)}{(ن(١))^{٢}}$ = $\frac{-٦٠(-١)}{٤}$ = ١٥

السؤال الرابع عشر : إذا كان ن(س) = (س^{٢} - ٣)هـ^{س} ، س ∈ [-٣،٢] **، ما القيمة الصغرى المطلقة للاقتران ق (س) ؟**

أ) ١	ب) -٢هـ	ج) ٣هـ^{٢}	د) -٣

نً(س) = ٢سهـ^{س} + (س^{٢} - ٣)هـ^{س} ← نً(س) = ٠ ← ٢سهـ^{س} + (س^{٢} - ٣)هـ^{س} = ٠ ← ٢سهـ^{س} = -(س^{٢} - ٣)هـ^{س} ← ٢س = -(س^{٢} - ٣)

س^{٢} + ٢س - ٣ = ٠ ← (س + ٣)(س - ١) = ٠ ← س = -٣ ، س = ١

يوجد ٣ قيم ، تكون عندها س نقطة حرجة وهي (-٣ ، ٢) " أطراف الفترة " و (١) " أصفار المشتقة "

نحسب قيمة كل واحدة منهم الأن :

ن(-٣) = ((-٣)^{٢} - ٣)هـ$^{-٣}$ = ٦هـ$^{-٣}$ | ن(١) = ((١)^{٢} - ٣)هـ^{١} = -٢هـ | ن(٢) = ((٢)^{٢} - ٣)هـ^{٢} = هـ^{٢}

ومنها تكون القيمة الصغرى المطلقة هي ن(١) = -٢هـ " أصغر قيمة "

السؤال الخامس عشر : إذا كان ل(س) = ن(٤س - س^{٢}) ، ن(س) **متناقص على ح ، فما العبارة الصحيحة دائماً للاقتران ل (س) ؟**

أ) متناقص على]-∞،٢[	ب) متناقص على]-٢،∞[
ج) متزايد على]-∞،٢[	د) متزايد على]-٢،∞[

لً(س) = نً(٤س - س^{٢}) × (٤ - ٢س) ← ∵ ق(س) متناقص ∴ إشارة نً(س) سالبة .

إشارة لً(س) = - × (٤ - ٢س) ، نبحث إشارة (٤ - ٢س) ← ٤ = ٢س ← س = ٢

∴ إشارة لً(س) = - × - = + " متزايد " في الفترة]-∞،٢[، إشارة لً(س) = - × + = - " متناقص " في الفترة]٢،∞-[

الإجابة النهائية هي : متزايد على]-∞،٢[

السؤال السادس عشر : إذا كان ن(س) = { أس^{٢} + ب س + ٢ ، س ≤ ٢ ؛ س^{٢} + ٢١س - ١٠ ، س > ٢ } **وكانت** نً(٢) **موجودة ، كما قيمة كل من أ ، ب على الترتيب ؟**

أ) ٠ ، ٤	ب) ٤ ، ٠	ج) ٠ ، ٢	د) ٢ ، ٠

نهـــا$_{س←٢^{+}}$ ن(س) = نهـــا$_{س←٢^{-}}$ ← ن(٢) = ن(٢) ← ٢أ + ٢ب + ٢ = ٤ + ٢٤ - ١٠ ← ٤أ + ٢ب = ١٦ ← (١)

نً(س) = { ٢أس + ب ، س < ٢ ؛ ٢س + ١٢ ، س > ٢ } ← نً(٢)$^{+}$ = نً(٢)$^{-}$ ← ٤أ + ب = ١٦ ← (٢) **بطرح المعادلتين ينتج أن ب = صفر ، أ = ٤**

السؤال السابع عشر : إذا كان المستقيم ٢ص + ٣س = ٧ ، يعامد منحنى ق(س) عند س = ١ ، ل(س) = ٣ن^{٢}(س) ، ما قيمة لً(١) ؟

أ) -١٨	ب) ٨	ج) ٤	د) -٩

لً(س) = ٦ن(س)نً(س) ← لً(١) = ٦ن(١)نً(١) ← (١)

∵ المستقيم يعامد ق(س) ∴ ص |$_{س=١}$ = ن(١) ← ٢ص + ٣(١) = ٧ ← ص = ٢ ∴ ن(١) = ٢

∴ صً = $\frac{-١}{نً(س)}$ |$_{س=١}$ ، باشتقاق معادلة المستقيم : ٢صً + ٣ = ٠ ← صً = $\frac{-٣}{٢}$ ← نً(١) = $\frac{٢}{٣}$ ،، بالتعويض في العلاقة (١)

لً(١) = ٦(٢)($\frac{٢}{٣}$) = ٨

https://www.wepal.net
الملتقى التربوي
www.wepal.net | RESOURCE #114994 | TRACK 30bd43707d893b2a

السؤال الثامن عشر : إذا كان ق(س) كثير حدود حيث $\lim_{س\to ٢} \frac{ن(س)-٣}{٢-س} = ٦$ ، ل(س) = س^{٢} ن(س) ، **ما قيمة** ل ́(٢) ؟

أ) ـ٦	**ب) ـ١٢**	ج) ٦	د) ١٢

ل ́(س) = ٢س ن(س) + س^{٢} ن ́(س) ← ل ́(٢) = ٤ن(٢) + ٤ن ́(٢) ... (١)

عند التعويض بقيمة النهاية نجد أن المقام = ٠ ، وبما أنَّ قيمتها موجودة ، بالتالي فإنَّ البسط = صفر

∴ ن(٢) − ٣ = ٠ ← ن(٢) = ٣ □□ $\lim_{س\to ٢} \frac{ن(س)-٣}{٢-س}$ = ٦ ∴| $\lim_{س\to ٢} \frac{ن ́(س)-٠}{-١}$ = ٦ ← $\frac{ن ́(٢)}{-١}$ = ٦ ∴ ن ́(٢) = −٦ **بالتعويض في** (١)

ل ́(٢) = ٤ن(٢) + ٤ن ́(٢) = ٤(٣) + ٤(−٦) = ١٢ − ٢٤ = −١٢

السؤال التاسع عشر : إذا كان ن(س) = ٥جا٣س ~ **وكان** ن ́(س) = ا ن(س)، س ∈ $\left[٠، \frac{\pi}{٤}\right]$ **ما قيمة الثابت أ ؟**

أ) غير موجودة	ب) ـ٢	ج) ٢	د) صفر

ن ́(س) = ٥جتا٣س × ٣ = ١٥جتا٣س || ن ́(س) = −٥ ٤جا٣س ~ ← ن(س) = −٥ ٤جا٣س ← ٥جا٣س = −٥ ٤جا٣س ∴ ا = −٩

نلاحظ أنَّ قيمة أ غير موجودة ضمن الخيارات بالتالي تكون الإجابة غير موجودة .

السؤال العشرون : إذا كان س^{٢} + ص^{٢} + ١ = ٤س − ص ، **ما قيمة** $\left|\frac{ص}{س}\right|_{(١،١)}$ ؟

أ) ٢	**ب) $\frac{٢}{٣}$**	ج) $-\frac{٢}{٣}$	د) صفر

باشتقاق الطرفين بالنسبة لـ س . ← ٢س + ٢ص ص ́ + ٠ = ٤ − ص ́ **بالتعويض عن قيمة النقطة** (١ ، ١)

← ٢(١) + ٢(١)ص ́ = ٤ − ص ́ ← ٢ + ٢ص ́ = ٤ − ص ́ ← ٣ص ́ = ٢ ← ص ́ = $\frac{٢}{٣}$

السؤال الواحد و العشرون : إذا كان ن(س) = [٢س + ١](س − ١)^{٢} ، **فما قيمة** ن ́(١) ؟

أ) غير موجودة	ب) ٤	ج) ٢	**د) صفر**

نجد قيمة [٢س + ١] **وذلك بالتعويض عن س = ١** ،، [٢(١) + ١] = ٣ □□ ن(س) = ٣(س − ١)^{٢} ← ن ́(س) = ٦(س − ١) ← ن ́(١) = ٦(س − ١) = ٠

السؤال الثاني و العشرون : ما عدد نقاط الانعطاف لمنحنى الاقتران ن(س) = $\frac{س^{٢}+١}{س}$، س ≠ ٠

أ) ٢	ب) ١	ج) ٣	**د) صفر**

شروط نقطة الانعطاف عند س (١) س ضمن مجال الاقتران ٢) ن ́(س) = ٠ ٣) الاقتران يغير من اتجاه التقعر عند س

- **مجال الاقتران ح ما عدا الصفر .**

نحسب أصفار المشتقة الثانية : س ن(س) = س^{٢} + ١ ← ن(س) + س ن ́(س) = ٢س **نشتق مرة أخرى الطرفين :** ن ́(س) + ن ́(س) + س ن ́́(س) = ٢

٢ن ́(س) + س ن ́́(س) = ٢ ← ن ́́(س) = $\frac{٢-٢ن ́(س)}{س}$ ن ́́(س) = $\frac{٢-٢ن ́(س)}{س}$ = ٠ ← ٢ − ٢ن ́(س) = ٠ ← ن ́(س) = ١

$\frac{س(٢س)-(س^{٢}+١)}{س^{٢}}$ = ١ ← $\frac{-١}{س^{٢}}$ = ١ ← س^{٢} = −١ ← س^{٢} − ١ = ٠ ≠ −١

نلاحظ أنه لا يوجد أصفار للمشتقة الثانية تنتمي للمجال و لا يوجد أطراف فترة ، بالتالي لا توجد نقاط انعطاف للاقتران

السؤال الثالث و العشرون : إذا كان ص = لـو$_{هـ}$(لـو$_{هـ}$ س) **حيث** س > ٠ **ما قيمة** $\left|\frac{ص}{س}\right|_{س=هـ}$

أ) $\frac{١}{هـ^{٢}}$	ب) هـ	ج) ١	د) $\frac{١}{هـ}$

ص ́ = $\frac{\frac{١}{س}}{لـو_{هـ} س}$ ← $\left|\frac{ص}{س}\right|_{س=هـ}$ = $\frac{\frac{١}{هـ}}{لـو_{هـ} هـ}$ = $\frac{١}{هـ}$

https://www.wepal.net
الملتقى التربوي
www.wepal.net | RESOURCE #114994 | TRACK 30bd43707d893b2a

السؤال الرابع و العشرون : ما طول المستطيل الذي مساحته أكبر ما يمكن و محيطه ٢٤ سم ؟

أ) ١٠	ب) ٨	ج) ٦	د) ٤

نفرض أن الطول = س ، العرض = ص ،،

المساحة (م) = س × ص ← **نحتاج أن نجعلها بدلالة واحدة حتى نستطيع الاشتقاق .**

المحيط (ع) = ٢(س + ص) ← ٢٤ = ٢(س + ص) ← ١٢ = س + ص ← ١٢ – س = ص

م = س × (١٢ – س) = ١٢س – س^{٢} ← **الان نستطيع الاشتقاق بالنسبة ل س**

م$'$ = ١٢ – ٢س ← ١٢ – ٢س = ٠ ← س = ٦ ، **نشتق مرة أخرى لمعرفة نوع القيمة القصوى** ← م$''$ = –٤ ∵ **المشتقة الثانية (سالبة) ∴ قيمة عظمى**

يمكن إيجاد أكبر مساحة للمستطيل عندما يكون طوله ٦سم . || في حال طلب العرض = ١٢ ـ ٦ = ٦ سم

السؤال الخامس و العشرون : إذا كان ن(س) =ظاسـ×جا٢سـ **فماذا تمثل** ن$'$(س) ؟

أ) ٢جا٢س	ب) ـ٢جا٢س	ج) ٤جتا٢س	د) ـ٤جا٢س

ظاسـ= $\frac{\text{جاسـ}}{\text{جتاسـ}}$ |جا٢سـ= ٢جاسـجتاسـ← ن(س) = $\frac{\text{جاسـ}}{\text{جتاسـ}}$ ×٢جاسـجتاسـ= ٢جا^{٢}س

ن$'$(س) = ٤جاسـجتاسـ=٢جا٢سـ ← ن$'$(س) = ٢جتا٢سـ × ٢ = ٤جتا٢سـ

إعداد المعلم :

أ . عمر عبداللطيف عابدين

٠٥٩٢٦٥٤٥٠٢ — ٠٥٦٧٦٠٥٠١٣

https://www.wepal.net

الملتقى التربوي

www.wepal.net | RESOURCE #114994 | TRACK 30bd43707d893b2a

حلول اختبار منحنى الرياضيات الالكتروني ٢٠٠٦ – إعداد المدرس : أ . عمر عبداللطيف عابدين | ٠٥٩٢٦٥٤٥٠٢