السؤال الأول: ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة:

١. إذا كانت $\sigma_{١٠}$ تجزئة منتظمة للفترة [١، ب]، وكان العنصر السادس في التجزئة يساوي ٩، فأن قيمة **ب** هي:

أ. ١٥ ب. ١٦ ج. ١٧ د. ١٨

٢. إذا كان **ق** معرفاً على [−١، ٠] وكانت $\sigma_{ن}$ تجزئة منتظمة لها بحيث

$\text{م}(\sigma_{ن}، \text{ق}) = \dfrac{٣ن^{٢} + ٥ن - ١}{٦ + ٢ن^{٢}}$ فإن $\int_{٠}^{-١} ٣\text{ق}(\text{س})\,\text{دس} =$

أ. ٩ ب. −٩ ج. $\frac{٩}{٢}$ د. $-\frac{٩}{٢}$

٣. إذا كانت $\sigma_{١٢}$ تجزئة منتظمة للفترة [٢، ١٨] ، فأن العنصر الأوسط في التجزئة يساوي:

أ. ٨ ب. ١٠ ج. ٩ د. $\frac{٣٤}{٣}$

٤. إذا كان $\text{ت}(\text{س}) = \int_{\text{أ}}^{\text{س}} \text{ق}(\text{ص})\,\text{دص} = ٣\text{س}^{٢} - ٦$، حيث أ $\succ$ ٠

فأن قيمة الثابت **أ** هي:

أ. صفر ب. ٢ ج. $\sqrt{٢}$ د. $\mp\sqrt{٢}$

٥. قيمة **جـ** التي تجعل $\int_{٣}^{\text{س}} \text{ق}(\text{ص})\,\text{دص} = \text{س}^{٢} + \text{جـ}$ هي:

أ. −٩ ب. −٣ ج. صفر د. ٣

٦. أكبر قيمة للمقدار $\int_{-٣}^{٣} \sqrt{٩ - \text{س}^{٢}}\,\text{دس}$ هي:

أ. صفر ب. ١٨ ج. ٣ د. ٩

٧. إذا كان $\int_{-٢}^{١} ٢\text{ق}(\text{س})\,\text{دس} = ٣$، $\int_{٤}^{٠} \text{ق}(٢ - \text{س})\,\text{دس} = ٥$، فأن

$\int_{٢}^{٤} \text{ق}\left(\frac{\text{س}}{٢}\right)\text{دس} =$

أ. $-\frac{١٣}{٢}$ ب. −١٣ ج. $\frac{٧}{٢}$ د. ٨

٨. إذا كان $\text{ق}(\text{س}) = \text{س}^{٢} - \int_{١}^{\text{س}} \text{ق}'(\text{ص})\,\text{دص}$ فأن $\text{ق}'(٢) =$

أ. ١ ب. ٢ ج. ٣ د. ٤

٩. إذا كانت $\text{م} = \int_{\frac{\pi}{٣}}^{\frac{\pi}{٢}} \text{قتا}^{٢}\text{س}\,\text{دس}$، $\text{ن} = \int_{\frac{\pi}{٣}}^{\frac{\pi}{٢}} \text{ظتا}^{٢}\text{س}\,\text{دس}$ فأن م + ن =

أ. $\frac{\pi}{٢}$ ب. $\frac{\pi}{٣}$ ج. $\frac{\pi}{٦}$ د. ١

أ. دون إجراء التكامل، أثبت أن $\int_{-\frac{\pi}{٤}}^{\frac{\pi}{٤}} (١ + \text{ظا}^{٢}\text{س})\,\text{دس}$ ينحصر بين $\frac{\pi}{٢}$، π ؟

ب. إذا كان $\int_{-١}^{٣} \left(٣\text{س}^{٢} - ٢\int_{٠}^{\text{جـ}} ٣\text{م}\,\text{دم}\right)\text{دس} = -٢٠$، جد قيمة الثابت **جـ**؟

أ. أوجد كلاً من التكاملات التالية:

١) $\int \text{لـو}(\text{س}^{٢} - ٤)\, \text{ءس}$ ٢) $\int_{٠}^{٣} \frac{\text{س}^{٢} + ٢\text{س}}{\sqrt{\text{س} + ١}}\, \text{ءس}$

ب. جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الاقتران $\text{ق}(\text{س}) = ٣\text{س}^{٢}$ والمستقيم $\text{ص} = ٦ - ٣\text{س}$ ومحور السينات.

ت. أحسب حجم الجسم الناتج عن دوران المنطقة المحصورة بين المنحنى $\sqrt{\text{س}} + \sqrt{\text{ص}} = ١$ والمستقيم $\text{س} + \text{ص} = ١$ دورة كاملة حول محور السينات؟

أ. إذا كان $\text{ق}(\text{س}) = \begin{cases} |٢ - ٢\text{س}| &، ١ \leq \text{س} < ٢ \\ [\text{س} + ١] &، ٢ \leq \text{س} \leq ٣ \end{cases}$

١) جد الاقتران المكامل $\text{ت}(\text{س})$ في الفترة $[١،٣]$.

٢) جد قيمة $\lim\limits_{\text{س} \to ٢} \int_{١}^{\text{س}} \text{ق}(\text{ص})\, \text{ءص}$.

٣) جد قيمة $\int_{١٫٥}^{٢٫٥} \text{ق}(\text{ص})\, \text{ءص}$.

ب. إذا كان $\text{م}(\text{س}) = \text{لـو}_{\text{هـ}}(\text{س لـو}_{\text{هـ}}\text{س})$ اقتراناً بدائياً للاقتران $\text{ق}(\text{س})$،

جد $\text{ق}(\text{س})$ ثم جد $\int_{\text{هـ}}^{\text{هـ}^{٢}} \text{ق}(\text{س})\, \text{ءس}$ حيث هـ هو العدد النيبيري؟

أ. إذا كان $\text{ق}'(\text{س})\text{جاس} - \text{ق}(\text{س})\text{جتاس} = \text{صفر}$ جد قاعدة الاقتران $\text{ق}(\text{س})$ إذا علمت أن $\text{ق}(\frac{\pi}{٢}) = \sqrt{٢}$ ، $\text{ق}(\text{س}) > ٠$ ؟

ب. جد $\int \frac{٣}{٢ + \sqrt{\text{س}}}\, \text{ءس}$؟

أ. جد قيمة $\int_{٠}^{\pi} (١ + \text{جا}٢\text{س})\, \text{جتا}^{٢}\text{س}\, \text{ءس}$؟

ب. إذا كان ميل المماس لمنحنى علاقة عند النقطة $(\text{س}،\text{ص})$ يساوي $\frac{\text{ص}^{٢}}{(٣\text{س} + ٥)^{\frac{٢}{٣}}}$ فجد قاعدة هذه العلاقة علماً بأن منحناها يمر بالنقطة $(١،٥)$؟

ت. جد مساحة المنطقة الواقعة في الربع الأول والمحدودة بالمنحنيات $\text{ق}(\text{س}) = \text{س}^{٢}$ ، $\text{هـ}(\text{س}) = \frac{١}{\text{س}^{٢}}$ ، $\text{ل}(\text{س}) = ٤$ ومحور الصادات؟

إجابة السؤال الأول:

١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
ج	د	ب	ج	أ	ب	ب	ب	ج

أ. نجد أكبر قيمة وأصغر قيمة للاقتران $\text{ق}(\text{س}) = ١ + \text{ظا}^٢\text{س}$ في الفترة $[-\frac{\pi}{٤}، \frac{\pi}{٤}]$.

$\text{ق}'(\text{س}) = ٢\text{ظاس}\,\text{قا}^٢\text{س} = \text{صفر}$.

$\Leftarrow ٢\text{ظاس}\,\text{قا}^٢\text{س} = \text{صفر}$ ، أما $\text{ظاس} = ٠ \leftarrow \boxed{\text{س} = ٠}$

أو $\text{قا}^٢\text{س} = ٠$ (لا يمكن)

$\text{ق}'(\text{س})$: $-\frac{\pi}{٤}$ − − − − − − ٠ + + + + + + $\frac{\pi}{٤}$

أكبر قيمة للاقتران هي $\text{ق}(\frac{\pi}{٤}) = ١ + \text{ظا}^٢\frac{\pi}{٤} = ١ + ١ = ٢$

أصغر قيمة للاقتران هي $\text{ق}(٠) = ١ + \text{ظا}^٢٠ = ١$

$$\int_{-\frac{\pi}{٤}}^{\frac{\pi}{٤}} ١\,\text{دس} \le \int_{-\frac{\pi}{٤}}^{\frac{\pi}{٤}} (١ + \text{ظا}^٢\text{س})\,\text{دس} \le \int_{-\frac{\pi}{٤}}^{\frac{\pi}{٤}} ٢\,\text{دس}$$

$$\frac{\pi}{٢} \le \int_{-\frac{\pi}{٤}}^{\frac{\pi}{٤}} (١ + \text{ظا}^٢\text{س})\,\text{دس} \le \pi$$ وهو المطلوب.

ب. $$\int_{١}^{٢} \left(٣\text{س}^٢ - ٢\int_{٠}^{\text{ج}} ٣\text{ع}\,\text{دع}\right)\text{دس} = -٢٠$$

$$\leftarrow ٢\int_{٠}^{\text{ج}} ٣\text{ع}\,\text{دع} = \left(\cancel{٢} \times \frac{٣\text{ع}^٢}{\cancel{٢}}\right)\Big|_{٠}^{\text{ج}} = ٣\text{ج}^٢$$

$$\leftarrow \int_{١}^{٢} (٣\text{س}^٢ - ٣\text{ج}^٢)\,\text{دس} = -٢٠$$

$$\leftarrow (\text{س}^٣ - ٣\text{ج}^٢\text{س})\Big|_{١}^{٣} = -٢٠$$

$$\leftarrow (٢٧ - ٩\text{ج}^٢) - (-١ + ٣\text{ج}^٢) = -٢٠$$

$$\leftarrow ٢٨ - ١٢\text{ج}^٢ = -٢٠ \leftarrow -١٢\text{ج}^٢ = -٤٨$$

$$\leftarrow \text{ج}^٢ = ٤ \leftarrow \boxed{\text{ج} = \mp ٢}$$

أ. $\int_{1}^{هـ} \frac{دس}{س(٢+لو_{هـ}س)}$ ، نفرض $٢+لو_{هـ}س = ص \leftarrow دص = \frac{دس}{س}$

عند $س = ١ \Leftarrow ص = ٢$

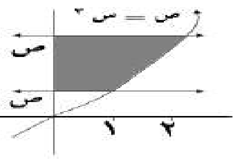
عند $س = هـ \Leftarrow ص = ٣$

$= \int_{2}^{3} \frac{1}{ص} دص$

$= لو_{هـ}|ص|_{2}^{3} = لو٣ - لو٢$

ب. * يتقاطع منحنى $ص = س^٣$ مع $ص = ١$ عند $س = ١$.

* يتقاطع منحنى $ص = س^٣$ مع $ص = ٨$ عند $س = ٢$



المساحة المطلوبة $= \int_{0}^{1} (٨-١) دس + \int_{1}^{2} (٨ - س^٣) دس$

$= ٧ + \left(٨س - \frac{س^٤}{٤}\right)\Big|_{1}^{2}$

$= ٧ + (١٦ - ٤) - (٨ - \frac{١}{٤})$

$= ٧ + ١٢ - ٧٫٧٥ = ١١٫٢٥$ وحدة مربعة.

أ. ١) $\int لو(س^٢ - ٤) دس$ ، نفرض $ق = لو(س^٢ - ٤)$، $دهـ = دس$

$دق = \frac{٢س}{س^٢ - ٤}$ ، $هـ = س$

$\therefore \int لو(س^٢ - ٤) دس = س لو(س^٢ - ٤) - \int \frac{٢س^٢}{س^٢ - ٤} دس$

$= س لو(س^٢ - ٤) - \int ٢ دس - \int \frac{٨}{س^٢ - ٤} دس$

$\frac{٨}{س^٢ - ٤} = \frac{أ}{(س - ٢)} + \frac{ب}{(س + ٢)} = \frac{أ(س + ٢) + ب(س - ٢)}{(س + ٢)(س - ٢)}$

$\Leftarrow أ = ٢$ ، $ب = -٢$

$\Leftarrow \int \frac{٨}{س^٢ - ٤} دس = \int \frac{٢}{س - ٢} دس + \int \frac{-٢}{س + ٢} دس$

$= ٢لو|س - ٢| - ٢لو|س + ٢|$

$\therefore \int لو(س^٢ - ٤) دس = س لو(س^٢ - ٤) - ٢س$

$- ٢لو|س - ٢| + ٢لو|س + ٢| + جـ$

١

٢) $\int_{0}^{3} \frac{س^٢ + ٢س}{\sqrt{س + ١}} دس$ ، نفرض $س + ١ = ص \Leftarrow دس = دص$

$= \int_{1}^{4} \frac{س(س + ٢)}{\sqrt{ص}} دص = \int_{1}^{4} \frac{(ص - ١)(ص + ١)}{\sqrt{ص}} دص$

$= \int_{1}^{4} \frac{ص^٢ - ١}{\sqrt{ص}} دص = \int_{1}^{4} ص^{\frac{3}{2}} دص - \int_{1}^{4} ص^{-\frac{1}{2}} دص$

$= \frac{٢}{٥} ص^{\frac{5}{2}}\Big|_{1}^{4} - ٢ص^{\frac{1}{2}}\Big|_{1}^{4}$

$= \frac{٢}{٥}(٣٢ - ١) - ٢(٢ - ١)$

$= \frac{٢}{٥} \times ٣١ - ٢ = \frac{٦٢}{٥} - \frac{١٠}{٥} = \frac{٥٢}{٥}$

ب. نجد نقاط تقاطع الاقتران مع المستقيم:

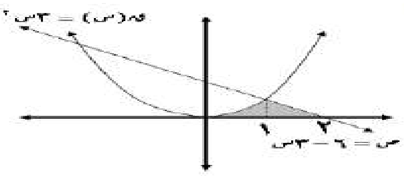
$٣س^٢ = ٦ - ٣س$

$٣س^٢ + ٣س - ٦ =$ صفر

$س^٢ + س - ٢ =$ صفر

$(س + ٢)(س - ١) =$ صفر

أما $س = -٢$ أو $س = ١$



المساحة المطلوبة $= \int_{0}^{1} ٣س^٢ دس + \int_{1}^{2} (٦ - ٣س) دس$