

١٠



دولة فلسطين
وزارة التربية والتعليم

الرياضيات المهني الفترة الأولى



مركز المناهج

mohe.ps | mohe.pna.ps | mohe.gov.ps

f.com/MinistryOfEducationWzartAltrbytWaltlym

فاكس +970-2-2983250 | هاتف +970-2-2983280

حي الماصيون، شارع المعاهد

ص. ب 719 - رام الله - فلسطين

pcdc.mohe@gmail.com | pcdc.edu.ps

المحتويات

٣	الدرس الأول: الاقتران الزوجي والاقتران الفردي
٧	الدرس الثاني: تمثيل الاقترانات باستخدام الانسحاب
٩	الدرس الثالث: تمثيل الاقترانات باستخدام الانعكاس
١١	الدرس الرابع: اشارة الاقتران
١٦	الدرس الخامس: الاقترانات متعددة القاعدة
١٩	الدرس السادس: اقتران القيمة المطلقة
٢٢	الدرس السابع: اقتران أكبر عدد صحيح
٢٥	ورقة عمل
٢٨	اختبار ذاتي:

يتوقع من الطلبة بعد الإنتهاء من دراسة هذه الوحدة المتمازجة والتفاعل مع أنشطتها أن يكونوا قادرين على
توظيف الاقترانات بأنواعها المختلفة في الحياة العملية من خلال الآتي:

- التعرف إلى الاقتران الزوجي والاقتران الفردي.
- استخدام التحويلات الهندسية في رسم منحنى اقترانٍ ما، في المستوى الديكارتي.
- تحديد إشارة بعض الاقترانات.
- تمثيل اقترانٍ متعدد القاعدة بيانياً.

الاقتران الزوجي والاقتران الفردي (Even and Odd Functions)

١

الاقتران: هو علاقة من المجموعة A إلى المجموعة B ، بحيث يرتبط كل

أذكر

عنصر من عناصر المجموعة A بعنصر واحد فقط من عناصر المجموعة B .

أمثل بيانياً الاقتران q على H ، حيث $q(s) = s^2 + 1$ ، $s \in H$
أكمل الجدول الآتي:



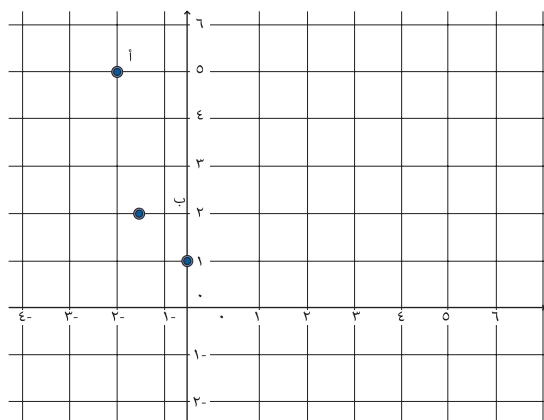
س	٣	٢	١	٠	١-	٢-	٣-
ق(س)	$10 = 1 + 3^2$			١			

أعین النقاط (س، ق(س)) في المستوى الديكارتي:

أصل بين النقاط، وأكمل منحنى الاقتران.

ألاحظ أن منحنى الاقتران q متماثل حول

.....



ليكن الاقتران q على H ، حيث $q(s) = s^2$ ، $s \in H$

أجد: $q(3) = 9$ ، $q(-3) = 9$

$q(2) = \dots$ ، $q(-2) = \dots$

$q(1) = \dots$ ، $q(-1) = \dots$

$q(s) = \dots$ ، $q(-s) = \dots$

ماذا تلاحظ؟



أَتَعَلَّمُ:

- الاقتران الزوجي ق على ح: هو الاقتران الذي يحقق $ق(-س) = ق(س)$ ، لكل $س \in ح$ وأن منحناه متماثل حول محور الصادات.
 - الاقتران الفردي ق على ح: هو الاقتران الذي يحقق $ق(-س) = -ق(س)$ ، لكل $س \in ح$ أيُّنْ جبريًّا أنَّ: الاقتران ق الذي قاعدته $ق(س) = س^2 - 2$ ، $س \in ح$ اقترانٌ زوجيٌّ.
- $ق(-س) = ق(س) = س^2 - 2$
 $ق(س) = \dots\dots\dots$
 أَقارُنْ بين: ق $(-س)$ ، ق $(س)$.



- الاقتران ق الذي قاعدته $ق(س) = س^3$ ، $س \in ح$
 ق $(4) = 64$ ، ق $(-4) = -64$ ، ق $(-4) = -64$ ، إذن: ق $(-4) = -ق(4)$
 ق $(3) = \dots\dots\dots$ ، ق $(-3) = \dots\dots\dots$ ، ق $(-3) = \dots\dots\dots$
 إذن: $\dots\dots\dots$
 ق $(2) = \dots\dots\dots$ ، ق $(-2) = \dots\dots\dots$ ، ق $(-2) = \dots\dots\dots$
 إذن: $\dots\dots\dots$



ألاحظُ أنَّ: $ق(-س) = \dots\dots\dots$
 أكملُ الجدول الآتي:

س	٣	٢	١	٠	١-	٢-	٣-
ق(س)	$٢٧ = ٣^٣$			٠			

- . أعيِّنْ النقاط (س، ق(س)) في المستوى الديكارتي.
- . أصلُ بين النقاط، وأرسمُ منحنى الاقتران.

أَتَعَلَّمُ: الاقتران الفردي متماثلٌ حول نقطة الأصل.

أَبِينُ جَبْرِيًّا أَنَّ:

الاقتران q الذي قاعدته $q(s) = s^3 - s$ ، $s \in \mathbb{C}$ هو اقتران فردي.

أَجِدْ: $q(-s) = (-s)^3 - (-s) = -s^3 + s = -(s^3 - s) = -q(s)$

$q(s) = \dots\dots\dots$

أَقَارِنْ بَيْنَ $q(-s)$ ، $-q(s)$.



نشاط

أَبِينُ بِمِثَالٍ عَدَدِيٍّ: هل الاقتران $q(s) = s^3 + s^2$ ، زوجي، أم فردي،

أم غير ذلك؟



نشاط

أُلَاحِظُ أَنَّ: $q(5) = 5^3 + 5^2 = 125 + 25 = 150$

$q(-5) = \dots\dots\dots$

$-q(5) = \dots\dots\dots$

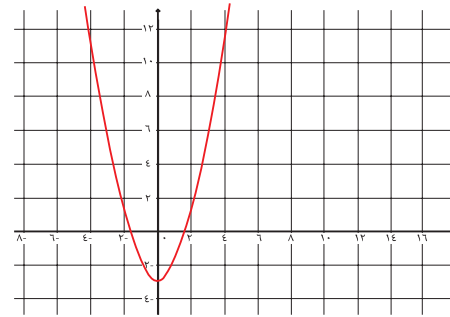
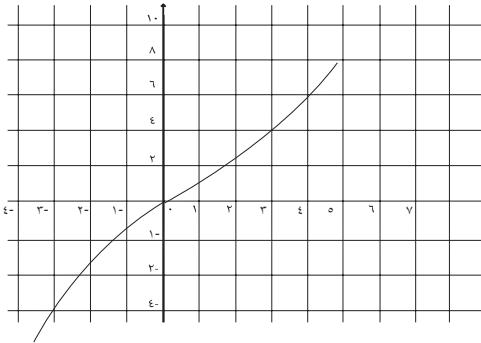
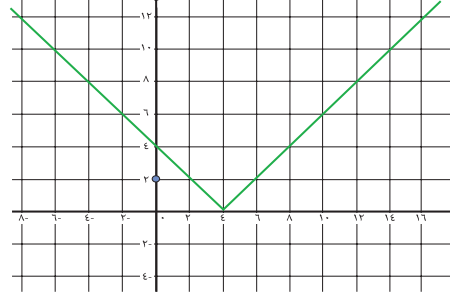
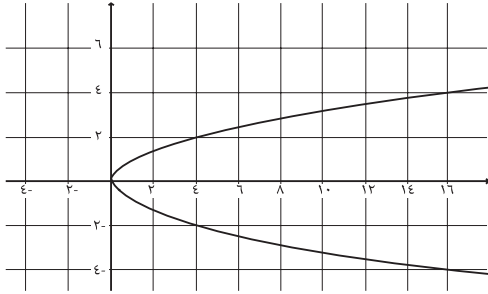
أَقَارِنْ بَيْنَ: $q(5)$ ، $q(-5)$

وَأَسْتَنْتِجُ أَنَّ: الاقتران q :

أَتَعَلَّمُ: إذا لم يكن الاقتران زوجيًا فليس من الضرورة أن يكون اقتراناً فردياً.

تمارين ومسائل:

(١) أيُّ من المنحنيات الآتية يمثِّل اقتراناً، وإذا كان اقتراناً، فأَيُّ منها زوجيٌّ، وأيُّها فرديٌّ أو غير ذلك ؟



(٢) اتَّحَقِّقْ جبريًّا ممَّا يأتي :

أ (الاقتران ق(س) = س^٣ + س^٢ ، اقترانٌ فرديٌّ.

ب (الاقتران ق(س) = س^٤ - س^٢ ، اقترانٌ زوجيٌّ.

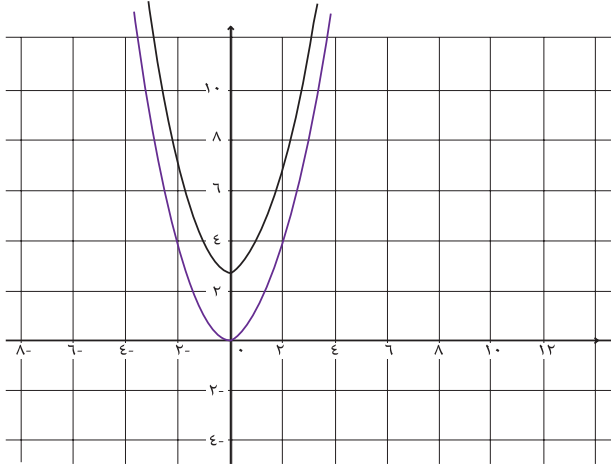
(٣) أبَيِّنْ بمثالٍ عدديٍّ: هل الاقتران ق(س) = س^٥ + س^٤ ، زوجيٌّ، أم فرديٌّ، أم غير ذلك؟

مهمة تقويمية:

أتَّحَقِّقْ جبريًّا من صِحَّةِ العبارة: حاصل ضربِ اقترانين زوجيين هو اقترانٌ زوجيٌّ.

تمثيل الاقترانات باستخدام الانسحاب (Translation)

٢



في الشكل المجاور ، أنظر إلى منحنى الاقتران

ق(س) = س^٢ ، س ∈ ح ،

ومنحنى الاقتران

ل(س) = س^٢ + ٣

نشاط



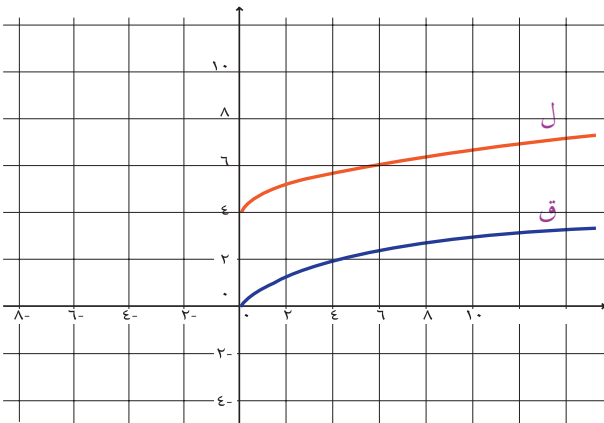
ألاحظ أن: منحنى ل(س) هو انسحاب لمنحنى ق(س) بمقدار للأعلى.

. أمثل بيانياً منحنى الاقتران: ه(س) = س^٢ - ٤ .

أتعلم: منحنى الاقتران ل(س) = ق(س) + جـ هو انسحاب لمنحنى الاقتران ق(س) بمقدار جـ وحدة إلى الأعلى إذا كانت جـ < صفر ، وانسحاب بمقدار |جـ| وحدة إلى الأسفل إذا كانت جـ > صفر.

أنظر إلى منحنى الاقتران: ق(س) = √س ، س ≤ صفر ومنحنى ل في الشكل الآتي:

نشاط



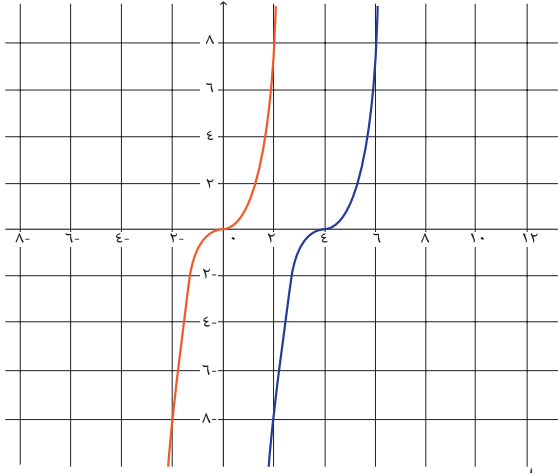
منحنى الاقتران ل هو انسحاب لمنحنى الاقتران ق بمقدار

. قاعدة الاقتران ل هي:

أمثل بيانياً منحنيات الاقترانات الآتية:

• ك(س) = √س - ٢

• ه(س) = √س + ١



اعتماداً على منحنى
 $ق(س) = س^3$ ، $س \in ح$
 ومنحنى الاقتران:
 $ل(س) = (س - ٤)^3$

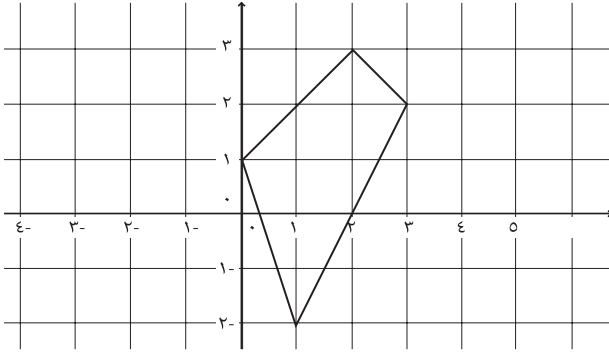


منحنى الاقتران ل هو انسحاب ل بمقدار وحدات.

أمثل منحنيات الاقترانات: هـ $ق(س) = (س + ٥)^3$ ، ك $ق(س) = (س + ٣)^3 - ٢$ ، في المستوى الديكارتي.

أتعلم: منحنى الاقتران $ق(س + ج)$ هو انسحاب إلى اليسار لمنحنى الاقتران $ق(س)$ بمقدار ج وحدة، إذا كانت ج < ٠ ، وانسحاب إلى اليمين بمقدار |ج| وحدة، إذا كانت ج > ٠ .

تمارين ومسابائل:



(١) أرسمُ الشكلَ الرباعيَّ المرسومَ في المستوى الديكارتي بعد انسحابه وحدتين إلى اليسار، ومن ثم ٣ وحداتٍ إلى الأسفل.

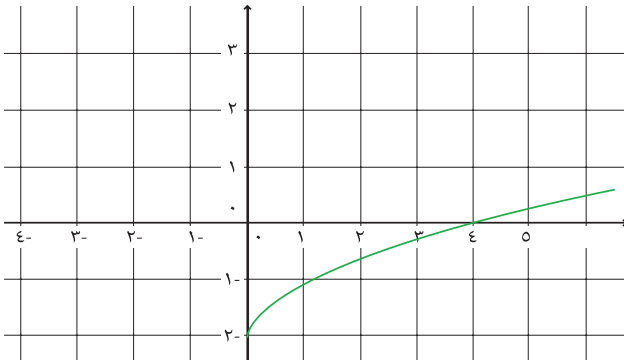
(٢) بالاعتماد على منحنى $ص = ق(س)$ ، $س \leq$ الممثل في المستوى الديكارتي،

أمثل منحنى كل من الاقترانات الآتية في المستوى نفسه

أ) هـ $ق(س) = ق(س) - ٥$

ب) ل $ق(س) = ق(س + ٤)$

ج) د $ق(س) = ق(س - ١) + ٣$



تمثيل الاقترانات باستخدام الإنعكاس (Reflection)

٣

أتذكّر انعكاس النقطة 1 (س، ص) في محور السينات هي النقطة 2 (س، -ص).

أكمل الجدول الآتي:

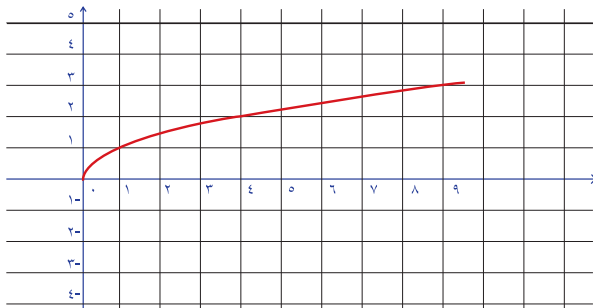
س	٢	١	٠	١-	٢-
ق(س) = $١ + ٢س$			١		٧-
ق(س) - = $(١ + ٢س)$	٩-				



- أعيّن النّقاط من الجدول في المستوى الديكارتي، وأمّثلّ منحنى الاقتران ق(س).
- أعيّن النّقاط من الجدول في المستوى نفسه، وأمّثلّ منحنى الاقتران -ق(س).

ألاحظ أنّ:

أتعلّم: منحنى الاقتران -ق(س) هو انعكاس لمنحنى الاقتران ق(س) في محور السينات.

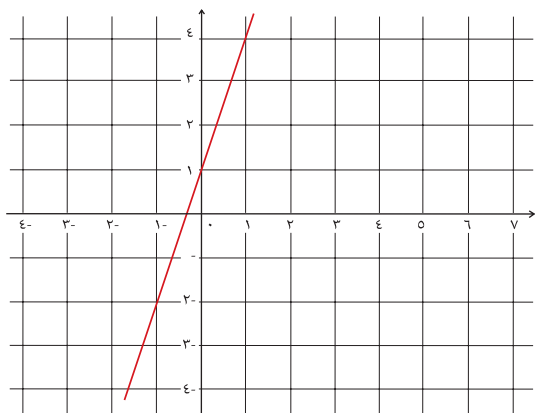


يُمثّل الشكل الآتي منحنى الاقتران:
ق(س) = $\sqrt{s}$ ، $s \leq$ صفر .



أمّثلّ منحنى الاقتران ل(س) = $\sqrt{s}$ على المستوى.

أتذكّر انعكاس النقطة 1 (س، ص) في محور الصادات هي النقطة 2 (-س، ص).



يُمثِّل الشكل المجاور منحنى الاقتران

$$ق(س) = ٣س + ١$$

أكمل: بالاعتماد على القاعدة، يكون

$$ق(-س) = ٣(-س) + ١ = \dots\dots\dots$$



١-	٠	٣	س
	١		ق(-س)

بالاعتماد على الجدول، أمثل منحنى الاقتران ق(-س) في المستوى الديكارتي.

أتعلَّم: منحنى الاقتران ق(-س) هو انعكاس لمنحنى الاقتران ق(س) في محور الصادات.

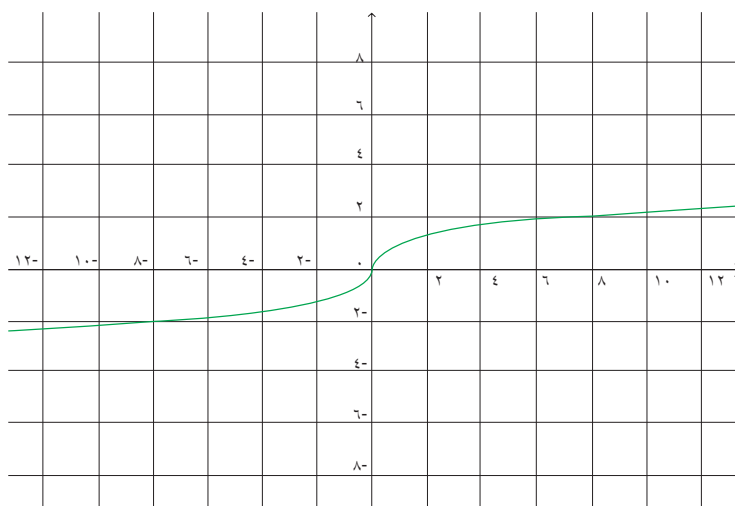
تمارين ومسائل:

(١) أكتب الزوج المرتب الذي يمثِّل التحويلات الهندسيَّة على النقطة (٣، -٤)، في الحالات الآتية:

أ (انعكاس في محور الصادات. ب) انعكاس في محور السينات.

(٢) أصِف بالكلمات التحويلات الهندسيَّة الآتية على منحنى ق(س):

أ (ق(-س) ب (ق(س) + ١ ج (ق(س - ٢) + ٣



مهمة تقوية:

اعتماداً على منحنى ق(س) المرسوم،

أرسم منحنيات الاقترانات الآتية:

أ (ق(-س) - ١

ب (ق(س) + ١

ج (ق(-س)

إشارة الاقتران (Sign of a Function)

٤

أولاً: إشارة الاقتران الثابت

نشاط



أعطي أمثلةً على اقترانات ثابتة.

ق (س) = ١٢ ، وإشارته موجبة .

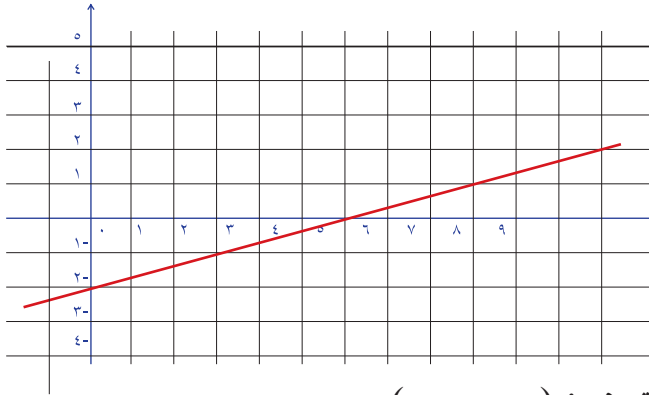
ق (س) = π - ، وإشارته سالبة .

ل (س) = -٢٣ ، وإشارته

.....

ك (س) = ، وإشارته موجبة . هـ (س) = ، وإشارته

أتعلم: إشارة الاقتران الثابت ق (س) = ج ، ج $\exists$ ح ، هي إشارة ج نفسها.



ثانياً: إشارة الاقتران الخطي

يبين الشكل المجاور

منحنى اقتران خطي ،

قاعدته ق (س) = $\frac{1}{3}س - 2$

نشاط



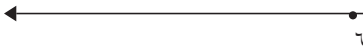
• نقطة تقاطع منحنى الاقتران مع محور السينات هي: (.....,.....).

• صفر الاقتران هو:

• الفترة التي وقع فيها المنحنى فوق محور السينات هي: وتكون إشارته

• الفترة التي وقع فيها المنحنى تحت محور السينات هي: وتكون إشارته

• أعين إشارة الاقتران على خط الأعداد:



أتعلم: إشارة الاقتران الخطي ق (س) = $اس + ب$ ، س $\exists$ ح ، $ا \neq 0$ صفر هي نفس إشارة

معامل س ، لكل س أكبر من صفر الاقتران ، وعكس إشارة معامل س ، لكل س أصغر من صفر الاقتران .

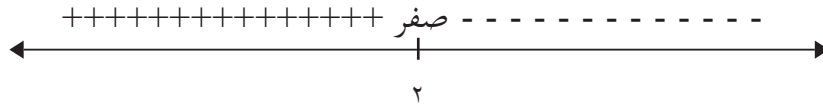
عكس إشارة ا

نفس إشارة ا

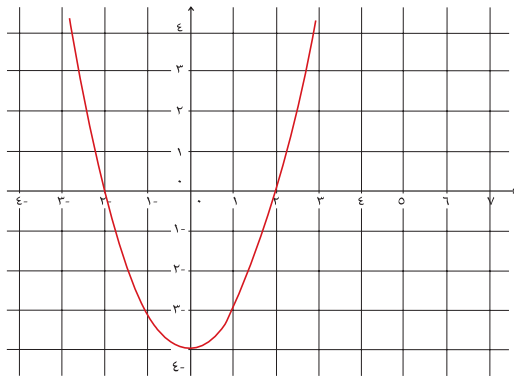
يمكن توضيح ذلك على خط الأعداد:

صفر الاقتران

- مثال (١):** أعيّن إشارة الاقتران $ق(س) = ٤ - ٢س$
- الحل:** صفر الاقتران $= ٢$ ، إذن: يقطع منحنى الاقتران محور السينات في النقطة $(٢, ٠)$.
- إشارة الاقتران $(+)$ موجبة "عكس إشارة معامل $س$ "، لكل $س > ٢$.
 - إشارة الاقتران $(-)$ سالبة "إشارة معامل $س$ نفسها"، لكل $س < ٢$.
 - أعيّن الإشارة على خط الأعداد الآتي:

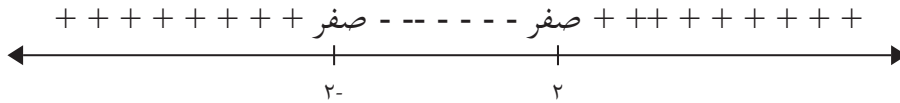


- يُمكن كتابة الحل بالصورة: $ق(س) < \text{صفر (موجبا)}$ ، في الفترة $]-٢, \infty[$
- $ق(س) > \text{صفر (سالبا)}$ ، في الفترة $]٢, \infty[$
- $ق(س) = \text{صفر}$ ، عندما $س = ٢$.



ثالثا: إشارة الاقتران التربيعي

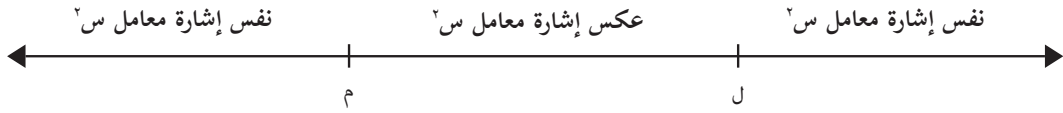
أتأمل منحنى الاقتران المرسوم $ق(س) = ٤ - ٢س$ ،
وإشارة الاقتران الموضحة على خط الأعداد:



- يقطع المنحنى محور السينات في النقطتين: $(.....,)$ ، $(.....,)$
- يقع منحنى الاقتران تحت محور السينات في الفترة
- يقع منحنى الاقتران فوق محور السينات في الفترة
- إشارة الاقتران موجبة في الفترة، بينما إشارته سالبة في الفترة
- أصفار الاقتران هي:

أتعلّم: إشارة الاقتران التربيعي تكون عكس إشارة معامل s^2 بين صفري الاقتران، وما عدا ذلك فهي إشارة معامل s^2 .

ويمكن توضيح ذلك بالشكل؛ حيث l ، m هما صفرا الاقتران q ، $l < m$:



أعيّن إشارة الاقتران q الذي قاعدته $q(s) = s^2 - 1$

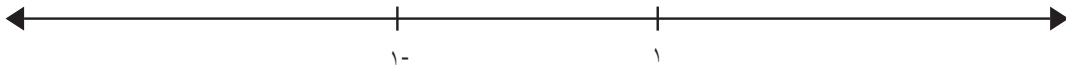
• أصفار الاقتران هي:

• إشارة معامل s^2 هي:

• إشارة الاقتران موجبة (عكس إشارة معامل s^2) في الفترة

• إشارة الاقتران سالبة (نفس إشارة معامل s^2) في الفترة

• أرسم خطّ الأعداد، وأعيّن عليه إشارة الاقتران:



• يقع منحنى الاقتران فوق محور السينات في الفترة

• يقع منحنى الاقتران تحت محور السينات في الفترة

أتعلّم:

- إشارة الاقتران التربيعي: هي إشارة معامل s^2 ، إلا عند صفر الاقتران، إذا كان له صفر واحد فقط.

- إشارة الاقتران التربيعي هي إشارة معامل s^2 ، إذا لم يقطع منحناء محور السينات.

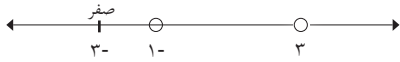
رابعاً: إشارة الاقتران النسبي

يُسمَّى الاقترانُ ق اقتراناً نسبياً إذا كانت قاعدته على الصورة الآتية:

$$ق(س) = \frac{ل(س)}{م(س)} \text{ حيث ل، م كثيرا حدود ، م(س) } \neq \text{ صفر.}$$

أُعَيِّنُ إشارة الاقتران: ق(س) = $\frac{س + 3}{س - 3}$ ، $س \neq 3$ ، $س \neq -3$

أُعَيِّنُ إشارة البسط (س + 3)، كاقترانٍ خطيٍّ على خطِّ الأعداد:



أُعَيِّنُ إشارة المقام (س - 3)، كاقترانٍ تربيعيٍّ على خطِّ الأعداد

أُعَيِّنُ إشارة الاقتران النسبي ق على خطِّ الأعداد:

أُعَيِّنُ إشارة الاقتران ق الذي قاعدته: ق(س) = $\frac{5}{س + 1}$ ، $س \neq -1$

إشارة البسط هي



أُعَيِّنُ إشارة البسط على خطِّ الأعداد:



أُعَيِّنُ إشارة المقام (س + 1) على خطِّ الأعداد:



أُعَيِّنُ إشارة الاقتران النسبي ق على خطِّ الأعداد:

نشاط

نشاط

تمارين ومسائل:

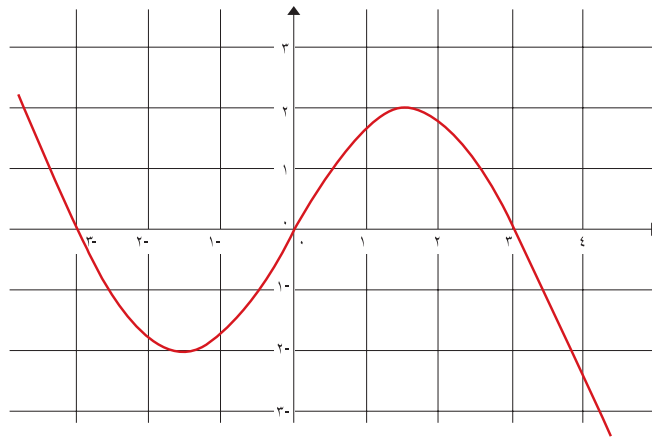
(١) أَعَيِّنْ إشارة كلٍّ من الاقترانات الآتية:

أ (هـ (س) = $4 - س$

ب (ع (س) = $-4 - 4س - س^2$

ج (م (س) = $\frac{1-}{س}$ ، $س \neq \text{صفر}$

(٢) أَعَيِّنْ إشارة الاقتران ق على الفترة $[-٣ ، ٤]$:



مهمة تقويمية:

ابحث في إشارة كل من الاقترانات الآتية:

أ (هـ (س) = $4س - ٤$

ب (ق (س) = $٦ + ٥س - ٢س^2$

ج (م (س) = $\frac{ق(س)}{هـ(س)}$ ، $هـ(س) \neq \text{صفر}$

الاقترانات متعددة القاعدة (Piecewise Functions)

٥

تعريف: الاقتران متعدد القاعدة : هو اقتران له أكثر من قاعدة معرفة على مجاله.

من الأمثلة على الاقترانات متعددة القاعدة:

$$(١) \text{ ق(س) } = \begin{cases} \text{س} + ١ , & \text{س} \leq ١ \\ \text{س}^٢ , & \text{س} > ١ \end{cases}$$



$$(٢) \text{ ق(س) } = \begin{cases} \text{س}^٢ , & \text{س} \geq ٥- \\ ٤ , & ٥- > \text{س} > ٥- \\ \text{س} - ٣ , & \text{س} \leq ٥ \end{cases}$$

(٣) أعط مثلاً لاقتران متعدد القاعدة

تمثيل الاقترانات متعددة القاعدة بيانياً:

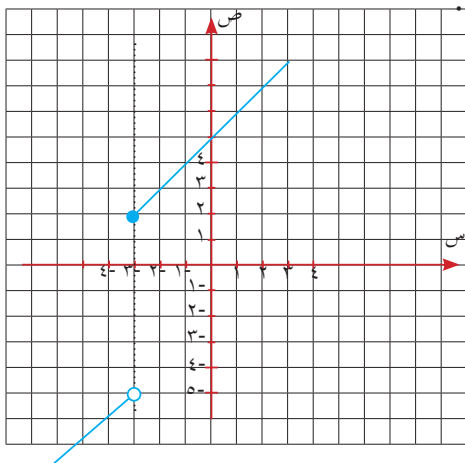
$$\text{أمثلُ بيانياً الاقتران الذي قاعدته: ق(س) } = \begin{cases} \text{س} - ٢ , & \text{س} > ٣- \\ \text{س} + ٥ , & \text{س} \leq ٣- \end{cases}$$

أكمل الجدول الآتي:

س	٨-	٦-	٤-	٣-	٢-	١-	٠	٣	٥
ص	٨-			٢			٥		



. أعينُ النقاط في المستوى الديكارتي، وأرسمُ منحنى الاقتران.



$$\left. \begin{array}{l} ٢س + ٥ ، \quad ٣- \geq س^* \\ ٢س ، \quad ٣- > س > ١ \\ ٢س ، \quad ١ \leq س \end{array} \right\} = \text{أمثلُ بيانياً الاقتران الذي قاعدته: ق(س)}$$

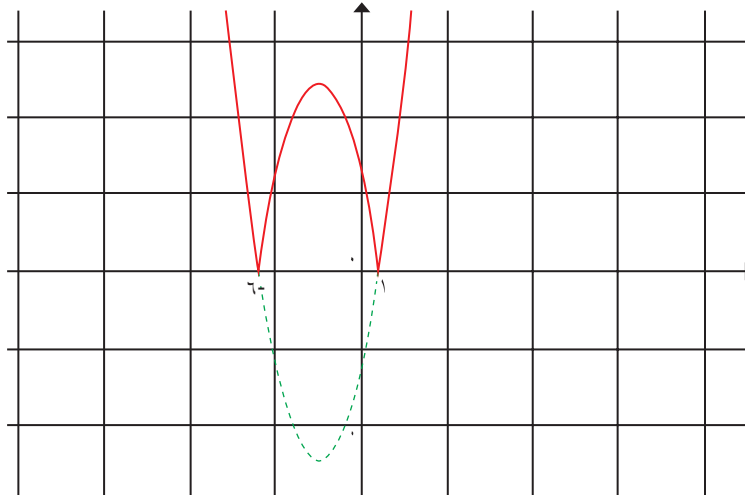


أكمل الجدول الآتي:

س	٨-	٦-	٤-	٣-	٢-	١-	٠	١	٢	٣	٤	٥
ص		٧-		١-		٢-		١				

أعيّن النقاط في المستوى الديكارتي، وأرسم منحنى الاقتران:

$$\left. \begin{array}{l} ٢س + ٥س - ٦ ، \quad ٦- \geq س \\ ٢س + ٥س - ٦ ، \quad ٦- > س > ١ \\ ٢س + ٥س - ٦ ، \quad ١ \leq س \end{array} \right\} = \text{مثال: أمثلُ بيانياً الاقتران ق(س)}$$



* عند التمثيل البياني لاقتران متعدد القاعدة يتم تعويض نقطة التحول في القاعدتين ونضع دائرة مفتوحة عند القاعدة التي لا تنتمي إليها النقطة.

تمارين ومسائل:

(١) أرسمُ منحنى كلِّ من الاقتران الآتية:

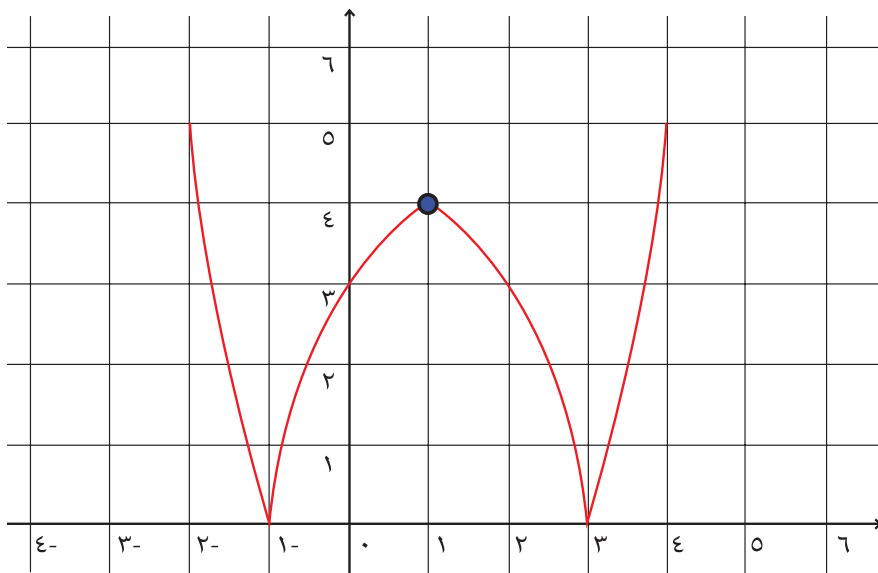
$$\left. \begin{array}{l} ٣ \text{ ، } س > ٤- \\ ٢ \geq س \geq ٤- \\ ٢ < س \text{ ، } ٦ + س \end{array} \right\} = \text{ق(س)}$$

$$\left. \begin{array}{l} ٢س + ١ \text{ ، } س > \text{صفر} \\ ٢س \text{ ، } س \leq \text{صفر} \end{array} \right\} = \text{ق(س)}$$

مهمة تقويمية:

(٢) للاقتران الذي يظهرُ منحناه في المستوى الديكارتي أدناه:

• ما إحداثيّات نقطة الرأس؟ وما معادلةُ محور تماثل المنحنى؟



اقتران القيمة المطلقة* (Absolute Value)

٦

أجد ناتج ما يأتي:

$$\begin{aligned} \dots\dots\dots &= \left| \frac{1}{2} - \right|, & \dots\dots\dots &= |4|, & \dots\dots\dots &= |3-| \\ \dots\dots\dots &= |12-0|, & \dots\dots\dots &= |4-1-|, & \dots\dots\dots &= |3-4| \end{aligned}$$



يُسمَّى الاقتران المكتوب على صورة $ق(س) = |س|$ **اقتران القيمة المطلقة**، ويمكن كتابة الاقتران $ق(س)$ ، دون استخدام رمز القيمة المطلقة، كما يأتي:

$$ق(س) = |س| = \begin{cases} س & , س \leq \text{صفر} \\ س - & , س > \text{صفر} \end{cases}$$

نشاط

عند تمثيل الاقتران $ق(س) = |س|$ في المستوى الديكارتي يظهر كما في الشكل:

أجب عما يلي:

(أ) مجال الاقتران هو ح.

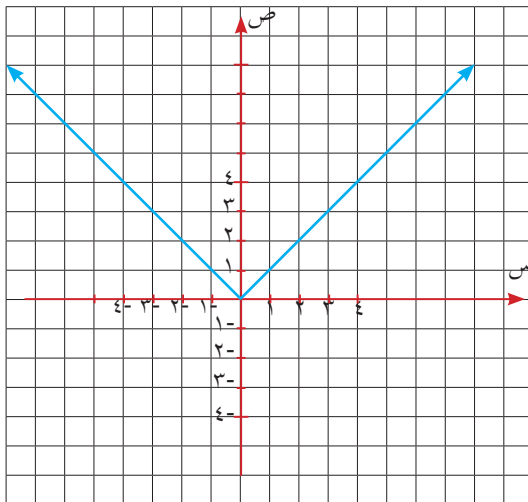
(ب) مدى الاقتران هو

(ج) أرسم محور التماثل.

(د) أحدّد صفر الاقتران

(هـ) هل الاقتران واحد لواحد؟ لماذا؟

(و) هل الاقتران زوجياً أم فردياً أم غير ذلك؟

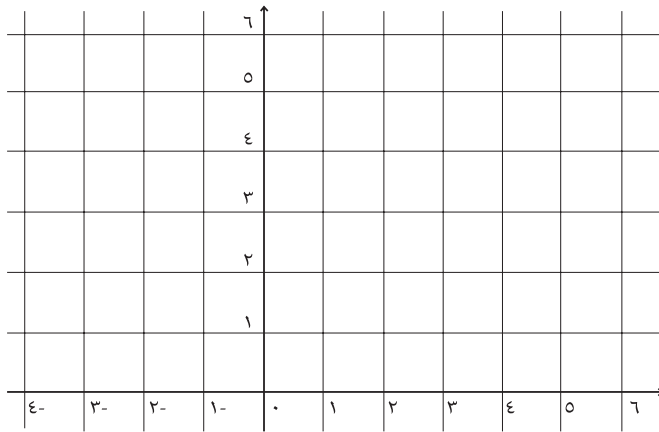


* يعتبر اقتران القيمة المطلقة من الاقترانات متعددة القاعدة.

أعيدُ تعريف الاقتران ق(س) = |س - ٣| ، دون استخدام رمز القيمة المطلقة ثم أمثله بيانياً:



$$\left. \begin{array}{l} \text{ق(س)} = \begin{cases} \text{س} - ٣ & , \text{س} - ٣ \leq ٠ \\ -(٣ - \text{س}) & , \text{س} - ٣ > ٠ \end{cases} \\ \text{ق(س)} = \begin{cases} \text{س} - ٣ & , \text{س} \leq ٣ \\ -\text{س} + ٣ & , \text{س} > ٣ \end{cases} \end{array} \right\}$$



مجال ق(س):

مدى ق(س):

منحنى ق(س) = |س - ٣|

انسحاب لمنحنى |س|

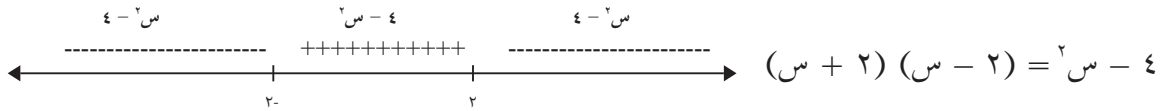
وحدة إلى

أعيد تعريف ق(س) = |س - ٤| ثم أمثله بيانياً.



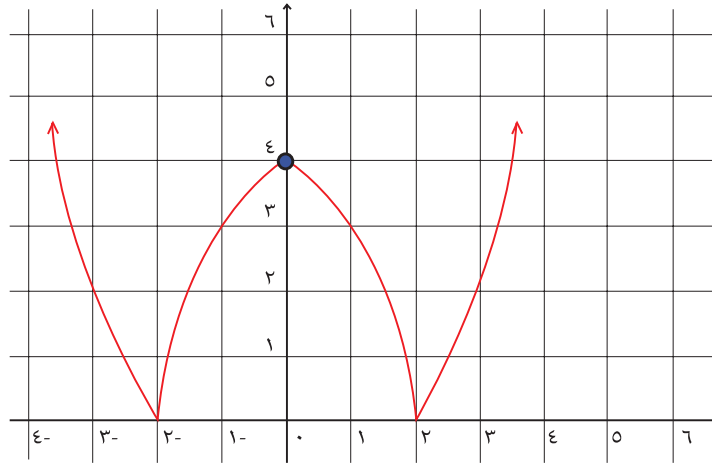
$$\left. \begin{array}{l} \text{ق(س)} = \begin{cases} \text{س} - ٤ & , \text{س} - ٤ \leq ٠ \\ ٤ - \text{س} & , \text{س} - ٤ > ٠ \end{cases} \\ \text{ق(س)} = \begin{cases} \text{س} - ٤ & , \text{س} \leq ٤ \\ ٤ - \text{س} & , \text{س} > ٤ \end{cases} \end{array} \right\}$$

لحل المتباينات نبحت في إشارة س - ٤



$$\left. \begin{array}{l} \text{س} > ٢ \\ ٢ \geq \text{س} \geq -٢ \\ \text{س} < -٢ \end{array} \right\} = | \text{س} - ٤ |$$

التمثيل:



تمارين ومسائل:

(١) إذا كان: ق(س) = $|س - ٣|$ ، هـ(س) = $|س - ٢|$ ، أجد:

ق(٢)، ق(-٥)، هـ(-١)، هـ(٠)، ق($\frac{٢}{٣}$)

(٢) (١) أعيدُ تعريف الاقترانات الآتية، دون استخدام رمز القيمة المطلقة وأمثلها بيانياً:

أ) ق(س) = $|س + ٢|$ ب) ق(س) = $|س - ٤|$

جـ) ق(س) = $|س + ٣|$ د) ق(س) = $|س - \frac{١}{٢}|$

(٢) أجد مجال ومدى وأصفار الاقترانات السابقة.

(٤) أعيد تعريف كل من ثم أمثلها في المستوى الديكارتي:

أ) ق(س) = $|س - ٥|$ ب) ق(س) = $|س - ٦ + ٥|$

مهمة تقويمية:

أمثل منحنى كلٍّ من الاقترانات الآتية باستخدام التحويلات الهندسية:

أ) ق(س) = $|س + ٢|$ ب) ق(س) = $|س|$

جـ) ق(س) = $|س - ٣| + ٢$

اقتران أكبر عدد صحيح (Greatest Integer Function)

٧

تعريف: أكبر عدد صحيح للعدد الحقيقي s : هو أكبر عدد صحيح أقل من أو يساوي العدد s ، ويُرمز له بالرمز $[s]$.



أكمل الجدول الآتي :

$[0, 7-]$	$[18, 5-]$	$[68]$	$[1, 6-]$	$[27-]$	$[7, 3-]$	$[32]$	$[59, 9]$	$[22, 5]$
		68			8-			22

أتعلم: لكل $s \in \mathbb{R}$ ، $[s] = n$ ، حيث $n \leq s < n+1$ ، $\exists n \in \mathbb{Z}$.
إذا كان $q = [s + b]$ ، فإن $[s + b] = n$ ، حيث $n \leq s + b < n+1$.

مثال (١): أحل المعادلة: $7 = [s^2 + 1]$

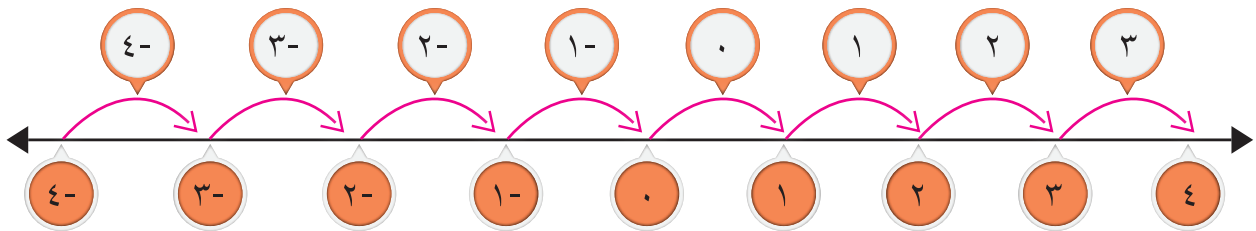
الحل: $7 \leq s^2 + 1 < 8$

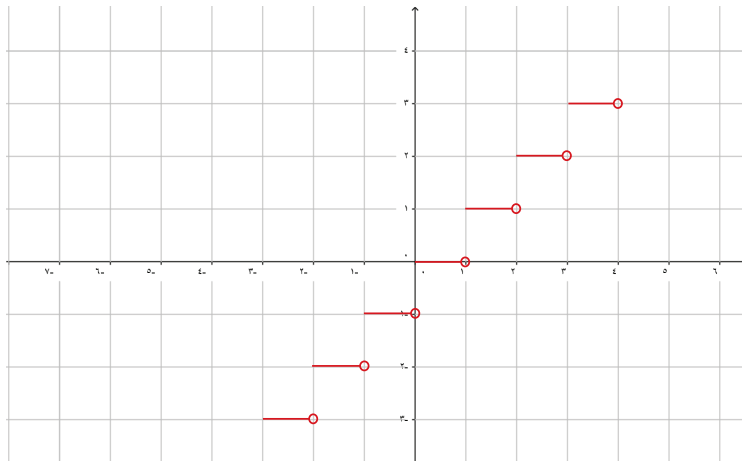
$6 \leq s^2 < 7$ ومنها $3 \leq s < 3.5$

مثال (٢): أكتب $q = [s]$ ، باعتباره اقتراناً متعدد القاعدة، ثم أمثله في المستوى الديكارتي.

الحل: أصفار الاقتران هي: $[s] = 0$ صفر: صفر $\leq s < 1$

طول الفترة الجزئية: صفر $\leq s < 1$ يساوي ١





$$\left. \begin{array}{l} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 2- \geq s > 1- \\ 1- \geq s > 0 \\ 0 \geq s > -1 \\ 1 \geq s > -2 \\ 2 \geq s > -3 \\ \cdot \end{array} \right\} = (s)$$

ألاحظ: . نظراً لشكل منحنى الاقتران في المستوى يُطلقُ عليه الاقتران السُّلمي

. يسمى المقدار $\frac{1}{| \text{معامل } s |}$ طول درجة الاقتران

أكتبُ الاقتران: ق(س) = [2س]، باعتباره اقتراناً متعدد القاعدة، في الفترة [١- ، ١]

. طول الدرجة = $\frac{1}{2}$

. أصفار الاقتران: [2س] = صفر إذن صفر $2 \geq s > 1$

. أكتبُ ق(س) باعتباره اقتراناً متعدد القاعدة = { }

. أمثلُ منحنى الاقتران بيانياً.



أكتبُ الاقتران الذي قاعدته: ق(س) = $[\frac{1}{4}s - 3]$ ، في الفترة [٧- ، ٢-] ، باعتباره

اقتراناً متعدد القاعدة، ثم أمثلُه بيانياً في المستوى الديكارتي.

. طول درجة الاقتران ق =

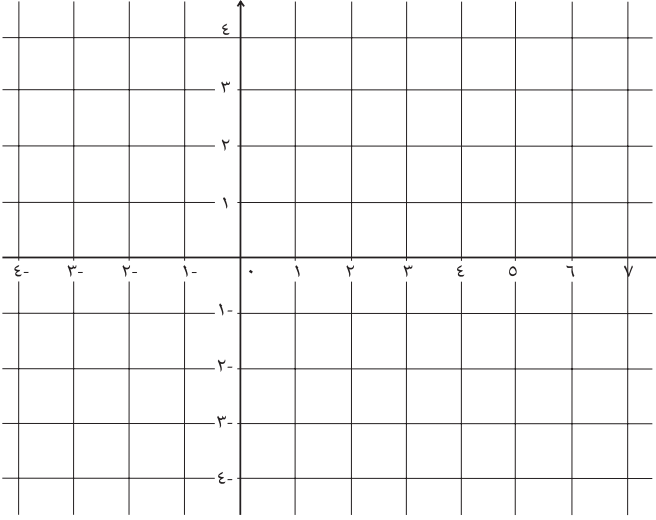
. أصفار الاقتران: $[\frac{1}{4}s - 3] = \text{صفر} \Leftrightarrow \text{صفر} \geq \frac{1}{4}s - 3 > 1$

وعليه: $s >$ $\geq$



. أكتبُ الاقتران ق(س)، باعتباره اقتراناً متعدد القاعدة:

$$\left. \begin{array}{l} \vdots \\ ١ \text{ ، } ٢ > س \geq ٤ \\ ٠ \text{ ، } ٤ > س \geq ٦ \\ -١ \text{ ، } ٦ > س \geq ٧ \end{array} \right\} = \text{ق(س)}$$



. أمثلُ منحنى الاقتران، في المستوى الديكارتي.

أُتعلَّمُ: الاقتران ق(س) = [-س] هو انعكاس للاقتران ق(س) = [س] في محور الصّادات.

تمارين ومسائل:

(١) أحلّ المعادلات الآتية:

أ () $٤ = [١ + ٣س]$

ب () $٤- = [٣ - ٢س]$

(٢) أمثلُ كلَّ من الاقترانات الآتية ؟

أ () ق(س) = $[١٠ - ٥س]$

ب () هـ(س) = $[٣ - س]$

ج () ق(س) = $[٢ + \frac{١}{٣}س]$

ورقة عمل:

عزيزي الطالب: أجب عن الأسئلة الآتية.

السؤال الأول:

أضع دائرةً حول رمز الإجابة الصحيحة فيما يأتي:

(١) أيُّ من الاقترانات الآتية اقترانٌ فرديٌّ ؟

- أ () ق (س) = س^٢ - س^٣ ب () هـ (س) = $\sqrt{s}$
ج () ل (س) = ١ - س^٢ د () ع (س) = س^٢ + س^٣

(٢) أيُّ من الاقترانات الآتية اقترانٌ زوجيٌّ ؟

- أ () ق (س) = س^٣ ب () هـ (س) = س^٥ - س^٥
ج () ل (س) = س^٤ - ١ د () ع (س) = س^٤ + س^٤

(٣) ما قاعدة الاقتران الناتجة من انسحاب منحنى ق (س) وحدتين إلى اليسار، ثم وحدتين إلى الأعلى ؟

- أ () ق (س) + ٤ ب () ق (س) - ٤ ج () ق (س) + (٢ + ٢) د () ق (س) - (٢ - ٢)

(٤) ما صورة منحنى ق (س) المعكوس في محور السينات، من منحنيات الاقترانات الآتية ؟

- أ () ق (-س) ب () -ق (-س) ج () -ق (س) د () ق (س - ١)

(٥) أيُّ من العبارات الآتية عبارة صائبة ؟

- أ () محور السينات محور تماثل للاقتران الفردي. ب () محور الصادات محور تماثل للاقتران الفردي.
ج () محور السينات محور تماثل للاقتران الزوجي. د () محور الصادات محور تماثل للاقتران الزوجي.

(٦) ما طول درجة الاقتران ق (س) = [٣ - ٢س] ؟

- أ () $\frac{1}{3}$ ب () $\frac{1}{2}$ ج () ٢ د () ١

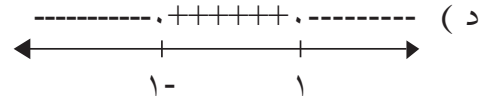
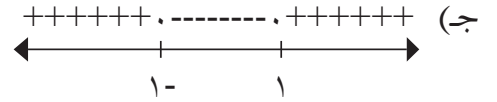
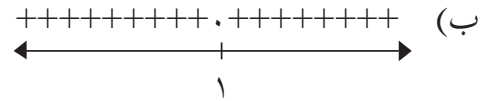
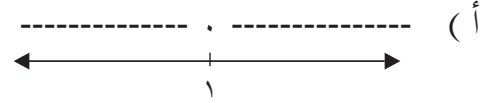
(٧) أيُّ من الاقترانات الآتية اقترانٌ نسبيٌّ ؟

- أ () $\frac{3}{\sqrt{s}}$ ب () $\frac{s - \frac{1}{2}}{s}$ ج () $\frac{1}{s}$ د () $\sqrt{\frac{s-1}{s}}$

(٨) محور تماثل ق(س) = $|10 - 2س|$ ، هو الخط المستقيم:

- أ) $س = ٥$ ب) $س = -٥$ ج) $ص = ٥$ د) $ص = -٥$

(٩) أيُّ من الآتية خطُّ إشارة الاقتران ق(س) = (س - ١) (١ - س) ؟



(١٠) ليكن: ق(س) = $|٣س + ٤|$ فما قيمة ق(-٣) ؟

- أ) -٥ ب) ٣ ج) ٥ د) ١٣

السؤال الثاني:

أمثِّلُ منحنياتِ الاقتراناتِ الآتيةَ بيانيّاً مستعيناً بالتحويلات الهندسية الملائمة:

أ) ت(س) = $س^٢ + ٣$ ب) ه(س) = $(س + ٣)^٢$

ج) ل(س) = $-(س^٢ - ١)$ د) ع(س) = $\sqrt{س - ٤}$ ، $س \leq ٤$

السؤال الثالث:

أبحثُ في إشارة كلٍّ من الاقترانات الآتية:

أ (ل(س) = $s^2 + s^3 + 2$

ب (م(س) = $8 - s^2$

ج (ق(س) = $\frac{ل(س)}{م(س)}$ ، م(س) $\neq$ صفر.

السؤال الرابع:

أكتبُ الاقترانات الآتية، باعتبارها اقتراناتٍ متعدّدة القاعدة ثم أمثلها في المستوى الديكارتي:

ب (ل(س) = $|s^2 - 25|$

أ (ق(س) = $|s^2 + 6|$

د (ع(س) = $[5 - \frac{1}{3}s]$

ج (ك(س) = $[\frac{1}{2}s - 3]$

اختبار ذاتي

السؤال الأول: اختر رمز الإجابة الصحيحة فيما يأتي :

(١) أحد الاقترانات الآتية ليس اقتراناً زوجياً:

(أ) $ق(س) = س^2$ (ب) $ق(س) = س^2 + ٢$ (ج) $ق(س) = س^٤ - ٣$ (د) $ق(س) = (س-١)^2$

(٢) إشارة الاقتران $ق(س) = -\pi$ هي:

(أ) موجبة عندما $س < ٠$ (ب) سالبة عندما $س \exists ح$

(ج) موجبة عندما $س \exists ح$ (د) سالبة عندما $س > ح$

(٣) محور تماثل الاقتران $ق(س) = ١٠ - ٢|س|$ هو:

(أ) $ص = ٥$ (ب) $ص = -٥$ (ج) $س = ٥$ (د) $س = ٠$

(٤) العدد الذي ينتمي إلى مجموعة حل $[١ - س٣] = ٢$

(أ) $١ -$ (ب) $\frac{٤}{٣}$ (ج) $١, ٢$ (د) ٢

(٥) قيم $س$ التي تجعل $ق(س) = ٨ - ٤س$ فوق محور السينات هي:

(أ) $س \leq ٢$ (ب) $س \in [-\infty, ٢]$ (ج) $س \in [٢, \infty]$ (د) $س = ٢$

(٦) قاعدة الاقتران الممثل بيانياً كما في الشكل المجاور:

(أ) $ق(س) = |س^٢ - ٢س - ١|$ (ب) $ق(س) = -|س - ٢ - ١|$

(ج) $ق(س) = -|س - ٢ + ١|$ (د) $ق(س) = |س - ٢ - ١|$

(٧) إذا كان $ق(س) = [٣ + ٢س]$ ، فإن طول الدرجة يساوي :

(أ) ٣ (ب) ٢ (ج) $\frac{١}{٢}$ (د) $\frac{١}{٣}$

(٨) انعكاس النقطة $(٢-، ٥)$ في محور الصادات هي :

(أ) $(٢-، ٥-)$ (ب) $(٢، ٥-)$ (ج) $(٢، ٥)$ (د) $(٢-، ٥)$

(٩) إشارة الاقتران $ق(س) = -\pi$:

(أ) موجبة دائماً. (ب) سالبة دائماً. (ج) لا يمكن التحديد. (د) موجبة فقط عند π

(١٠) أحد هذه الاقترانات فردي :

(أ) $س^٢ + س^٢$ (ب) $س^٣ - س + ١$ (ج) $س^٢ + س$ (د) $س(١+س)^٢$

(١١) منحنى الاقتران $ق(س) = \sqrt{١+س}$ هو انسحاب لمنحنى الاقتران $هـ(س) = \sqrt{س}$ بمقدار وحدة واحدة إلى:

(أ) اليمين . (ب) اليسار . (ج) الأعلى . (د) الأسفل .

١٢) الفترة $[-2, 0]$ هي مجموعة حل المعادلة :

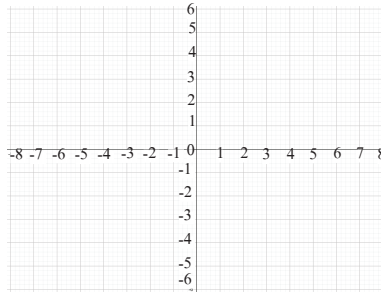
أ) $1 = \left[\frac{1}{3} \text{ س} \right]$ ب) $0 = \left[\frac{1}{3} \text{ س} \right]$ ج) $2 = \left[\text{س} \right]$ د) $1 = \left[2 \text{ س} \right]$

السؤال الثاني:

١) أثبت جبرياً أنَّ الاقتران الآتي اقتران فردي : هـ $(\text{س}) = \text{س}^2$

٢) بيّن عددياً هل الاقتران الآتي (زوجي، فردي، غير ذلك): ق $(\text{س}) = \text{س}^2 + 2 \text{ س} + 1$

٣) وضح بالرسم بياناً إذا كان الاقتران ق $(\text{س}) = (\text{س} + 1)^2 + 2$ فردياً أم زوجياً، أم غير ذلك.



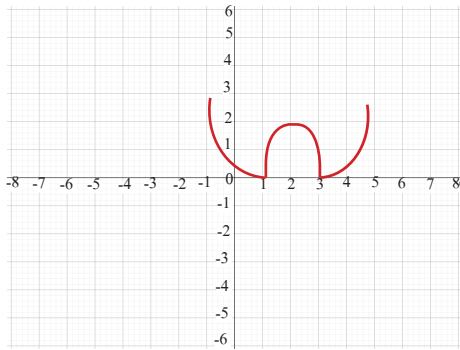
السؤال الثالث:

أ) بالاعتماد على الشكل المجاور أجب عما يأتي :

أ) ما أصفار الاقتران؟

ب) ما مدى الاقتران؟

ج) ما قاعدة الاقتران؟



ب) إذا علمت أن ل $(\text{س}) = [2 \text{ س} - 1]$ ، أجب عما يأتي :

أ) أعد تعريف الاقتران.

ب) مثل الاقتران بياناً.