

التحويلات الهندسية

$$|s| = (s), \sqrt{s} = (s), \sqrt[3]{s} = (s), \sqrt[4]{s} = (s), \sqrt[5]{s} = (s), \sqrt[6]{s} = (s)$$

وه (س) = [س] ، وه (س) = ه^س ، وه (س) = $\frac{1}{س}$ لأننا سنعتمد على هذه الإقترانات لرسم إقترانات أخرى

فمثلاً يمكن رسم منحني الإقتران $v = (s - 3)^2 + 5$ اعتماداً على منحني الإقتران $w = (s)$ s^2

و رسم منحني الإقتران هـ (س) = $\sqrt{٢ + س}$ اعتماداً على منحني الإقتران و (س) = $\sqrt{س}$

و رسم منحني الإقتران لـ (س) = $\sqrt[3]{s}$ - ٤ إعتماًداً على منحني الإقتران و (س) = $\sqrt[3]{s}$

ورسم منحني الإقتران $v = |s - 3| + \frac{1}{4}$ اعتماداً على منحني الإقتران $w(s) = |s|$ وكل ذلك بطريقة

بسيطة بدون تكوين جداول وتعويض . وفيما يلي ملخص بجميع التحويلات الهندسية

١ الإقتران $ه(س) = ه(س) + ج$ ، $ج < ٠$ عبارة عن إنسحاب للمنحنى $ه(س)$ بمقدار $ج$ وحدة للأعلى .

مثال الإقتران ν (س) = س² + ٢ عبارة عن إنسحاب لمنحني الإقتران س² وحدتين للأعلى

٢ الإقتران $هـ(س) = هـ(س) - ج$ ، $ج < ٠$ عبارة عن إنسحاب للمنحنى $هـ(س)$ بمقدار $ج$ وحدة للأسفل .

مثل الإقتران φ (س) = $\sqrt{s-3}$ عبارة عن إنسحاب لمنحنى الإقتران $\sqrt{s}$ ثلاث وحدات للأسفل

٣ الإقتران $\varphi(s) = h(s + j)$ ، $j < 0$ ، عبارة عن إنسحاب للمنحنى $h(s)$ بمقدار j وحدة الليسار .

مثال الإقتران $\varphi(s) = (s + 2)^2$ عبارة عن إنسحاب لمنحنى الإقتران s^2 وحدتين لليسار

٤. الإقتران $\varphi = (s) = (s - j)$ ، $j < 0$ عبارة عن إنسحاب للمنحني $h(s)$ بمقدار j وحدة لليمين

مثل الإقتران φ (س) = $\sqrt[3]{s-6}$ عبارة عن إنسحاب لمنحنى الإقتران $\sqrt[3]{s}$ ٦ وحدات لليمين

٥ الإقتران $\neg (س) = هـ - (س)$ عبارة عن إنعكاس للمنحني هـ (س) في محور السينات .

مثل الإقتران $\varphi = (s) - (s^3)$ عبارة عن إنعكاس للمنحنى s^3 في محور السينات .

٦ الإقتران $\psi(s) = \psi(-s)$ عبارة عن إنعكاس للمنحنى $h(s)$ في محور الصادات .

مثل الإقتران $\varphi = (s) = (-s)$ عبارة عن إنعكاس لمنحني الإقتران s^3 في محور الصادات

ملاحظة

عزيري الطالب ممكن يمكن استخدام أكثر من تحويل هندسي لرسم منحنى الإقتران مثل منحنى الإقتران $v = - (s - 1) + 4$ لرسمه نستخدم ثلاث تحويلات كما سنوضح ذلك من خلال المثال التالي .

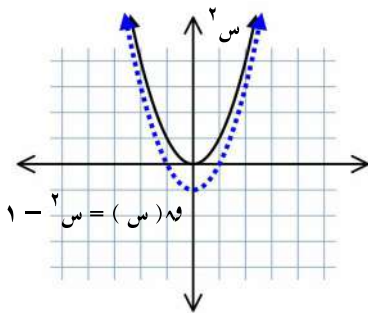


باستخدام التحويلات الهندسية مثل بياناً منحنيات الإقتارات الآتية :

$$\begin{aligned} (2) \quad & \sqrt{s} + 2 = (s) \text{ وه} \\ (4) \quad & \sqrt{s} - 2 = (s) \text{ وه} \\ (6) \quad & \sqrt{s} - 2(1 + s) = \text{ص} \\ (8) \quad & |1 - s| = (s) \text{ وه} \\ (10) \quad & 1 + (2 - s) = (s) \text{ وه} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (1) \quad & 1 - s^2 = (s) \text{ وه} \\ (3) \quad & (s^2) - = (s) \text{ وه} \\ (5) \quad & \sqrt{s} - 2 + 3 = (s) \text{ وه} \\ (7) \quad & 4 - s^3 - 2 = (s) \text{ ل} \\ (9) \quad & 2 - |4 - s^2| = (s) \text{ م} \end{aligned}$$

الحل

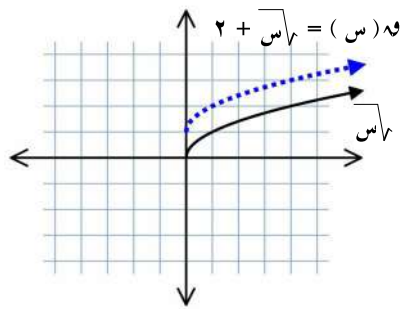


$$(1) \quad 1 - s^2 = (s) \text{ وه}$$

لا حظ أن وه (س) عبارة عن الإقتار s^2 مطروح منه ١

وهو يخضع للتحويل الهندسي وه (س) ه = (س) - ج

⇐ وه (س) يمكن رسمه اعتماداً على الإقتار s^2 وذلك بانسحاب منحنى s^2 وحدة للأسفل



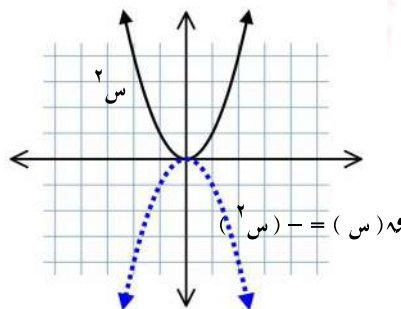
$$(2) \quad \sqrt{s} + 2 = (s) \text{ وه}$$

لا حظ أن وه (س) عبارة عن الإقتار $\sqrt{s}$ مضاف له ٢

وهو يخضع للتحويل الهندسي وه (س) ه = (س) + ج

⇐ وه (س) يمكن رسمه اعتماداً على الإقتار $\sqrt{s}$

وذلك بإزاحة منحنى $\sqrt{s}$ وحدتين للأعلى



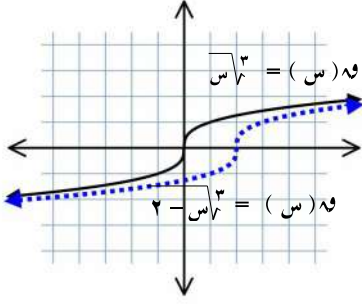
$$(3) \quad (s^2) - = (s) \text{ وه}$$

لا حظ أن وه (س) عبارة عن الإقتار s^2 مضروب في سالب

وهو يخضع للتحويل الهندسي وه (س) ه = (س) - ج

⇐ وه (س) عبارة عن منحنى s^2 معكوس في محور السينات





٤ () $y = x^3 - 2$

هـ (س) هو يخضع للتحويل الهندسي هـ (س) = هـ (س - ج)

حيث هـ (س) هنا يمثل $y = x^3$ ، ج = ٣

هـ (س) عبارة عن منحنى $y = x^3$ مزاحاً ٢ وحدة لليمين

٥ () $y = x^3 + 2 - 3$

هنا الإقتران هـ (س) عبارة عن منحنى الإقتران $y = x^3 - 2$ مزاحاً للأعلى بمقدار ٣ وحدات للأعلى

لكن الإقتران $y = x^3 - 2$ قمنا برسمه في المثال السابق

وهو عبارة عن منحنى $y = x^3$ مزاحاً ٢ وحدة لليمين

لذلك نرسم هـ (س) على ٣ خطوات

١ نرسم منحنى $y = x^3$

٢ نسحب $y = x^3$ وحدتين لليمين لرسم $y = x^3 - 2$

٣ بعد ذلك نسحب منحنى $y = x^3 - 2$ ٣ وحدات للأعلى ينتج منحنى $y = x^3 + 2 - 3$

يمكن تلخيص ما سبق بالقول بأن منحنى هـ (س) عبارة عن منحنى $y = x^3$ مزاحاً ٢ وحدة لليمين متبوعاً بإزاحة ٣ وحدات للأعلى .

٦ () $y = (x + 1)^2 - 3$

هـ (س) عبارة عن منحنى الإقتران $y = (x + 1)^2$ مزاحاً للأسفل بمقدار ٣ وحدات للأسفل

لكن الإقتران $y = (x + 1)^2$ عبارة عن منحنى الإقتران $y = x^2$ مزاحاً وحدة لليسار

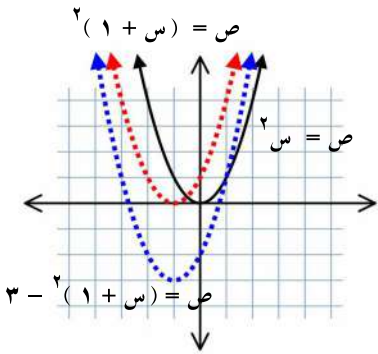
لذلك نرسم هـ (س) على ٣ خطوات

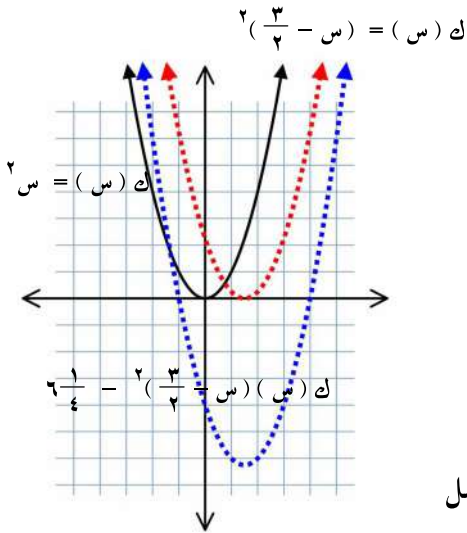
١ نرسم منحنى $y = x^2$

٢ نسحب $y = x^2$ وحدة لليسار لرسم $y = (x + 1)^2$

٣ بعد ذلك نسحب منحنى $y = (x + 1)^2$ ٣ وحدات للأسفل ينتج منحنى $y = (x + 1)^2 - 3$

نلخص ما سبق بالقول بأن منحنى هـ (س) عبارة عن منحنى $y = x^2$ مزاحاً وحدة لليسار متبوعاً بإزاحة ٣ وحدات للأسفل .





٧ () لـ () = $s^2 - 3s - 4$

نقوم بتحويل الإقتران لـ () لـ صورة يمكن إجراء

التحويلات الهندسية عليه وذلك عن طريق عملية إكمال المربع

حيث نضيف ونطرح للإقتران مربع نصف معامل س

وحيث أن معامل س = 3 فيكون مربع نصفه

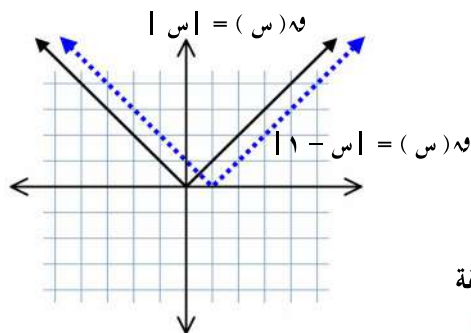
يساوي $(\frac{3}{2})^2 = \frac{9}{4}$ فيكون :

لـ () = $s^2 - 3s - 4$ وبترتيب المعادلة

= $(s^2 - 3s + \frac{9}{4}) - (\frac{9}{4} + 4)$ لاحظ القوس الأول أصبح مربع كامل

= $(s - \frac{3}{2})^2 - \frac{25}{4}$ ← منحني الإقتران لـ () عبارة عن منحني الإقتران $(s - \frac{3}{2})^2 = 0$

مزاخاً وحدة ونصف $(\frac{3}{2})$ لليمين متبوعاً بإزاحة 6 وحدات وربع $(\frac{1}{4})$ للأسفل كما هو واضح في الشكل .



٨ () لـ () = $|s - 1|$

لاحظ أن () عبارة عن الإقتران $|s|$ مزاخاً وحدة لليمين

لأنه يخضع للتحويل الهندسي $(s - 1)$ هـ () = $(s - 1)$



حل آخر

ويمكن رسم منحنيات إقتران القيمة المطلقة وذلك بإعادة تعريف القيمة المطلقة

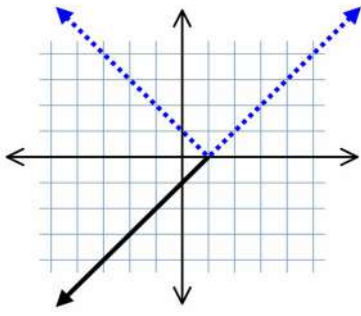
بالطريقة التي تعلمناها سابقاً

$$\left. \begin{array}{l} s \leq 1 \\ s > 1 \end{array} \right\} = \left. \begin{array}{l} 1 - s \\ s - 1 \end{array} \right\} = |s - 1|$$

فترسم على يمين العدد 1 (عندما $s \leq 0$) الإقتران $s - 1$

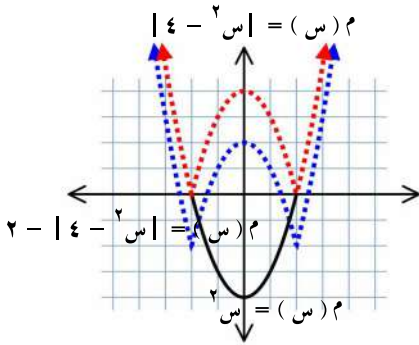
و على يسار العدد 1 (عندما $s > 0$) الإقتران $s - 1$





ويمكن رسم منحنيات إقترانات القيمة المطلقة وذلك برسم المنحنى بداخل القيمة المطلقة ثم عكس الجزء السالب منه في محور السينات (وذلك لأن القيمة المطلقة دائماً موجبة) والشكل المجاور يوضح ذلك حيث المنحنى بالخط الأسود هو منحنى $y = |x|$ والخط الأزرق المنقط هو المنحنى المطلوب $y = -|x|$ بعد عملية العكس مع العلم أن الجزء السالب من أى منحنى هو الجزء الذي يقع أسفل محور السينات

$$٩) \text{ م (س) } = |٤ - ٢\text{س}| - ٢$$



نلخص رسم ذلك المنحنى بالخطوات الآتية

لذلك نرسم $y = |٤ - ٢\text{س}|$ على ٣ خطوات

١ نرسم منحنى $y = |٤ - ٢\text{س}|$

٢ نسحب $y = |٤ - ٢\text{س}|$ أربع وحدات للأسفل لرسم $y = |٤ - ٢\text{س}| - ٢$

٣ نعكس الجزء السالب من المنحنى $y = |٤ - ٢\text{س}| - ٢$ في محور السينات لرسم $y = -|٤ - ٢\text{س}| - ٢$

٤ نسحب المنحنى السابق $y = -|٤ - ٢\text{س}| - ٢$ وحدتين للأسفل لنحصل على منحنى الإقتران $y = -|٤ - ٢\text{س}| - ٢$

$$١٠) \text{ م (س) } = |١ + (٢ - \text{س})\text{ه}|$$

$y = |١ + (٢ - \text{س})\text{ه}|$ عبارة عن منحنى $y = |١ + (٢ - \text{س})\text{ه}|$ مزاحاً وحدتين لليمين متبوعاً بإزاحة وحدة للأعلى

