الإجابات النموذجية
لامتحانات الرياضيات الوزارية 2024

العلمي (الجلسة 1)

أ. صبري شلالفة

الإجابة النموذجية لامتحان الرياضيات الوزاري (2024)

العلمي (I)

الأستاذ: صبري نعمان شلالفة (0595582563)

السؤال الأول:

① $ق(س) = س\,|س|$

$ق(س) = \begin{cases} س^٢ & : س \geq ٠ \\ -س^٢ & : س < ٠ \end{cases} \Leftarrow ق'(س) = \begin{cases} ٢س & : س \geq ٠ \\ -٢س & : س < ٠ \end{cases}$

$\Leftarrow ق''(س) = \begin{cases} ٢ & : س > ٠ \\ -٢ & : س < ٠ \end{cases} \Leftarrow \boxed{(٠ ، ق(٠))\ \text{نقطة انعطاف}}$

$ق''$: − − − | + + +

---

② $ق(س) = \dfrac{م^٢(س)}{س}$ ، $ق(٤) = ١٠$ ، $ق'(٤) = ٢$

$\lim\limits_{س \to ٤} \dfrac{٣م^٢(س) - ٣م^٢(٤)}{٢س - ٨}$ ؟

أ. صبري شلالفة

$م^٢(س) = س\,ق(س) \Leftarrow م'^٢(س) = س\,ق'(س) + ق(س)$

$\Leftarrow م'^٢(٤) = ٤\,ق'(٤) + ق(٤) = ٤ \times ٢ + ١٠ = ١٨$

$\lim\limits_{س \to ٤} \dfrac{٣م^٢(س) - ٣م^٢(٤)}{٢س - ٤} = \lim\limits_{س \to ٤} \dfrac{٣م'^٢(س)}{٢} = \dfrac{٣ \times م'^٢(٤)}{٢} = \dfrac{٣ \times ١٨}{٢} = \boxed{٢٧}$

---

③ $ق^٢(س^٣ + ١) = ٢س$ ، $ق(س) > ٠$ ، $ق'(٩)$ ؟

$س^٣ + ١ = ٩ \Leftrightarrow س^٣ = ٨ \Leftarrow س = ٢$

$٢ق(س^٣+١)\,ق'(س^٣+١) \cdot ٣س^٢ = ٢$

$\cancel{٢}\,ق(٩)\,ق'(٩) \cdot ٣(٢)^٢ = \cancel{٢}$

$\sqrt{٢(٢)}\ ق'(٩) \cdot ١٢ = ١$

$٢٤\,ق'(٩) = ١ \Leftarrow \boxed{ق'(٩) = \dfrac{١}{٢٤}}$

الإجابة النموذجية لامتحان الرياضيات الوزاري (2024)
العلمي (I)

الأستاذ: صبري نعمان شلالفة (0595582563)

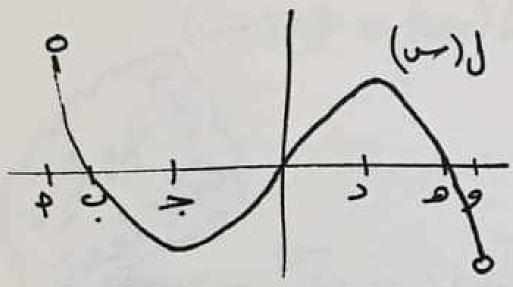
④ ق(س) = أس² + ١ ، هـ(س) = ٢س² + ب س ، مماس مشترك عند س = ١

ق'(س) = ٢أس ، هـ'(س) = ٤س + ب

ق'(١) = هـ'(١) ⇐ ٢أ = ٤ + ب ⟵ (تجربة الخيارات) $\boxed{\text{أ = ٣ ، ب = ٢}}$

---

⑤ متى يكون ل(س) × ل'(س) × ل''(س) سالباً؟



نلاحظ أنه في]أ ، ب[

ل(س) > ٠ "فوق محور السينات"

ل'(س) < ٠ "متناقص"

ل''(س) > ٠ "مقعر للأعلى"

⇐ ل(س) × ل'(س) × ل''(س) مقداراً سالباً في $\boxed{\text{]أ ، ب[}}$

---

⑥ ق(س) = س³ + ب س² − ٧س − ١ ، نقطة انعطاف عند س = −٢

ق'(س) = ٣س² + ٢ب س − ٧

ق''(س) = ٦س + ٢ب ⇐ نقطة انعطاف في كثيرات الحدود ق''(س) = ٠

ق''(س) = ٠ ⇔ ٦س + ٢ب = ٠

"س = −٢" ٦(−٢) + ٢ب = ٠

−١٢ + ٢ب = ٠

⇐ $\boxed{\text{ب = ٦}}$

أ. صبري شلالفة

الإجابة النموذجية لامتحان الرياضيات الوزاري (2024)

العلمي (I)

الأستاذ: صبري نعمان شلالفة (0595582563)

⑦ س = جاص ، $\left(\frac{دص}{دس}\right)^2$ ؟

$١ = جتاص \cdot \frac{دص}{دس} \Leftarrow \frac{دص}{دس} = \frac{١}{جتاص} = \frac{١}{\pm\sqrt{١ - جا^2ص}}$

$\Leftarrow \left(\frac{دص}{دس}\right)^2 = \boxed{\frac{١}{١ - س^2}}$

---

⑧ ق(س) = $هـ^{س} + س^2 - ٧$ ، قً(س) = ق(س)

قَ(س) = $هـ^{س} + ٢س$

قً(س) = $هـ^{س} + ٢$

ق(س) = قً(س) $\Leftrightarrow هـ^{س} + س^2 - ٧ = هـ^{س} + ٢$

$\Leftrightarrow س^2 - ٧ = ٢$

$\Leftrightarrow س^2 = ٩ \Leftrightarrow س = \boxed{\pm ٣}$

أ. صبري شلالفة

---

⑨ ق(س) = $(س+١)^3(٢س-٥)^4$ ، س ∈ [٠، ١٠]

قَ(س) = $(س+١)^3 \times ٤(٢س-٥)^3 \times ٢ + (٢س-٥)^4 \times ٣(س+١)^2$

$= (س+١)^2(٢س-٥)^3\left[٨ \times (س+١) + ٣ \times (٢س-٥)\right]$

$= (س+١)^2(٢س-٥)^3(١٤س-٧)$

قَ(س) = ٠ $\Leftrightarrow$ س = −١ مرفوض أو س = $\frac{٥}{٢}$ مقبول أو س = $\frac{١}{٢}$ مقبول

$\Leftarrow$ قيم س التي يكون عندها للاقتران ق(س) نقط حرجة هي:

$\boxed{\{٠٫٥ ، ٢٫٥ ، ١٠\}}$

③

الإجابة النموذجية لامتحان الرياضيات الوزاري (2024)

العلمي (I)

الأستاذ: صبري نعمان شلالفة (0595582563)

١٠) إذا ع(س) = لو$_{هـ}$ ق(س) ، ق(٥) = هـ · ق(١) ، أوجد $\frac{\Delta ع}{\Delta س}\Big|_{[١، ٥]}$ = ؟

$$\frac{\Delta ع(س)}{\Delta س} = \frac{لو_{هـ} ق(٥) - لو_{هـ} ق(١)}{٥ - ١} = \frac{لو_{هـ}\left(\frac{ق(٥)}{ق(١)}\right)}{٤} = \frac{١}{٤} \times لو_{هـ} هـ = \boxed{\frac{١}{٤}}$$

السؤال الثاني:

أ. صبري شلالفة

أ) ق(س) = س^{٢} + ٢ لو$_{هـ}$ س ، س ∈ [٠، ٤]

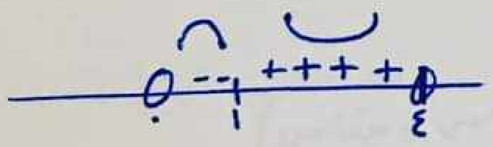
١) فترات التقعر للأعلى وللأسفل على [٠، ٤]

$$ق'(س) = ٢س + \frac{٢}{س} \Leftarrow ق''(س) = ٢ - \frac{٢}{س^{٢}}$$

$$ق''(س) = ٠ \Leftrightarrow ٢ = \frac{٢}{س^{٢}} \Leftrightarrow س^{٢} = ١ \Leftrightarrow س = \pm ١$$ لكن −١ مرفوض

⇐ ق(س) مقعر للأعلى في [١، ٤].

ق(س) مقعر للأسفل في]٠، ١]



٢) نقط الانعطاف

⇐ لدى ق(س) نقطة انعطاف (١، ١) لأن اتجاه التقعر تغير بتغير إشارة المشتقة الثانية حول س = ١.

ب) ص = ق(س) = $\frac{س\, هـ^{٦س}}{جاس}$ ، $\frac{دص}{دس}$ عند س = $\frac{\pi}{٢}$.

$$\frac{دص}{دس} = \frac{(جاس)(٦س\, هـ^{٦س} + هـ^{٦س}) + (س\, هـ^{٦س})(جتاس)}{جا^{٢}س}$$

$$\frac{دص}{دس}\Big|_{س=\frac{\pi}{٢}} = \frac{(١)\left(٦ \times \frac{\pi}{٢} هـ^{٦(\frac{\pi}{٢})} + هـ^{٦(\frac{\pi}{٢})}\right) + \left(\frac{\pi}{٢} هـ^{٦(\frac{\pi}{٢})}\right)(٠)}{(١)^{٢}} = \boxed{٣\pi\, هـ^{٣\pi} + هـ^{٣\pi}}$$

الأستاذ: صبري نعمان شلالفة (0595582563)

ج) $ق(س) = س^3 + ٤س - ٢$ ، $هـ(س) = \sqrt{أس}$ ، $(ق \circ هـ)'(٢) = ١٨$

$ق'(س) = ٣س^2 + ٤$ $\qquad$ $هـ'(س) = \frac{أ}{٢\sqrt{أس}}$

$ق''(س) = ٦س$

$(ق \circ هـ)'(س) = ق''(هـ(س)) \times هـ'(س)$

$(ق \circ هـ)'(٢) = ق''(هـ(٢)) \times هـ'(٢)$

$١٨ = ق''(\sqrt{٢أ}) \times \frac{أ}{٢\sqrt{٢أ}}$

$١٨ = ٦\sqrt{٢أ} \times \frac{أ}{٢\sqrt{٢أ}} \Leftarrow \boxed{أ = ٦}$

أ. صبري شلالفة

السؤال الثالث:

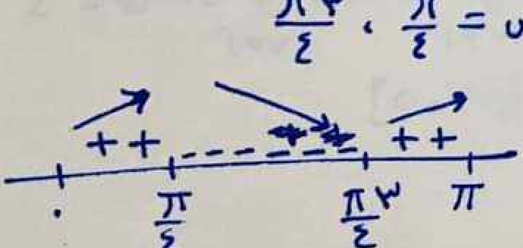
أ) $ق(س) = ٣ جاس جتاس$ ، $س \in [٠ ، \pi]$

١) فترات التزايد والتناقص

$ق'(س) = ٣(جاس \times -جاس + جتاس \times جتاس)$

$ق'(س) = ٠ \Leftarrow -جا^2س + جتا^2س = ٠$

$\Leftarrow ظا^2س = ١ \Leftarrow س = \frac{\pi}{٤} ، \frac{٣\pi}{٤}$



$\Leftarrow$ ق(س) متزايد في $[٠ ، \frac{\pi}{٤}] \cup [\frac{٣\pi}{٤} ، \pi]$

ق(س) متناقص في $[\frac{\pi}{٤} ، \frac{٣\pi}{٤}]$.

٢) القيم القصوى المحلية والمطلقة

$ق(٠) = ٠$ "صغرى محلية"

$ق(\frac{\pi}{٤}) = \frac{٣}{٢}$ "عظمى مطلقة"

$ق(\frac{٣\pi}{٤}) = -\frac{٣}{٢}$ "صغرى مطلقة"

$ق(\pi) = ٠$ "عظمى محلية"

الإجابة النموذجية لامتحان الرياضيات الوزاري (2024)
العلمي (I)

الأستاذ: صبري نعمان شلالفة (0595582563)

ب) ص² + ٢ س ص = ١٢ ، ع = ٣ص − ص² + ٥ ، $\frac{دع}{دس}\Big|_{ص=٢}$

(٢)² + ٢س(٢) = ١٢

٤س = ٨

س = ٢

٢ص $\frac{دص}{دس}$ + ٢(س $\frac{دص}{دس}$) + ٢ص = ٠

$\frac{دص}{دس}$ (٢ص + ٢س) = −٢ص

⟸ $\frac{دص}{دس} = \frac{-ص}{ص+س}$

$\frac{دع}{دص}$ = ٣ − ٢ص

$\frac{دع}{دس}\Big|_{ص=٢} = \frac{دع}{دص}\Big|_{ص=٢} \times \frac{دص}{دس}\Big|_{س=٢}$

= (٣ − ٢(٢)) $\left(\frac{-٢}{٢+٢}\right)$

= −١ × $-\frac{١}{٢}$

= $\boxed{\frac{١}{٢}}$

ج) ق(س) = { ٥ − س² : −٣ ≤ س ≤ ١
            { ٦ − ٢س : ١ < س ≤ ٥

أ. صبري شلالفة

أولاً: ق(س) متصل في [−٣، ١[لأنه كثير حدود

ق(س) متصل في]١، ٥] لأنه كثير حدود

ثانياً: ق(س) متصل عند س = ١ لأن $\underset{س \to ١^+}{نها}$ ق(س) = $\underset{س \to ١^-}{نها}$ ق(س) = ٤

وبالتالي فإن ق(س) متصل على [−٣، ٥]

ق′(س) = { −٢س : −٣ < س ≤ ١
            { −٢ : ١ < س < ٥

ثالثاً: ق′(١)⁺ = ق′(١)⁻ = −٢ إذن ق(س) قابل للاشتقاق على]−٣، ٥[

رابعاً: ق′(س) = ٠ ⟸ −٢س = ٠ ⟸ س = ٠ ∈]−٣، ١] ⊆]−٣، ٥[

⟸ جـ = ٠ التي تعينها النظرية

الإجابة النموذجية لامتحان الرياضيات الوزاري (2024)
العلمي (I)

الأستاذ: صبري نعمان شلالفة (0595582563)

السؤال الرابع :

أ) ق(س) = جاس + جا٢س ، جد معادلة العمودي عندما س = $\frac{\pi}{٢}$.

ق̀(س) = جتاس + ٢جتا٢س ⇐ ق̀($\frac{\pi}{٢}$) = جتا $\frac{\pi}{٢}$ + ٢جتا π = -٢

⇐ ميل المماس = -٢ ⇐ ميل العمودي = + $\frac{١}{٢}$

ق($\frac{\pi}{٢}$) = جا $\frac{\pi}{٢}$ + جا π = ١

أ. صبري شلالفة

⇐ المعادلة : ص = م$_{\text{عمودي}}$ (س - س$_١$) + ص$_١$

ص = $\frac{١}{٢}$ (س - $\frac{\pi}{٢}$) + ١

⇐ $\boxed{\text{ص} = \frac{١}{٢}\text{س} - \frac{\pi}{٤} + ١}$

ب) ق(٠) = ٠ ، ق̀(٠) = ٧ ، ق كثير حدود ، جد نها$_{\text{س} \to ٠}$ $\frac{\text{هـ}^{\text{ق(س)}} - \text{هـ}^{\text{س}}}{٢\text{لو}_{\text{هـ}}(\text{س}+١) - \text{س}}$

نها$_{\text{س} \to ٠}$ $\frac{\text{هـ}^{\text{ق(س)}} - \text{هـ}^{\text{س}}}{٢\text{لو}_{\text{هـ}}(\text{س}+١) - \text{س}}$ = نها$_{\text{س} \to ٠}$ $\frac{\text{ق̀(س)}\,\text{هـ}^{\text{ق(س)}} - \text{هـ}^{\text{س}}}{\frac{٢}{\text{س}+١} - ١}$ = $\frac{٧ \times \text{هـ}^{٠} - \text{هـ}^{٠}}{\frac{٢}{١+٠} - ١}$

= $\boxed{٦}$

ج) ق(س) = - $\frac{١}{٢}$ س^٣ + ٣س^٢ + ع(س) ، (٢،١) انعطاف أفقي للاقتران ق(س) ، ل(س) = ع^٢(س) + س^٢ ، أوجد ل̀(٢) ؟

ق(٢) = - $\frac{١}{٢}$ (٢)^٣ + ٣(٢)^٢ + ع(٢) = ١

-٤ + ١٢ + ع(٢) = ١ ⇐ ع(٢) = -٧

ق̀(س) = - $\frac{٣}{٢}$ س^٢ + ٦س + ع̀(س)

ق̀(٢) = - $\frac{٣}{٢}$ (٢)^٢ + ٦(٢) + ع̀(٢) = ٠

-٦ + ١٢ + ع̀(٢) = ٠ ⇐ ع̀(٢) = -٦

ق̋(س) = -٣س + ٦ + ع̋(س)

ق''(٢) = −٣(٢) + ٦ + ع''(٢) = ٠ ⟸ ع''(٢) = ٠

ل(س) = ع²(س) + س²

ل'(س) = ٢ع(س)ع'(س) + ٢س

ل''(س) = ٢ع(س)ع''(س) + ٢(ع'(س))² + ٢

⟸ ل''(٢) = ٢ع(٢)ع''(٢) + ٢(ع'(٢))² + ٢

= ٠ + ٢(−٦)² + ٢ = $\boxed{٧٤}$

أ. صبري شلالفة

السؤال الخامس:

أ) Δق(س)/Δس = ٤ ، هـ(س) = س² ق(س) − ٢س ، هـ(س) يمر بالنقطة (٣، ١٢).

هـ(٣) = (٣)² ق(٣) − ٢(٣) = ٩ ق(٣) − ٦ = ١٢

⟸ ٩ ق(٣) = ١٨ ⟸ ق(٣) = ٢

Δق(س) = ٤ Δس ⟸ ق(٣) − ق(١) = ٤(٣ − ١)

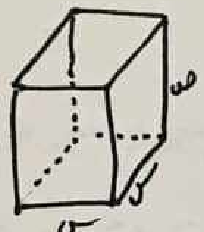
⟸ ٢ − ق(١) = ٨

⟸ ق(١) = −٦

⟸ Δهـ(س)/Δس = (هـ(٣) − هـ(١))/(٣ − ١) = (١٢ − ((١)² ق(١) − ٢(١)))/٢

= (١٢ − (−٦ − ٢))/٢ = $\boxed{١٠}$

ب) التكلفة = ٤٨ دينار



تكلفة المتر المربع من القاعدة = ١٦ دينار

تكلفة المتر المربع من الجانب = ٤ دينار

أوجد الأبعاد بحيث تكون السعة أكبر ما يمكن.

أ. صبري شلالفة

$$١٦\,\text{س} \times \text{س} + ٤ \times ٤ \times \text{س} \times \text{ص} = ٤٨$$

$$\Leftarrow \text{س}^{٢} + \text{س}\,\text{ص} = ٣$$

$$\text{السعة} = \text{ح} = \text{س} \times \text{س} \times \text{ص} = \text{س} \times (٣ - \text{س}^{٢}) \quad ، \quad \text{س} > ٠$$

$$\frac{\text{دح}}{\text{دس}} = \text{س} \times -٢\text{س} + (٣ - \text{س}^{٢}) \times ١ = ٣ - ٣\text{س}^{٢} \quad ،$$

$$\frac{\text{دح}}{\text{دس}} = ٠ \Leftarrow ٣ - ٣\text{س}^{٢} = ٠ \Leftarrow \underbrace{\boxed{\text{س} = ١}}_{\text{طول القاعدة}} \quad \text{"س} > ٠\text{"}$$

$$\Leftarrow (١)^{٢} + (١)\,\text{ص} = ٣ \Leftarrow \underbrace{\boxed{\text{ص} = ٢}}_{\text{الارتفاع}}$$

ج) $\text{ص}^{٢}(\text{س}^{٢} + ١) = ٦$ ، أثبت أن $\text{س}\,\text{ص}^{٥} + ٦\,\text{ص}^{٢}\left(\frac{\text{دص}}{\text{دس}}\right) = ٠$

$$\left(\text{ص}^{٢}(٢\text{س}) + (\text{س}^{٢} + ١) \cdot ٢\,\text{ص}\,\text{ص}' = ٠\right) \times \text{ص}$$

$$٢\,\text{ص}^{٣}\,\text{س} + \underbrace{(\text{س}^{٢} + ١) \cdot \text{ص}^{٢}}\,٢\,\text{ص}' = ٠$$

$$٢\,\text{ص}^{٣}\,\text{س} + ٦ \times ٢\,\text{ص}' = ٠$$

$$\left(\text{ص}^{٣}\,\text{س} + ٦\,\text{ص}' = ٠\right) \times \text{ص}^{٢}$$

$$\Leftarrow \text{ص}^{٥}\,\text{س} + ٦\left(\frac{\text{دص}}{\text{دس}}\right) = ٠$$

الأستاذ: صبري نعمان شلالفة (0595582563)

السؤال السادس:

أ) ق(س) = س٣ + ٢ على [١ ، ب] ، أثبت وجود جـ ∈]١ ، ب[بحيث ٣جـ٢ = ب٢ + ب + ١ باستخدام نظرية القيمة المتوسطة .

ق(س) متصل على [١ ، ب] لأنه كثير حدود

ق(س) قابل للاشتقاق على]١ ، ب[لأنه كثير حدود

⇐ ق(س) يحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة ، ولإيجاد علاقة جـ .

أ. صبري شلالفة

$$\left.\frac{\Delta\,\text{ق(س)}}{\Delta\,\text{س}}\right|_{[\text{١ ، ب}]} = \left.\frac{\text{د ق(س)}}{\text{د س}}\right|_{\text{س = جـ}}$$

$$\frac{\text{ق(ب)} - \text{ق(١)}}{\text{ب} - ١} = \text{قَ(جـ)}$$

$$\frac{(\text{ب}^{٣} + ٢) - ((١)^{٣} + ٢)}{\text{ب} - ١} = ٣\,\text{جـ}^{٢}$$

$$\frac{\text{ب}^{٣} - ١}{\text{ب} - ١} = ٣\,\text{جـ}^{٢}$$

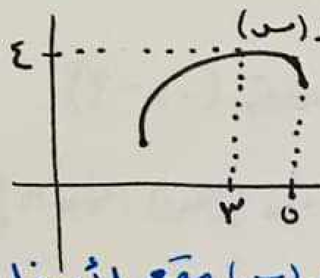
$$\frac{(\text{ب} - ١)(\text{ب}^{٢} + \text{ب} + ١)}{\text{ب} - ١} = ٣\,\text{جـ}^{٢} \Leftarrow \boxed{٣\,\text{جـ}^{٢} = \text{ب}^{٢} + \text{ب} + ١}$$

الإجابة النموذجية لامتحان الرياضيات الوزاري (2024)

العلمي (I)

الأستاذ: صبري نعمان شلالفة (0595582563)

ب) ق(س) = (٥ − هـ(س))^{3} ، ل(س) = (ق × هـَ)(س) ، أثبت أن ل(س) متناقص في]٣، ٥[



نلاحظ أن هـ(س) ≤ ٤ وعليه فإن ق(س) > ٠ في]٣، ٥[، أيضاً قَ(س) = −٣(٥ − هـ(س))^{2} هـَ(س)

وبما أن هـ(س) متناقص فإن هـَ(س) < ٠ ، أيضاً هـ(س) مقعر للأسفل وعليه فإن هـً(س) < ٠.

لَ(س) = ق(س) × هـً(س) + هـَ(س) × قَ(س)

= ق(س) × هـً(س) + هـَ(س) × −٣ × (٥ − هـ(س))^{2} × هـَ(س)

= موجب × سالب + سالب × سالب × موجب × سالب

= سالب + سالب

= سالب

لَ(س) < ٠ ⇐ $\boxed{\text{ل(س) متناقص في]٣، ٥[}}$.

أ. صبري شلالفة

جـ) ف(ن) = ن^{2}(أن + ب) + ٧ ، ع(٦) = ٠ ، تَ(٦) = ١٨

ع(ن) = ن^{2}(أ) + (أن + ب)(٢ن)

= ٣أن^{2} + ٢ب ن

ع(٦) = ١٠٨أ + ١٢ب = ٠ ⇐ $\boxed{\text{٩أ + ب = ٠}}$ ← ①

تَ(ن) = ٦أن + ٢ب

تَ(٦) = ٣٦أ + ٢ب = ١٨ ⇐ $\boxed{\text{١٨أ + ب = ٩}}$ ← ②

② − ① : ٩أ + ٠ = ٩ ⇐ $\boxed{\text{أ = ١}}$

① ⇐ ٩(١) + ب = ٠ ⇐ $\boxed{\text{ب = −٩}}$