بسم الله الرحمن الرحيم

وزارة التربية والتعليم
مديرية التربية والتعليم رام الله والبيرة
الامتحان الموحد لمحافظة رام الله والبيرة
المبحث : الرياضيات

امتحان نصف الفصل الثاني للعام الدراسي ٢٠١٧-٢٠١٨ م
الفرع : العلمي
مجموع العلامات (٦٠) علامة

الزمن : ٨٠ دقيقة
التاريخ : / ٣/ ٢٠١٨ م

ملاحظة : عدد أسئلة الورقة ٣ أسئلة ، أجب عنها جميعها

السؤال الأول : انقل رمز الإجابة الصحيحة إلى ورقة الإجابة (١٥ علامة)

(١) اذا كانت $\sigma_{.,.} = \{ا، ١، ٠,٠، ١٧، ب\}$ تجزئة منتظمة للفترة $[ا، ب]$ فما قيمة ا

أ) -٣ ب) -٢ ج) -١ د) صفر

(٢) $\int_{ا}^{١} \sqrt{هـ^{٢س} + ٢هـ^{س} + ١}\, ىس =$

أ) ١ ب) -١ ج) $-هـ$ د) هـ

(٣) اذا كان $ى(س)$ متصلا على $[١، ٣]$ و كانت $\sigma_{ن}$ تجزئة منتظمة للفترة $[١، ٣]$ بحيث ان

$ر(\sigma_{ن}، ى) = \frac{٤ن^{٢} - ٢ن}{ن^{٢}}$ و كان $\int_{٣}^{١} ٢ى(س)\, ىس = \frac{٤}{٣}$ فان قيمة ا =

أ) -٣ ب) ٣ ج) ٦ د) -٦

(٤) اذا كان $\int_{١}^{٢} \frac{س^{٢} + ٢س + ١}{س + ٢}\, ىس = ا$ ، $\int_{١}^{٢} \frac{س + ١}{س + ٢}\, ىس = ب$ ، فما قيمة ا+ب

أ) $\frac{١١}{٢}$ ب) $\frac{٥}{٢}$ ج) ١ د) $\frac{١}{٢}$

(٥) إذا كان $\int_{١}^{٣} ٢ى(س)\, ىس = ٤$ ، $\int_{٣}^{٥} ٣ى(س)\, ىس = ١٢$ فإن $\int_{٤}^{١} ٢ى(س + ١)\, ىس =$

أ) -٦ ب) ٦ ج) -١٢ د) -٢

(٦) إذا كان $\int_{ا}^{١} \left[\frac{س}{٣} + ٢\right] ىس = ١٢$ فما قيمة الثابت ا

أ) ٥ ب) ٦ ج) ٧ د) ٨

يتبع

(٧) إذا كان ق(س) متصلا ، و كان $\int_{-٢}^{٠}$ ق(س) د س = س^{٢} − ب س فإن ق(−٢) =

أ) ٠ ب) ٢ ج) ٣ د) −٢

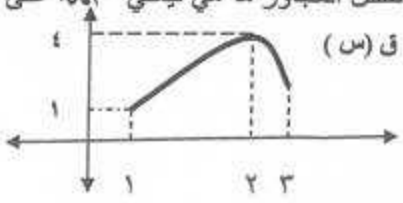
(٨) $\int_{٠}^{\frac{\pi}{٤}}$ (جا^{٤}س − جتا^{٤}س) د س =

أ) $-\frac{١}{٢}$ ب) $\frac{١}{٢}$ ج) ٢ د) −٢

(٩) إذا كان ك(س) اقتران بدائي للاقتران ق(س) ، و كان ك(س) = $\sqrt{هـ^{س}}$ + لـو$_{هـ}$(س+١) + ٣ فإن ق(٠) =

أ) $\frac{٢}{٣}$ ب) $\frac{٣}{٢}$ ج) $\frac{١}{٢}$ د) ٢

(١٠) الشكل المجاور يبين منحنى ق(س) على [٠،٣] ، بالاعتماد على الشكل المجاور ما هي قيمتي ك، ب على الترتيب اذا علمت أن ك ≤ $\int_{١}^{٣}$ (٢ق(س) + ١) د س ≤ ب



أ) ٨،٢ ب) ١٦،٤ ج) ١٨،٦ د) ٤،١

السؤال الثاني : (٢٠ علامة)

(أ) باستخدام تعريف التكامل المحدود أوجد قيمة $\int_{١}^{٣}$ (٣ − ٢س) د س معتبراً س$_{ر}$ = س$_{ر}$ (١٠ علامات)

(ب) اذا كان ق(س) =
- هـ − ١ ، ١ ≤ س < هـ
- $\frac{١}{س - ٢هـ}$ ، هـ ≤ س ≤ ٣

جد الاقتران المكامل للاقتران ق(س) على الفترة [٠،٣] . (١٠ علامات)

يتبع

السؤال الثالث : (٢٥ علامة)

(أ) أوجد التكاملات التالية : (١٦ علامات)

١) $\int جا^{٣}س (لـو_{هـ}(١+جتاس)) دس$

٢) $\int \frac{س^{٢}+٢س}{(س-١)(س-٣)} دس$

(ب)إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران ق (س) عند أي نقطة عليه يعطى بالعلاقة $\frac{١}{قتا^{٢}\frac{١}{٤}س}$. أوجد قاعدة الاقتران ق (س) علما بأن منحنى الاقتران يمر بالنقطة (١،٥) . (٩ علامات)

********** انتهت الأسئلة **********

بسم الله الرحمن الرحيم

وزارة التربية والتعليم العالي
مديرية التربية والتعليم رام الله و البيرة
الاختبار الموحد لمديرية رام الله و البيرة
الفرع العلمي/الشهرين

State of Palestine
دَوْلَة فِلَسْطِين

الإسم: **الإجابة النموذجية**
المبحث: الرياضيات
التاريخ: /٣/٢٠١٨م
مجموع العلامات: (٦٠) علامة
الزمن: حصتان صفيتان

امتحان نصف الفصل الدراسي الثاني للعام الدراسي ٢٠١٧/٢٠١٨

السؤال الأول: أنقل رمز الإجابة الصحيحة إلى دفتر الإجابة في كلٍ مما يلي: (١٠ علامات)

رقم الفرع	رمز الإجابة	الإجابة الصحيحة
١)	ج)	-١
٢)	د)	هـ
٣)	د)	-٦
٤)	ب)	$\frac{٥}{٢}$
٥)	ج)	-١٢
٦)	أ)	٥
٧)	ب)	٢
٨)	أ)	$-\frac{١}{٢}$
٩)	ب)	$\frac{٣}{٢}$
١٠)	ج)	١٨٥٦

السؤال الثاني

(أ) باستخدام تعريف التكامل المحدود أوجد قيمة $\int_{1}^{3}(3-2س)\,ds$ معتبراً $س_ر = س_ر$ (١٠ علامات)

الحل:-

$$ن(س) = 3-2س \quad \forall س \in [1,3]$$

$$ل = \frac{ب-ا}{ن} = \frac{3-1}{ن} = \frac{2}{ن}$$

$$س_ر^* = س_ر = 1+ر\frac{2}{ن}$$

$$ن(س_ر) = 3-2\left(1+ر\frac{2}{ن}\right) = 3-2-ر\frac{4}{ن} = 1-ر\frac{4}{ن}$$

$$ق(ن،ن،\sigma) = \sum_{ر=1}^{ن} ن(س_ر)\frac{ب-ا}{ن} = \sum_{ر=1}^{ن}\left(1-ر\frac{4}{ن}\right)\frac{2}{ن}$$

$$= \frac{2}{ن}\left(\sum_{ر=1}^{ن}1 - \frac{4}{ن}\sum_{ر=1}^{ن}ر\right)$$

$$= \frac{2}{ن}\left(ن - \frac{4}{ن}\left(\frac{ن(ن+1)}{2}\right)\right) = 2-4-\frac{2}{ن}$$

$$= -2-\frac{2}{ن}$$

$$\therefore \int_{1}^{3}(3-2س)\,ds = \lim_{ن\to\infty} ق(ن،ن،\sigma)$$

$$= \lim_{ن\to\infty}\left(-2-\frac{2}{ن}\right)$$

$$\boxed{= -2}$$

(ب) اذا كان $ق_هـ(س) = \begin{cases} هـ-١ & ، \ ١ \leq س < هـ \\ \dfrac{١}{س-٢هـ} & ، \ هـ \leq س \leq ٣ \end{cases}$

جد الاقتران المكامل للاقتران ق(س) على الفترة [١،٣] . (١٠ علامات)

الحل:- الحل الأول

$ق_هـ(س) = \begin{cases} هـ-١ & ، \ ١ \leq س < هـ \\ \dfrac{١}{س-٢هـ} & ، \ هـ \leq س \leq ٣ \end{cases}$

* نجد ت(س) حيث $١ \leq س < هـ$

$$ت(س) = \int_{١}^{س} (هـ-١)\,ع ص = (هـ ص - ص)\Big|_{١}^{س} = (هـ س - س) - (هـ - ١) = هـ س - س - هـ + ١$$

* نجد ت(س) حيث $هـ \leq س \leq ٣$

$$ت(س) = \int_{١}^{هـ} (هـ-١)\,ع ص + \int_{هـ}^{س} \left(\frac{١}{ص-٢هـ}\right) ع ص = (هـ ص - ص)\Big|_{١}^{هـ} + \left(لـو_{هـ}|ص-٢هـ|\right)\Big|_{هـ}^{س}$$

$$= \left(هـ^{٢} - هـ\right) - (هـ-١) + لـو_{هـ}(|س-٢هـ|) - لـو_{هـ}(|هـ-٢هـ|)$$

$$= هـ^{٢} - هـ - هـ + ١ + لـو_{هـ}(س-٢هـ) - (١)$$

$$= لـو_{هـ}(س-٢هـ) + هـ^{٢} - ٢هـ$$

$$\therefore ت(س) = \begin{cases} هـ س - س - هـ + ١ & ، \ ١ \leq س < هـ \\ لـو_{هـ}|س-٢هـ| + هـ^{٢} - ٢هـ & ، \ هـ \leq س \leq ٣ \end{cases}$$

الحل الثاني

$$ت(س)=\begin{cases}[(هـ-١)ىس & ، \ ١\geq س>هـ \\ [\left(\frac{١}{س-٢هـ}\right)ىس & ، \ هـ\geq س\geq ٣\end{cases}$$

$$ت(س)=\begin{cases}هـس-س+جـ & ، \ ١\geq س>هـ \\ لـو_{هـ}(|س-٢هـ|)+ى & ، \ هـ\geq س\geq ٣\end{cases}$$

- **ت (١) = صفر**

$$هـ\times١-١+جـ=٠ \Leftarrow \boxed{جـ=١-هـ}$$

ت (س) متصل عند $س=هـ$

$$\boxed{نهـــات(س)=نهـــات(س)}$$
$$س\to هـ^{+} \qquad س\to هـ^{-}$$

$$لـو_{هـ}|هـ-٢هـ|+ى=هـ^{٢}-هـ+١-هـ \Leftarrow \boxed{ى=هـ^{٢}-٢هـ}$$

$$ت(س)=\begin{cases}هـس-س+١-هـ & ، \ ١\geq س>هـ \\ لـو_{هـ}|س-٢هـ|+هـ^{٢}-٢هـ & ، \ هـ\geq س\geq ٣\end{cases}$$

(أ) أوجد التكاملات التالية : (١٦ علامات)

١) $\int جا^{٣}س\left(لـو_{هـ}(١+جتاس)\right)دس$ (٨ علامات)

نفرض ص $=١+جتاس \Leftarrow دص=-جاس دس \Leftarrow دس=\frac{دص}{-جاس}$

ص $=١+جتاس \Leftarrow ص-١=جتاس \Leftarrow (ص-١)^{٢}=جتا^{٢}س$

$\int جا^{٣}س\left(لـو_{هـ}(ص)\right)\frac{دص}{-جاس} \Leftarrow -\int جا^{٢}س لـو_{هـ}ص دص$

$-\int(١-جتا^{٢}س)\left(لـو_{هـ}(ص)\right)دص \Leftarrow -\int(١-(ص-١)^{٢})لـو_{هـ}ص دص$

$\boxed{-\int(١-(ص^{٢}-٢ص+١))\left(لـو_{هـ}(ص)\right)دص \Leftarrow \int(ص^{٢}-٢ص)لـو_{هـ}ص دص}$

نحل التكامل $\int(ص^{٢}-٢ص)لـو_{هـ}ص دص$ بالاجزاء

نفرض ن $=لـو_{هـ}ص \Leftarrow دن=\frac{١}{ص}دص$

$دهـ=(ص^{٢}-٢ص)دص \Leftarrow هـ=\left(\frac{ص^{٣}}{٣}-ص^{٢}\right)$

$\int(ص^{٢}-٢ص)لـو_{هـ}ص دص=\left(\frac{ص^{٣}}{٣}-ص^{٢}\right)لـو_{هـ}ص-\int\left(\frac{ص^{٣}}{٣}-ص^{٢}\right)\times\frac{١}{ص}دص$

$=\left(\frac{ص^{٣}}{٣}-ص^{٢}\right)لـو_{هـ}ص-\int\left(\frac{ص^{٢}}{٣}-ص\right)دص$

$=\left(\frac{ص^{٣}}{٣}-ص^{٢}\right)لـو_{هـ}ص-\left(\frac{ص^{٣}}{٩}-\frac{ص^{٢}}{٢}\right)+جـ$

$=\left(\frac{(١+جتاس)^{٣}}{٣}-(١+جتاس)^{٢}\right)لـو_{هـ}(١+جتاس)-\left(\frac{(١+جتاس)^{٣}}{٩}-\frac{(١+جتاس)^{٢}}{٢}\right)+جـ$

٢) $\int \frac{س^{٢}+٢س}{(س-١)(س-٣)}$ د س (٨ علامات)

الحل:- $\int \frac{س^{٢}+٢س}{(س-١)(س-٣)}$ د س $= \int \frac{س^{٢}+٢س}{س^{٢}-٤س+٣}$ د س

درجة البسط تساوي درجة المقام لذلك نلجأ للقسمة الطويلة

$$\begin{array}{r|l} س^{٢}+٢س & ١ \\ \hline س^{٢}-٤س+٣ & س^{٢}-٤س+٣ \\ \hline ٦س-٣ & \end{array}$$

$$\int \frac{س^{٢}+٢س}{(س-١)(س-٣)} \text{ د س} = \int ١ \text{ د س} + \int \frac{٦س-٣}{س^{٢}-٤س+٣} \text{ د س}$$

$$\int \frac{س^{٢}+٢س}{(س-١)(س-٣)} \text{ د س} = \boxed{س + \int \frac{٦س-٣}{س^{٢}-٤س+٣} \text{ د س}}$$

نحسب التكامل الاتي باستخدام الكسور الجزئية $\int \frac{٦س-٣}{(س-١)(س-٣)}$ د س

$$\frac{٦س-٣}{(س-١)(س-٣)} = \frac{أ}{س-١} + \frac{ب}{س-٣}$$

$$٦س-٣ = أ(س-٣)+ب(س-١)$$

$$س=٣ \Leftarrow ١٥ = ٢ب \Leftarrow \boxed{ب = \frac{١٥}{٢}}$$

$$س=١ \Leftarrow ٣ = -٢أ \Leftarrow \boxed{أ = -\frac{٣}{٢}}$$

$$\int \frac{٦س-٣}{(س-١)(س-٣)} \text{ د س} = \int \frac{-\frac{٣}{٢}}{س-١} \text{ د س} + \int \frac{\frac{١٥}{٢}}{س-٣} \text{ د س}$$

$$\int \frac{٦س-٣}{(س-١)(س-٣)} \text{ د س} = -\frac{٣}{٢} \text{لـو}_{هـ} |س-١| + \frac{١٥}{٢} \text{لـو}_{هـ} |س-٣|$$

$$\int \frac{س^{٢}+٢س}{(س-١)(س-٣)} \text{ د س} = س - \frac{٣}{٢} \text{لـو}_{هـ} |س-١| + \frac{١٥}{٢} \text{لـو}_{هـ} |س-٣| + جـ$$

(ب)إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران ق(س) عند أي نقطة عليه يعطى بالعلاقة $\frac{١}{\text{قتا}^{٢}\frac{١}{٤}س}$. أوجد قاعدة الاقتران ق(س) علما بأن منحنى الاقتران يمر بالنقطة (١٧٠) . (٩ علامات)

الحل :-

$$\frac{ص}{س} = \frac{١}{\text{قتا}^{٢}\frac{١}{٤}س} \Leftarrow ص = \frac{س}{\text{قتا}^{٢}\frac{١}{٤}س} \Leftarrow \boxed{ص = \text{جا}^{٢}\frac{١}{٤}س\,س} \quad \ldots\ldots\ldots (١)$$

نكامل الطرفين في (١)

$$\boxed{\int ص = \int \text{جا}^{٢}\frac{١}{٤}س\,س} \qquad \boxed{\text{جا}^{٢}\frac{١}{٤}س = \frac{١}{٢} - \frac{١}{٢}\text{جتا}\frac{١}{٢}س}$$

$$ص = \int\left(\frac{١}{٢} - \frac{١}{٢}\text{جتا}\frac{١}{٢}س\right)س$$

$$ص = \left(\frac{١}{٢}س - \frac{١}{٢}\text{جا}\frac{١}{٢}س \times ٢\right) + \text{جـ}$$

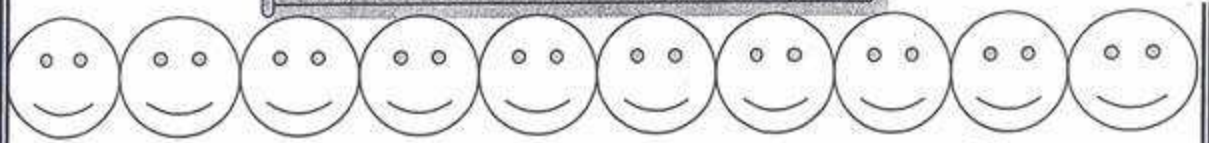
$$ص = \left(\frac{١}{٢}س - \text{جا}\frac{١}{٢}س\right) + \text{جـ}$$

لكن منحنى الاقتران يمر بالنقطة (١٧٠) و بالتالي نوجد قيمة الثابت جـ

$$١ = \frac{١}{٢} \times ٠ - \text{جا}\left(\frac{١}{٢} \times ٠\right) + \text{جـ} \Leftarrow \boxed{\text{جـ} = ١}$$

$$\boxed{ص = \left(\frac{١}{٢}س - \text{جا}\frac{١}{٢}س\right) + ١}$$

انتهت الإجابة النموذجية مع تمنياتنا لكم بالتوفيق والنجاح



لجنة مبحث الرياضيات/ مديرية رام الله و البيرة

الفرع العلمي