دولة فلسطين
وزارة التربية و التعليم
مديرية التربية و التعليم / قباطية
المبحث : الرياضيات

الامتحان المناطقي " الفصل الثاني"
الفرع العلمي

الصف: الثاني عشر
التاريخ : ١٦ / ٤/ ٢٠٢٠
الزمن: ساعتان ونصف
مجموع العلامات : ١٠٠ علامة

**ملاحظة : عدد اسئلة الورقة (سته) اسئلة ، اجب عن (خمسة) منها فقط**

## القسم الاول : يتكون هذا القسم من أربعة أسئلة ، وعلى المشترك أن يجيب عنها جميعها .

**السؤال الأول: اختر رمز الإجابة الصحيحة ،ثم ضع إشارة (×) في المكان المخصص في دفتر الإجابة (٣٠ علامة)**

١) ما قيمة $\int \frac{٣}{س^{-٢}}$ ءس ؟

أ) $-س^{-٣}+جـ$ ب ) $س^{٣}+جـ$ ج ) $\frac{-٣}{س}+جـ$ د ) $٣س^{٣}+جـ$

---

٢) ما قيمة $\int هـ^{٢}$ ءس ؟

أ) $٢س+جـ$ ب) $هـ^{٢}س+جـ$ ج) $هـ^{٢}+جـ$ د) $هـس+جـ$

---

٣) $\int س^{٢}$ جاس ءس =

أ) $-س^{٢}$ جتاس $+ ٢س$جاس $+ ٢$جتاس$+جـ$ ب) $-س^{٢}$ جتاس $+ ٢س$جاس$+جـ$

ج) ٢سجتاس$+جـ$ د) ٢سجاس $+ ٢$جتاس$+جـ$

---

٤) اذا كانت $\sigma_{٥}$ تجزئة منتظمة للفترة $[أ ، ب]$ و كان $\sum_{ر=١}^{٥}(س_{ر} - س_{ر-١}) = ١٠$ ، فما طول الفترة الجزئية $[س_{٤} ، ب]$ ؟

ا) ١٠ **ب)** $٢\frac{١}{٢}$ ج ) ٢ **د)** ١

---

٥) إذا كان ق(س) اقتراناً أصلياً للإقتران هـ(س) فما قيمة $\int$ ق(س).هـ(س) ءس؟

أ) $\frac{(ق(س))^{٢}}{٢}+جـ$ ب) $\frac{(هـ(س))^{٢}}{٢}+جـ$ ج) $\frac{(ق(س).هـ(س))^{٢}}{٢}+جـ$ د) ق(س)$+جـ$

---

٦) بدأ جسم التحرك في خط مستقيم من نقطة الأصل ومبتعداً عنها ،فإذا كانت سرعته في أي لحظة تعطى بالعلاقة ع$(ن) = ن^{٣} + ١٦$ ، فما بعده عن نقطة الأصل بعد ثانيتين من بدء الحركة ؟

ا) ٣٤م ب ) ٣٨م ج ) ٣٦م د ) ٤٠م

---

٧) اذا كان ن(س) اقتراناً قابلاً للتكامل على [−١،٢] وكانت $\sigma_{ن}$ تجزئة منتظمة للفترة [−١،٢] بحيث كانت

$م(\sigma_{ن}، ن) = ٨ - \frac{٤ن + ٢}{ن}$، فما قيمة $\int_{-١}^{٢} ٢ن(س)\,ى س$ ؟

ا) ١٥ ب) ١١ ج ) ٨ د ) ١٦

---

٨) اذا كان $ن(س) = \int (س^{٢} - ١)\,ى س + \int_{٢}^{هـ} لـو_{هـ} س\,ى س$ ، فما قيمة $و'(٢)$ ؟

ا) -٣ ب ) ٣ ج ) ٤ د ) ٥

---

٩) إذا كانت $\sigma_{ن}$ تجزئة منتظمة للفترة [١،٧] وكان العنصر الثاني = ١,٣ فما قيمة ن ؟

ا) ١٩ ب ) ٢٠ ج ) ٢١ د ) ٢٢

---

١٠) ما قيمة $\int (جا^{٢}س + جتا^{٢}س)\ \ى س$ ؟

ا) جتا٢س ب ) ١ ج ) $س^{٢} + جـ$ د ) س+جـ

---

١١) ما قيمة $\int \frac{هـ^{س+١}}{هـ^{س-١}}\ \ى س$ ؟

ا) $\frac{هـ^{٣}}{٣} + جـ$ ب ) $-س + جـ$ ج ) $لـو_{هـ} هـ^{س-١} + جـ$ د ) $هـ^{٢}س + جـ$

---

١٢) اذا كانت $\sigma_{٦} = \{ا - ٢، ٧، ...، ٨\}$ تجزئة منتظمة للفترة [ا،٨] فان قيمة ا تساوي ؟

ا) -٣ ب) -٤ ج ) -٥ د) -٦

---

١٣) $\int_{\frac{\pi}{٣}} (جتا٢س - ٢جتا^{٢}س).\ى س$ ؟

ا) - ١ ب) ٠ ج ) ١ د) ٢

---

١٤) ما قيمة $\int \frac{جتا^{٢}س - جا^{٢}س}{جتا^{٢}س جا^{٢}س}\ى س$ ؟

أ) $-ظتاس - ظاس + جـ$ ب ) $ظتاس + ظاس + جـ$ ج ) $-قتاس - قاس + جـ$ د ) $قاس + قتاس + جـ$

---

١٥) اذا كان $م(س)، ل(س)$ اقترانان أصليين للاقتران $ن(س)$، فماذا يمثل $\int ٣س\,(م(س) - ل(س))\ى س$ ؟

ا) اقترانا تربيعياً ب ) اقتراناً ثابتاً ج )اقترانا ً خطياً د ) صفراً

---

١٦) ما قيمة $\int \frac{٢}{١+جتا٢س}$ ؟

ا) ظا٢س+جـ  ب ) ظاس+جـ  ج) ظا٢س+جـ  د) قاس+جـ

---

١٧) اذا كان $هـ(س) = س^{٢}$، وكانت $\sigma_{٢}$ تجزئة منتظمة للفترة $[١ ، ٣]$ ،ما قيمة $م(\sigma_{٢}, هـ)$، معتبراً $س_{ر}^{*} = س_{ر}$ ؟

ا) ٥  ب ) $\frac{٢٦}{٣}$  ج ) ١٣  د ) ١٤

---

١٨) اذا كان $م(س)$ اقتران اصلي للاقتران $هـ(س)$ بحيث $م(س) = ظتاس + ١$ فما قيمة $هـ(\frac{\pi}{٤})$ ؟

ا) - ٤  ب ) -٢  ج ) ٢  د ) ٤

---

١٩) اذا كان $\int ٢س لـوس_{هـ} ءس = س^{٢} لـوس_{هـ} - \int ع.ءن$ فما قيمة ع.ءن ؟

ا) سءس  ب) $لـوس_{هـ} ءس$  ج) $س^{٢} ءس$  د ) $س لـوس_{هـ} ءس$

---

٢٠) ما قيمة $\int (ظاس + ظتاس)^{٢} ءس$

ا) ظاسـ+ظتاسـ-٢سـ+حـ  ب ) ظاسـ-ظتاسـ+حـ

ج ) $قا^{٢}س - قتا^{٢}س + ٢س + جـ$  د ) $قا^{٢}س - قتا^{٢}س + ٢س + جـ$

---

**السؤال الثاني : ٢٠ علامة**

ا) استخدم تعريف التكامل المحدود لإيجاد $\int_{١}^{٢} (٢ - ٤س) ءس$ ، معتبراً $س^{*}_{ر} = س_{ر}$ . (١٠علامات)

ب)اذا كانت $ص = هـ^{اجتاس} + لـو_{هـ} جاس + \int_{\pi}^{\frac{\pi}{٢}} \frac{ءس}{٢ + جاس}$ ، وكان $\frac{ءص}{ءس}|_{س=\frac{\pi}{٢}} = -٢$ ، جد قيمة الثابت ا ؟

(١٠ علامات)

---

**السؤال الثالث: ٢٠ علامة**

ا) جد التكاملات التالية ١) $\int \frac{هـ^{س}}{هـ^{٢س} + هـ^{س} - ٢} ءس$  ٢) $\int \frac{٢س + ٣ظاس}{جتا^{٢}س} ءس$ (١٤ علامة)

ب) يتحرك جسم في خط مستقيم بتسارع $ت = ٣ن^{٢} + ن$ ، فإذا كانت سرعته بعد ثانيتين من بدء الحركة تساوي ٣ أمثال سرعته الابتدائية ، فما سرعته بعد ٣ ثواني من بدء الحركة ، علماً بأن المسافة بالأمتار ؟

(٦ علامات)

**السؤال الرابع: ٢٠ علامة**

أ) اذا كان $\text{ق}(س)$ ، $\text{هـ}(س)$ اقترانين معرفين في الفترة $[٢ ، ١٠]$ وكان $\text{هـ}(س) = ٣\text{ق}(س) + س$ (٨ علامات)
بحيث $\text{م}(\sigma_{٤}، \text{ق}) = ٦$ ، جد $\text{م}(\sigma_{٤}، \text{هـ})$ معتبراً $س_{ر}^{*} = س_{ر}$ علماً بان $\sigma_{٤}$ تجزئة منتظمة للفترة $[٢ ، ١٠]$

ب) اذا كان $\int (\text{ق}'(س) + س^{٢}) \text{د}س = ٢س^{٣} + \text{جـ}س^{٢} + ٢$ وكان $\text{ق}'(١) = ٤$ ، $\text{ق}(٢) = ٦$ ،
فجد $\text{ق}(-١)$ ؟ (٦ علامات)

جـ) جد قيمة التكامل $\int \text{هـ}^{س} (٩ - ٤\text{هـ}^{س}) \text{د}س$ ؟ (٦ علامات)

---

**القسم الثاني: يتكون من سؤالين وعلى المشترك ان يجيب عن احدهما فقط**

---

**السؤال الخامس : ١٠ علامات**

أ) اذا كان $\text{ث}(س) = \text{جتا}س$، $س \in \left[\frac{\pi}{٢}، \pi\right]$ ، $س^{*}_{ر} = س_{ر}$ أوجد $\lim_{ن \to \infty} \frac{\pi^{٢}}{٢ن} \sum_{ر=١}^{ن} \text{جا}\left(\frac{\pi}{٢ن} ر\right)$ (٥ علامات)

علماً بأن $\int_{\frac{\pi}{٢}}^{\pi} \text{جتا}س \text{د}س = -١$ ؟

للاستفادة : $\text{جتا}(أ + ب) = \text{جتا}أ\text{جتا}ب - \text{جا}أ\text{جا}ب$
$\text{جا}(أ + ب) = \text{جا}أ\text{جتا}ب + \text{جا}ب\text{جتا}أ$

ب) $\int \frac{س\text{قا}^{٢}س - \text{ظا}س}{س^{٢}} \text{د}س$ ؟ (٥ علامات)

---

**السؤال السادس: ١٠ علامات** (٥ علامات)

أ) اذا كان $\text{ث}(س) \prec ٠، س \in \left]\frac{\pi}{٢}، ٠\right[$ وكان $\text{ث}'(س)\text{ظا}س - ٢\text{ق}(س)\text{قا}^{٢}س = ٠$ بحيث $\text{ق}\left(\frac{\pi}{٤}\right) = ١$، أوجد
$\text{ق}\left(\frac{\pi}{٣}\right)$ ؟ (٥ علامات)

ب) جد $\int \frac{\left(\text{لـ}_{\text{هـ}} س\right) - ١}{\left(\text{لـ}_{\text{هـ}} س\right)^{٢}} \text{د}س$ ؟ (٥ علامات)

---

**انتهت الأسئلة**

**بالتوفيق للجميع**

الإجابة النموذجية لإمتحان الورقة الثانية
للصف الثاني عشر العلمي
العام الدراسي 2019 - 2020 م

السؤال الأول
(30 علامة)

| رقم الفرع | الإجابة |
|---|---|
| 1 | ب |
| 2 | م |
| 3 | م |
| 4 | هـ |
| 5 | ن |
| 6 | و |
| 7 | و |
| 8 | ن |
| 9 | ن |
| 10 | ك |
| 11 | ك |
| 12 | ن |
| 13 | م |
| 14 | م |
| 15 | م |
| 16 | ن |
| 17 | و |
| 18 | ن |
| 19 | م |
| 20 | ن |
| | |

## السؤال الثاني

(10 علامات)

**[أ]** $\int_1^2 (2 - 4س)\, ds$ ، $س_ر^* = س_ر$

الحل :-

$$\int_1^2 (2 - 4س)\, ds = \lim_{ن \to \infty} م(ن، ق_ن)$$

$ن$ تجزئة توزيع منتظمة للفترة $[1، 2]$

$$س_ر^* = س_ر = أ + \frac{ب - أ}{ن} ر = 1 + \frac{1}{ن} ر$$

$$م(ن، ق_ن) = \frac{ب - أ}{ن} \sum_{ر=1}^{ن} ق_ن(س_ر^*)$$

$$= \frac{1}{ن} \sum_{ر=1}^{ن} 2 - 4(1 + \frac{1}{ن} ر)$$

$$= \frac{1}{ن} [\sum_{ر=1}^{ن} 2 - 4 - \frac{4}{ن} ر]$$

$$= \frac{1}{ن} [\sum_{ر=1}^{ن} 2 - 2 - \frac{4}{ن} \sum_{ر=1}^{ن} ر]$$

$$= \frac{1}{ن} [-2ن - \frac{4}{ن} \cdot \frac{ن(ن+1)}{2}]$$

$$= \frac{1}{ن} [-2ن - 2ن - 2] = \frac{1}{ن} [-4ن - 2]$$

$$= -4 - \frac{2}{ن}$$

$$\int_1^2 (2 - 4س)\, ds = \lim_{ن \to \infty} -4 - \frac{2}{ن}$$

$$\int_1^2 (2 - 4س)\, ds = -4$$

## السؤال الثاني (١٥ علامات)

ب) $ص = هـ^{ظتا س} + لو_{هـ} جا س + \int_{\pi}^{} \frac{س}{جا س + جتا س}$

$\left| \frac{ص}{س} \right|_{س=\frac{\pi}{٢}} = -٢$

$\frac{ص}{س} = -٢ جا س \, هـ^{ظتا س} + \frac{جتا س}{جا س} + صفر$

$\frac{ص}{س} = -٢ جا س \, هـ^{ظتا س} + ظتا س$

$\left| \frac{ص}{س} \right|_{س=\frac{\pi}{٢}} = -٢ جا \frac{\pi}{٢} \, هـ^{ظتا \frac{\pi}{٢}} + ظتا \frac{\pi}{٢}$

$= -٢ \times ١ \, هـ^{٠} + ٠$

$= -٢$

$-٢ = -ج$

$ج = ٢$

السؤال الثالث (20 علامة)

P 1) $\int \frac{ه^{س}}{ه^{2س}+ه^{س}-2}\,د س$ [مثال (5) صفحة 158 من الكتاب] .

(7 علامات)

2) $\int \frac{2س+3ظاس}{حتا^2 س}\,د س$

$= \int \frac{2س}{حتا^2 س}\,د س + \int \frac{3ظاس}{حتا^2 س}\,د س$

$= 2\int س قا^2 س\,د س + 3\int ظاس قا^2 س\,د س$

أجزاء — تعويض

$ص = ظاس$

$د ص = قا^2 س\,د س$

$\int س قا^2 س\,د س$

$ف = س \Rightarrow د ف = د س$

$د ع = قا^2 س\,د س \Rightarrow ع = ظاس$

$= س ظاس - \int ظاس\,د س$

$= س ظاس - \int \frac{جاس}{حتاس}\,د س$

$= س ظاس - لو|حتاس| + ج$

$= 2[س ظاس + لو|حتاس|] + 3[ص د ص]$

$= 2س ظاس + 2 لو|حتاس| + 3\frac{ص^2}{2} + ج$

$= 2س ظاس + 2 لو|حتاس| + \frac{3}{2}(ظاس)^2 + ج$

(7 علامات)

السؤال الثالث

ب) $ت(ن) = ٣ن^{٤} + ن$ (٦ علامات)

$\Leftarrow ع = \int ت \, د ن$

$= \int ٣ن^{٤} + ن \, د ن$

$ع = ن^{٣} + \frac{ن^{٢}}{٢} + ﺟ$

لكن $ع(٢) = ٣ع(٠)$

$٨ + ٢ + ﺟ = ٣ﺟ$

$٢ﺟ = ١٠ \Leftarrow \boxed{ﺟ = ٥}$

$ع(ن) = ن^{٣} + \frac{ن^{٢}}{٢} + ٥$

$ع(٣) = ٣^{٣} + \frac{٣^{٢}}{٢} + ٥$

$= ٢٧ + \frac{٩}{٢} + ٥$

$= ٢٧ + \frac{١٩}{٢} = \frac{٧٣}{٢} = ٣٦,٥$

$\therefore ع(٣) = ٣٦\frac{١}{٢}$ م/ث

## السؤال الرابع

أ السؤال الثالث عمارين عامة ص 201 من الكتاب (8 علامات).

ب $(\text{قا}(س)+س^{2})\,\text{ص}س = 2س^{3}+جـ س^{2}+2$ ، $\text{قا}(1)=4$ ، $\text{قا}(2)=6$

نشتق الطرفين:

$\text{قا}(س)+س^{2} = 6س^{2}+2جـ س$

لكن $\text{قا}(1)=4$

$\text{قا}(1)+1^{2} = 6+2جـ$

$4+1 = 6+2جـ \Leftarrow -1=2جـ \Leftarrow جـ=-\frac{1}{2}$

$\text{قا}(س) = 6س^{2}+2\times-\frac{1}{2}س-س^{2}$

$\text{قا}(س) = 5س^{2}-س$

$\text{ق}(س) = \int 5س^{2}-س\,\text{د}س$

$\text{ق}(س) = \frac{5}{3}س^{3}-\frac{1}{2}س^{2}+جـ$

$\text{ق}(2) = \frac{5\times8}{3}-2+جـ \Leftarrow 6=\frac{40}{3}-2+جـ$

$6=\frac{34}{3}+جـ \Leftarrow جـ=\frac{9}{17}$

بالتعويض $\text{ق}(-1)=\frac{167}{102}$

(6)

السؤال الرابع

أ) $\int_{0}^{1} (9 - 4e^{x}) e^{x} \, dx$ (6 علامات)

$= \int_{0}^{1} (9e^{x} - 4e^{2x}) \, dx$

$= \int_{0}^{1} 9e^{x} \, dx - \int_{0}^{1} 4e^{2x} \, dx$

$= 9e^{x} - \frac{4}{2} e^{2x} + c$

$= 9e^{x} - 2e^{2x} + c$

(7)

## السؤال الخامس

ⓐ $ق(س) = جتاس$ ، $س \in [\frac{\pi}{2}, \pi]$ ، $س_ر^* = حـ_ر$ ، $\left\{ \frac{\pi}{2} \right\}$ جتاس دس $= -1$

$$\text{نها}_{ن \to \infty} \frac{\pi}{2ن} \sum_{ر=1}^{ن} جا(\frac{\pi}{2ن} ر)$$ ؟؟

الحل :- نجد $م(ن، ق)$

$$م(ن، ق) = \frac{ب-أ}{ن} \sum_{ر=1}^{ن} ق(س_ر^*) = \frac{\pi - \frac{\pi}{2}}{ن} \sum_{ر=1}^{ن} ق(س_ر)$$

$$= \frac{\pi}{2ن} \sum_{ر=1}^{ن} ق(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2ن} ر)$$

$$= \frac{\pi}{2ن} \sum_{ر=1}^{ن} جتا(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2ن} ر)$$

$$= \frac{\pi}{2ن} \sum_{ر=1}^{ن} جتا\frac{\pi}{2} جتا(\frac{\pi}{2ن} ر) - جا\frac{\pi}{2} جا(\frac{\pi}{2ن} ر)$$

$$= \frac{\pi}{2ن} \sum_{ر=1}^{ن} -جا(\frac{\pi}{2ن} ر)$$

$$م(ن، ق) = -\frac{\pi}{2ن} \sum_{ر=1}^{ن} جا(\frac{\pi}{2ن} ر)$$ ←

$$\text{نها}_{ن \to \infty} \frac{\pi}{2ن} \sum_{ر=1}^{ن} جا(\frac{\pi}{2ن} ر) = \pi \times \text{نها}_{ن \to \infty} \frac{\pi}{2ن} \sum_{ر=1}^{ن} جا(\frac{\pi}{2ن} ر)$$

$= \pi \times$ نها $_{ن \to \infty}$ $م(ن، ق) -$

$= \pi \times$ نها $_{ن \to \infty}$ $م(ن، ق)$

$= \pi \times -1$

$= -\pi$

لكن نها $_{ن \to \infty}$ $م(ن، ق) = \left\{ \frac{\pi}{2} \right\}$ جتاس دس $= -1$

(8)

## السؤال الخامس

(5 علامات)

ب) $\int \frac{س قا^2 س - ظا س}{س^2} \, دس$

$= \int \left( \frac{س قا^2 س}{س^2} - \frac{ظا س}{س^2} \right) دس$

$= \int \frac{1}{س} قا^2 س \, دس - \int \frac{ظا س}{س^2} \, دس$

نجد $\int \frac{1}{س} قا^2 س \, دس$

$ه = \frac{1}{س}$ $\quad$ $دع = قا^2 س \, دس$

$دﻫ = -\frac{1}{س^2} دس$ $\quad$ $ع = ظا س$

$= -$

$\frac{1}{س} ظا س + \int \frac{1}{س^2} ظا س \, دس + ﺟ$

$\int \frac{س قا^2 س - ظا س}{س^2} \, دس = \frac{1}{س} ظا س + \int \frac{1}{س^2} ظا س \, دس - \int \frac{1}{س^2} ظا س \, دس + ﺟ$

$= \frac{1}{س} ظا س + ﺟ$

(٩)

السؤال السادس (١٥ علامة)

P) $ق(س)\,ظا س - ٢ ق(س)\,قا^٢ س = ٠$ ∴ $ق(\frac{\pi}{٤}) = ١$

هـ $ق(\frac{\pi}{٣})$ ؟

(٥ علامات)

$\Leftarrow ق(س)\,ظا س = ٢ ق(س)\,قا^٢ س$

$\Leftarrow \frac{ق(س)}{ق(س)} = ٢\frac{قا^٢ س}{ظا س}$

$\Leftarrow \int \frac{ق(س)}{ق(س)}\,د س = ٢\int \frac{قا^٢ س}{ظا س}\,د س$

$\ln ق(س) = ٢ \ln ظا س + جـ$

$\ln ق(س) = \ln ظا^٢ س + جـ$

لإيجاد جـ $\Leftarrow ق(\frac{\pi}{٤}) = ١$

$\ln ١ = \ln ١ + جـ \Leftarrow \boxed{جـ = ٠}$

$\Leftarrow \ln ق(س) = \ln ظا^٢ س$

$\Leftarrow ق(س) = ظا^٢ س$

$ق(\frac{\pi}{٣}) = ظا^٢ \frac{\pi}{٣} = (\sqrt{٣})^٢ = ٣$

السؤال السادس :

ب ) $\int \frac{1}{س^2 + 2س - 3} \, د س$ ( 5 علامات )

نفرض $ص = \frac{س+3}{س-1}$ $\Leftarrow$ $ص(س-1) = (س+3)$

$د ص = \frac{1 \times (س-1) - 1 \times (س+3)}{(س-1)^2} \, د س$

$د ص = \frac{-4}{(س-1)^2} \, د س$ $\Leftarrow$ $د س = \frac{(س-1)^2 \, د ص}{-4}$

$= \int \frac{1}{س^2 + 2س - 3} \, د س = \int \frac{1}{(س+3)(س-1)} \cdot \frac{(س-1)^2 \, د ص}{-4} \cdot$

$= \int \frac{1}{ص(1/ص)} \cdot \frac{(1-ص) \, د ص}{-4} \cdot$

$= -\frac{1}{4} \int ص^{-\frac{1}{4}} \, د ص \cdot \frac{ص^{\frac{1}{4}}}{ص} \, د ص = -\frac{1}{4}$

$= -\frac{1}{4} \cdot \frac{ص^{\frac{1}{4}}}{\frac{1}{4}} + د = -\frac{1}{4} \times \frac{1}{\frac{1}{4}} \times ص^{\frac{1}{4}} + د$

$= -\frac{1}{4} \left| \frac{س+3}{س-1} \right| + د$